Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom podstawowy

23 marca 2024

Czas pracy: 180 minut

ZADANIE 1 (1 PKT)

Największą liczbą naturalną, która spełnia nierówności $x^2 - 5x - 7 < 0$ jest

A) 0 B) 3 C) 7 D) 6

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\sqrt[5]{-0,15625} \cdot \sqrt[10]{0,04}$ jest równa

A) $-\frac{2}{5}$ B) $-0,5$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-0,2$

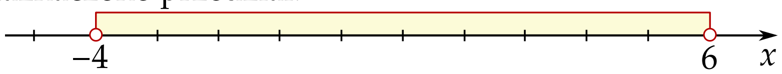
Zadanie 3 (1 pkt)

Różnica $\log_{\sqrt{5}} 13 - \log_{\sqrt{5}} 65$ jest równa

A) $\frac{1}{2}$ B) -2 C) 2 D) $-\frac{1}{2}$

Zadanie 4 (1 pkt)

Na osi liczbowej zaznaczono przedział.

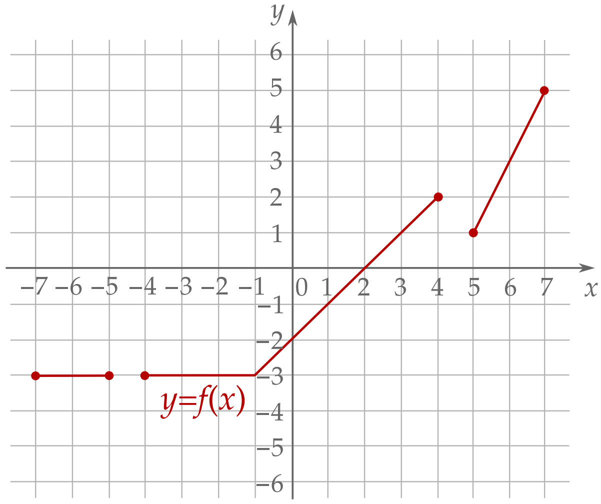


Zbiór zaznaczony na osi jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

A) $|x-5| > 1$ B) $|x-1| > 5$ C) $|x-5| < 1$ D) $|x-1| < 5$

Informacja do zadań 5.1 i 5.2

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



ZADANIE 5.1 (1 PKT)

Wyznacz zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja $y = |f(x)|$ przyjmuje wartości większe od 1.

ZADANIE 5.2 (1 PKT)

Funkcja f jest rosnąca w przedziale

A) $[-4, 4]$ B) $[-1, 7]$ C) $[5, 7]$ D) $[-4, 7]$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie $(5a-2)^2-(5a+2)^2$ jest równe

A) 0 B) $-40a$ C) 8 D) $50a^2-40a$

ZADANIE 7 (2 PKT)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n reszta z dzielenia liczby $5n^3 + n^2 - 5n$ przez $5n + 1$ jest równa 1.

ZADANIE 8 (1 PKT)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) dane są proste k oraz l o równaniach

$$k:\ y = \frac{2}{3}x$$
$$l:\ y = \frac{3}{2}x - 15$$

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.
Proste k oraz l

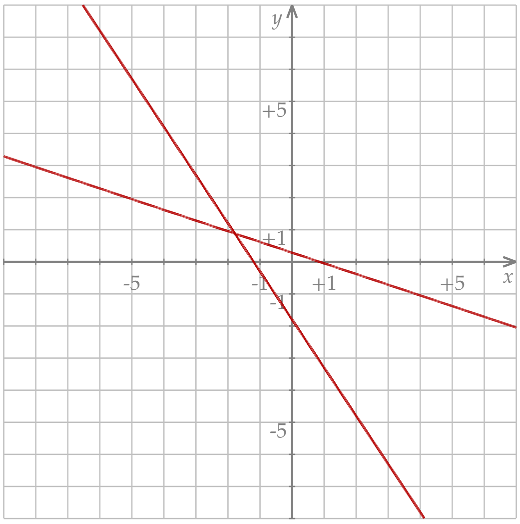
A) są prostopadłe	**B)** nie są prostopadłe

i przecinają się w punkcie P o współrzędnych

1. $(18,-12)$	**2.** $(-18,12)$	**3.** $(18,12)$

ZADANIE 9 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono geometryczną interpretację jednego z niżej zapisanych układów równań.



Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A) $\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{7} \\ y = -\frac{3}{2}x - \frac{9}{5} \end{cases}$ B) $\begin{cases} y = \frac{2}{5}x - \frac{1}{6} \\ y = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{3} \end{cases}$ C) $\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + \frac{4}{9} \\ y = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3} \end{cases}$ D) $\begin{cases} y = -\frac{4}{5}x - \frac{4}{3} \\ y = \frac{1}{4}x + \frac{4}{5} \end{cases}$

Zadanie 10 (1 pkt)

Dany jest wielomian $W(x) = -4x^3 + 2x^2 + kx - 1$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że wielomian W można zapisać w postaci $W(x) = (1-2x)\cdot Q(x)$ dla pewnego wielomianu Q. Liczba k jest równa

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) (-2) D) $-\frac{1}{2}$

Zadanie 11 (1 pkt)

Proces stygnięcia herbaty w otoczeniu o stałej temperaturze 21°C opisuje funkcja wykładnicza $T(x) = 77\cdot 2^{-0,04x} + 21$, gdzie $T(x)$ to temperatura herbaty wyrażona w stopniach Celsjusza po x minutach liczonych od momentu $x = 0$, w którym herbatę zalano wrzątkiem. Temperatura herbaty po 25 minutach od momentu zalania wrzątkiem jest równa

A) $21,5$°C B) 77°C C) $59,5$°C D) 61°C

Zadanie 12 (1 pkt)

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od 0 i -3 wyrażenie $\frac{x^2+x}{(x+3)^2} \cdot \frac{x+3}{x}$ jest równe

A) $\frac{x^2+1}{x+2}$ B) $\frac{x+1}{3}$ C) $\frac{x+1}{x+3}$ D) $\frac{x^2}{(x+3)^2}$

Zadanie 13 (1 pkt)

Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej f jest liczba (-3). Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, będącej wykresem funkcji f, jest równa 3. Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

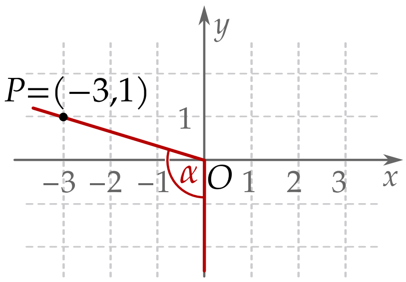
A) 6 B) 5 C) (-6) D) 9

ZADANIE 14 (2 PKT)

Ciąg $(5a^2 + 3a, a^2, 18 - 3a^2)$ jest arytmetyczny. Oblicz a.

ZADANIE 15 (1 PKT)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono kąt α o wierzchołku w punkcie $O = (0, 0)$. Jedno z ramion tego kąta pokrywa się z ujemną półosią Oy, a drugie przechodzi przez punkt $P = (-3, 1)$ (zobacz rysunek).



Tangens kąta α jest równy

A) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ B) $-\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$ C) $\left(-\frac{3}{1}\right)$ D) $\left(-\frac{1}{3}\right)$

Zadanie 16 (1 pkt)

Wskaż równanie, którego rozwiązaniami są liczby -2 oraz 3.

A) $\frac{1}{x+2} = \frac{2}{x-3}$ B) $\frac{x^2-x-6}{x^2+3} = 0$ C) $\frac{(x+2)(x-3)}{x^2-9} = 0$ D) $\frac{x^2+x-6}{x^2-25} = 0$

Zadanie 17 (2 pkt)

