

# TRYGONOMETRIA

SUMA PUNKTÓW: 91

ZADANIE 1 (5 PKT)

Wiedząc, że  $\alpha$  jest kątem ostrym i  $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = 4$  oblicz  $\sin \alpha \cos \alpha$ .

ZADANIE 2 (5 PKT)

Kąt  $\alpha$  jest kątem ostrym. Wiedząc, że  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3}$ , oblicz wartość wyrażenia  $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha}$ .

ZADANIE 3 (5 PKT)

Uzasadnij, że jeżeli  $\cos \alpha \neq 0$  to prawdą jest, że  $(1 + \sin \alpha) \cdot \left( \frac{1}{\cos \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \right) = \cos \alpha$ .

ZADANIE 4 (5 PKT)

Sprawdź, czy prawdziwa jest następująca tożsamość  $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ . Podaj konieczne założenia.

ZADANIE 5 (5 PKT)

Wykaż, że nie istnieje kąt  $\alpha$ , taki, że  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  i  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ .

ZADANIE 6 (5 PKT)

Wyznacz zbiór wartości funkcji  $f(x) = 5 - 2 \sin^2 x$  dla  $x \in \mathbb{R}$ .

ZADANIE 7 (5 PKT)

Dana jest funkcja  $f(x) = \frac{1 + \operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x}$  dla  $x \in \left\langle \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \right\rangle$ .

- Rozwiąż równanie  $f(x) = 2$ .
- Wyznacz najmniejszą wartość funkcji  $f(x)$ .

ZADANIE 8 (5 PKT)

Dana jest funkcja  $f(x) = \sin^2 x + \cos x$  dla  $x \in \mathbb{R}$ .

- Rozwiąż równanie  $f(x) = 1$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .
- Wyznacz największą wartość funkcji  $f$ .

ZADANIE 9 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\sin 2x = \frac{8\sqrt{3} \sin 2x - 9}{4 \sin 2x}$ , gdzie  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

ZADANIE 10 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\sqrt{3} \operatorname{tg}(3x + \frac{2}{3}\pi) = 1$ .

ZADANIE 11 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\cos 2x + 2 = 2\sqrt{2} \cos x$ .

ZADANIE 12 (5 PKT)

Dane jest równanie  $\sin x = a^2 + 1$ , z niewiadomą  $x$ . Wyznacz wszystkie wartości parametru  $a$ , dla których dane równanie nie ma rozwiązań.

ZADANIE 13 (5 PKT)

Rozwiąż równanie  $\sin 2x \operatorname{tg} x = 1$ .

ZADANIE 14 (5 PKT)

Oblicz sumę wszystkich miejsc zerowych funkcji  $f(x) = \cos x$  należących do przedziału  $\langle 0; 50\pi \rangle$ .

ZADANIE 15 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność  $2 \cos^2 x + \sin x > 1$ , gdzie  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ .

ZADANIE 16 (1 PKT)

Kąt  $\alpha$  jest ostry oraz  $\cos \alpha = \frac{4+2\sqrt{2}}{6+3\sqrt{2}}$ . Wtedy  $\sin \alpha$  jest równy

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$                       B)  $\frac{\sqrt{2}+2}{3}$                       C)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       D)  $\frac{\sqrt{13}}{3}$

ZADANIE 17 (1 PKT)

Wiadomo, że tangens kąta ostrego  $\alpha$  jest równy  $\frac{2}{3}$ . Wobec tego:

- A)  $\alpha \in (45^\circ, 60^\circ)$                       B)  $\alpha \in (0^\circ, 30^\circ)$                       C)  $\alpha \in (60^\circ, 90^\circ)$                       D)  $\alpha \in (30^\circ, 45^\circ)$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Kąt  $\alpha$  jest kątem ostrym i  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{2}{5}$ . Wówczas wyrażenie  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$  jest równe

- A) 1                      B)  $\frac{6}{5}$                       C)  $\frac{7}{5}$                       D)  $\frac{9}{5}$

ZADANIE 19 (1 PKT)

