

ZADANIE 1

Ciąg (a_n) , gdzie $n \geq 1$, jest rosnącym ciągiem geometrycznym. Wyznacz największą wartość funkcji $f(x) = 2xa_6a_2 - a_4a_3x^2 - a_3a_6$.

ZADANIE 2

Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = -2n + 6$. Wybierz sto kolejnych początkowych wyrazów ciągu a_n i oblicz dla jakiej liczby naturalnej k stosunek wyrazu stojącego na miejscu k , licząc od początku, do wyrazu stojącego na miejscu k , licząc od końca, jest równy $\frac{3}{16}$.

ZADANIE 3

Suma trzech początkowych wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego wynosi 6, a suma S wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa $\frac{16}{3}$. Dla jakich naturalnych n spełniona jest nierówność $|S - S_n| < \frac{1}{96}$?

ZADANIE 4

Długości boków trójkąta są kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego o ilorazie q , a cosinus jednego z jego kątów jest równy $-\frac{q}{4}$.

a) Wyznacz q .

b) Wiedząc, że promień okręgu opisanego na tym trójkącie ma długość $2\sqrt{2}$, oblicz pole tego trójkąta.

ZADANIE 5

Ciąg (b_n) jest nieskończonym ciągiem liczb dodatnich, a ciąg (a_n) spełnia warunek

$$a_{n+1} - a_n = \log 2b_n - \log b_{101-n}, \quad \text{dla } n = 1, 2, \dots, 100.$$

Oblicz $a_{101} - a_1$.

ZADANIE 6

Pierwszy, trzeci i jedenasty wyraz ciągu arytmetycznego o różnicy $r \neq 0$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego o ilorazie q . Dla jakich wartości parametru m funkcja $f(x) = x^2 + mx + q$ osiąga minimum większe od -196?

ZADANIE 7

Wykaż, że jeżeli liczby a^2, b^2 i c^2 tworzą ciąg arytmetyczny, który nie jest stały, to liczby $\frac{1}{b+c}$, $\frac{1}{a+c}$ i $\frac{1}{a+b}$ również tworzą ciąg arytmetyczny.

ZADANIE 8

W ciągu arytmetycznym o nieparzystej liczbie wyrazów suma wyrazów stojących na miejscach nieparzystych równa się 44, a suma pozostałych wynosi 33. Znajdź wyraz środkowy i liczbę wyrazów tego ciągu.

ZADANIE 9

Ciąg (a_n) dany jest wzorem $a_n = \frac{5-3n}{7}$, dla $n \geq 1$.

- a) Oblicz sumę $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{104}$.
- b) Ustalmy $n > 6$. Dla jakich x liczby $a_n, x^2 + 2, a_n$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego?

ZADANIE 10

Suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) dla każdego $n \neq 1$ określona jest wzorem $S_n = 2n^2 - 14n$.

- a) Wykaż, że ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym.
- b) Wykaż, że jeżeli suma n początkowych wyrazów ciągu dla każdego $n \geq 1$ określona jest wzorem $S_n = 2n^2 - 14n + 1$, to ciąg ten nie jest arytmetyczny.
- c) Znajdź takie trzy kolejne wyrazy ciągu (a_n) , aby kwadrat środkowego wyrazu był o 48 mniejszy od różnicy kwadratów wyrazów z nim sąsiadujących.

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/4172_8303R](http://www.zadania.info/4172_8303R)