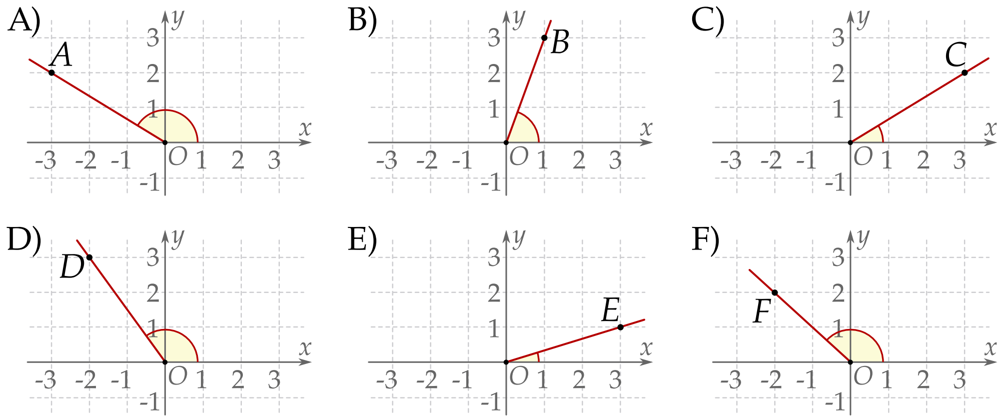
Funkcje A, B, C, D, E oraz F są określone dla każdej liczby rzeczywistej x. Wzory tych funkcji podano poniżej. Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Liczba $\sqrt{2}$ jest wartością funkcji

A) $A(x) = (x+1)^2 + 2$ B) $B(x) = x^2 + 4x + 6$ C) $C(x) = -(x+3)^2 + 1$
D) $D(x) = -(x+1)^2 + 2$ E) $E(x) = (x+3)^2 + 1$ F) $F(x) = -x^2 + 2x$

Informacja do zadań 18.1 i 18.2

Na rysunkach A–F w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono różne kąty. Jedno z ramion każdego z tych kątów pokrywa się z dodatnią półosią Ox, a drugie przechodzi przez jeden z punktów o współrzędnych całkowitych: A lub B, lub C, lub D, lub E, lub F.



Zadanie 18.1 (1 pkt)

Na którym z rysunków zaznaczono kąt $\beta \in (0^\circ, 180^\circ)$, spełniający warunek $\cos^2 \beta > 0,7$?

ZADANIE 18.2 (1 PKT)

Na którym z rysunków zaznaczono kąt $\alpha \in (0^\circ, 180^\circ)$, spełniający warunek $\operatorname{tg}\alpha < -1$?

ZADANIE 19 (1 PKT)

Okrąg O o środku $S = (-4, 2)$ jest styczny do osi Ox układu współrzędnych. Okrąg O jest określony równaniem

A) $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 4$
B) $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 2$
C) $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 4$
D) $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 2$

ZADANIE 20 (5 PKT)

Zakład stolarski produkuje stoły, które sprzedaje po 2144 złotych za sztukę. Właściciel, na podstawie analizy rzeczywistych wpływów i wydatków, stwierdził, że:

- przychód P (w złotych) ze sprzedaży x stołów można opisać funkcją $P(x) = 2144x$
- koszt K (w złotych) produkcji x stołów miesięcznie można opisać funkcją

$$K(x) = 16x^2 + 32x + 2650.$$

Miesięcznie w zakładzie można wyprodukować co najwyżej 80 stołów. Oblicz, ile stołów powinien miesięcznie sprzedawać zakład, aby zysk ze sprzedaży stołów wyprodukowanych przez ten zakład w ciągu jednego miesiąca był możliwie największy. Oblicz ten największy zysk.

ZADANIE 21 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{n-3}{4}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Liczba wyrazów tego ciągu mniejszych od 10 jest równa

A) 43 B) 37 C) 36 D) 42

ZADANIE 22 (1 PKT)

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym są dokładnie 3 takie same cyfry jest

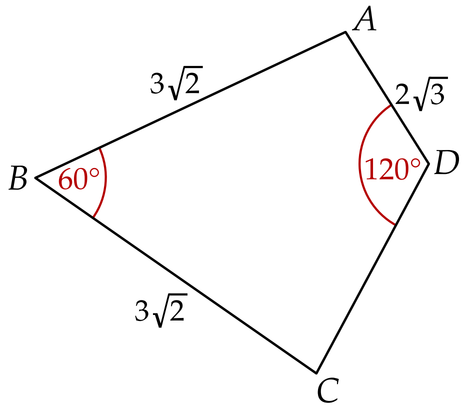
A) 400 B) 360 C) 288 D) 324

Zadanie 23 (2 pkt)

Rozwiąż równanie $x^3 + 9x^2 + 2x + 9 = (x-3)^2$.