Dla kąta ostrego  $\alpha$  spełniony jest warunek  $\operatorname{tg} \alpha = 7$ . Wówczas wartość wyrażenia  $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$  jest równa

- A)  $\frac{3}{4}$                       B)  $\frac{2}{3}$                       C)  $\frac{3}{2}$                       D)  $\frac{4}{3}$

ZADANIE 20 (1 PKT)

Wiadomo, że  $\alpha$  jest kątem ostrym i  $\sin \alpha \cos \alpha = 0,5$ . Wynika stąd, że wartość wyrażenia  $\cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha$  jest równa

- A) 0,25                      B) 0,75                      C) 1                      D) 0,5

ZADANIE 21 (1 PKT)  
Nieprawdą jest, że

- A)  $\sin 23^\circ < \sin 44^\circ$       B)  $\operatorname{tg} 21^\circ < \operatorname{tg} 54^\circ$       C)  $\cos 23^\circ > \cos 44^\circ$       D)  $\cos 25^\circ < \cos 34^\circ$

ZADANIE 22 (1 PKT)

Kąt  $\alpha$  jest kątem ostrym. Zatem liczba  $w = |\sin \alpha - 1|$  spełnia warunek

- A)  $-1 < w < 0$       B)  $0 < w < 1$       C)  $1 < w < 2$       D)  $-2 < w < -1$

ZADANIE 23 (1 PKT)

Wartość wyrażenia  $\sin 20^\circ \cos 70^\circ + \cos 20^\circ \sin 70^\circ - \operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 80^\circ$  jest równa

- A) 3      B) 2      C) 1      D) 0

ZADANIE 24 (1 PKT)

Liczba  $\cos^3 37^\circ + \sin^2 37^\circ \cdot \cos 37^\circ$  jest równa

- A)  $\sin 37^\circ$       B)  $\operatorname{tg} 37^\circ$       C)  $\sin 37^\circ \cdot \cos 37^\circ$       D)  $\cos 37^\circ$

ZADANIE 25 (1 PKT)

Jeżeli  $\sin \alpha = 0,1 + \cos \alpha$  to liczba  $\sin \alpha \cos \alpha$  jest równa

- A) 0,99      B) 0,5      C) 0,495      D) 0,45

ZADANIE 26 (1 PKT)

Wartość wyrażenia  $(\sin 15^\circ - \cos 75^\circ)^2$  jest liczbą

- A) parzystą      B) pierwszą      C) wymierną z przedziału  $(0, 1)$       D) niewymierną

ZADANIE 27 (1 PKT)

Która z liczb jest największa?

- A)  $\sin 60^\circ$       B)  $\sin 75^\circ$       C)  $\operatorname{tg} 45^\circ$       D)  $\cos 45^\circ$

ZADANIE 28 (1 PKT)

Wartość wyrażenia  $\frac{\sin 15^\circ \cos 75^\circ + \cos 15^\circ \sin 75^\circ}{\operatorname{tg} 22,5^\circ \cdot \operatorname{tg} 67,5^\circ}$  jest równa

- A)  $\sqrt{2}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 1      D)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ZADANIE 29 (1 PKT)

Kąt ostry  $\alpha$  jest większy od kąta ostrego  $\beta$ . Wynika stąd, że

- A)  $\operatorname{tg} \beta > \operatorname{tg} \alpha$       B)  $\operatorname{tg} \alpha < \sin \alpha$       C)  $\operatorname{tg} \beta < \cos \alpha$       D)  $\cos \alpha < \cos \beta$

ZADANIE 30 (1 PKT)

Jeśli  $\alpha$  jest kątem ostrym i  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{7}$ , to suma  $\sin \alpha + \cos \alpha$  jest równa

- A)  $\frac{9}{7}$       B)  $\frac{3\sqrt{7}}{7}$       C)  $\frac{8}{7}$       D)  $\frac{2\sqrt{14}}{7}$

ZADANIE 31 (1 PKT)

Wartość wyrażenia  $\frac{\cos 40^\circ}{\cos 50^\circ} \operatorname{tg} 40^\circ$  wynosi

- A) 1      B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\operatorname{tg} 50^\circ$       D)  $\cos 50^\circ$