

ZADANIE 1

Uprość wyrażenie $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$.

ZADANIE 2

Uzasadnij, że dla każdej liczby $x \in (-1; 5)$ wyrażenie $\sqrt{4x^2 + 12x + 9} + 2\sqrt{x^2 - 12x + 36}$ ma stałą wartość.

ZADANIE 3

Oblicz $\sqrt{6 - 3\sqrt{3}} \cdot (63 + 36\sqrt{3})^{\frac{1}{4}}$.

ZADANIE 4

Dany ciąg arytmetyczny (a_n) taki, że $a_n = n$, dla $n \geq 1$. Udowodnij, że iloczyn każdych dziesięciu kolejnych wyrazów tego ciągu jest podzielny przez 2^8 .

ZADANIE 5

Uzasadnij, że liczby $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ i $1 - \sqrt{2}$ są liczbami przeciwnymi.

ZADANIE 6

Wykaż, że dla $a \in (2, 3)$ zachodzi równość $\frac{\sqrt{a^2 - 6a + 9}}{3 - a} + \frac{\sqrt{a^2 - 4a + 4}}{a - 2} = 2$.

ZADANIE 7

Uzasadnij, że jeżeli n jest liczbą całkowitą to liczba $(n^2 - \sqrt{2}n + 1)(n^2 + \sqrt{2}n + 1)$ też jest liczbą całkowitą.

ZADANIE 8

Wiadomo, że $|AB| = 2$ i $|BC| = 6$. Znajdź warunek, jaki musi spełniać odległość $|AC|$, aby punkty A, B, C były współliniowe.

ZADANIE 9

Udowodnij, że iloczyn kolejnych liczb naturalnych od 1 do 16, czyli $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 16$, jest podzielny przez 2^{15} .

ZADANIE 10

Wiedząc, że liczba x jest rozwiązaniem równania $9^x + 9^{-x} = 14$, wyznacz wartość wyrażenia $3^x + 3^{-x}$.

ZADANIE 11

Wiadomo, że $a > 0$ i $\frac{1}{a} + a = 2$. Wykaż, że $a^2 + \frac{1}{a^2} = a + \frac{1}{a}$.

ZADANIE 12

Udowodnij, że jeśli k i n są liczbami naturalnymi oraz $1 \leq k \leq n$, to $k(n - k + 1) \geq n$.

ZADANIE 13

Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej n , liczba $\frac{1}{9}(100^{n+1} + 4 \cdot 10^{n+1} + 4)$ jest kwadratem liczby naturalnej.

ZADANIE 14

Udowodnij, że liczby $2^{\log_3 5}$ i $5^{\log_3 2}$ są równe.

ZADANIE 15

Uzasadnij, że jeśli $a \neq 0$ oraz $\frac{b^2}{a^2} = 2b - a^2$, to $b = a^2$.

ZADANIE 16

Wykaż, że $5^{12} - 1$ jest liczbą podzielną przez 31.

ZADANIE 17

Porównaj liczby a^b i b^a , gdzie $a = \left[(2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} + (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \right]^2$, $b = \frac{81^{-1} \cdot \sqrt{3}}{27^{-2} \cdot \sqrt[4]{9}}$.

ZADANIE 18

Wykaż, że liczba $x = 4^n - 5 \cdot 2^{n+1} + 25$ jest dla dowolnej liczby naturalnej n kwadratem liczby całkowitej.

ZADANIE 19

Uzasadnij, że jeśli $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} = \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$ to $ad = bc$.

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/1095_9540R](http://www.zadania.info/1095_9540R)