ZADANIE 24 (1 PKT)

Pole czworokąta $ABCD$ jest równe $\frac{9}{2}+3\sqrt{3}$. Ponadto: $|AB| = |BC| = 3\sqrt{2}$, $|AD| = 2\sqrt{3}$, $|\measuredangle ABC| = 60^\circ$, $|\measuredangle ADC| = 120^\circ$ (zobacz rysunek).



Długość boku CD jest równa

A) $3-\sqrt{3}$ B) $6-2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $2-\sqrt{3}$

ZADANIE 25 (1 PKT)

Suma trzech pierwszych wyrazów malejącego ciągu geometrycznego jest równa 10,5. Drugi wyraz tego ciągu jest równy 3. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy

A) 1,5 B) 3,5 C) 0,75 D) 2,25

ZADANIE 26 (1 PKT)

W okręgu O kąt środkowy β jest oparty na łuku trzy razy dłuższym od łuku, na którym oparty jest kąt wpisany α. Kąt β ma miarę o 90° większą od kąta α. Miara kąta β jest równa

A) 54° B) 18° C) 108° D) 126°

ZADANIE 27 (1 PKT)

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek jest liczbą dwucyfrową, jest równe

A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{17}{36}$ D) $\frac{19}{36}$

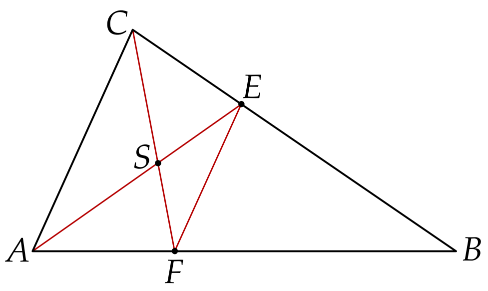
ZADANIE 28 (1 PKT)

Funkcja f jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = \frac{2k-x}{x^2+3}$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Ta funkcja spełnia warunek $f(1) = \frac{7}{4}$. Wartość współczynnika k we wzorze tej funkcji jest równa

A) (-3) B) 3 C) (-4) D) 4

ZADANIE 29 (1 PKT)

Na bokach AB i BC trójkąta ABC wybrano odpowiednio punkty F i E w ten sposób, że $|AF| : |FB| = |CE| : |EB| = 1 : 2$. Odcinki AE i CF przecinają się w punkcie S (zobacz rysunek).

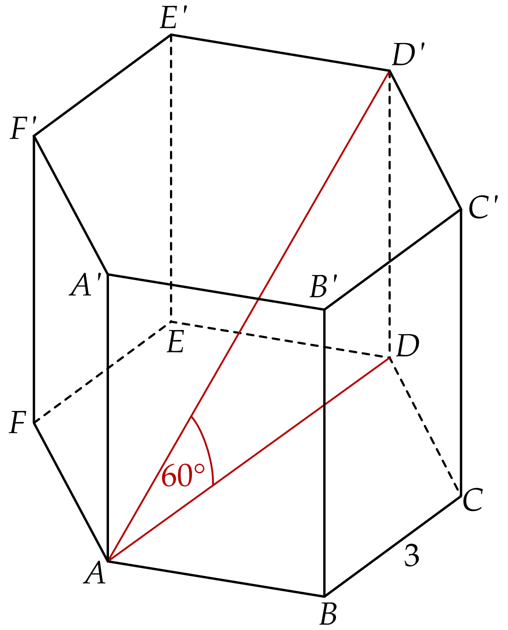


Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Trójkąt ASC jest podobny do trójkąta ESF.	**P**	**F**
Pole trójkąta FAE jest równe polu trójkąta FCE.	**P**	**F**

ZADANIE 30 (1 PKT)

Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$, w którym krawędź podstawy ma długość 3. Przekątna AD' tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° (zobacz rysunek).

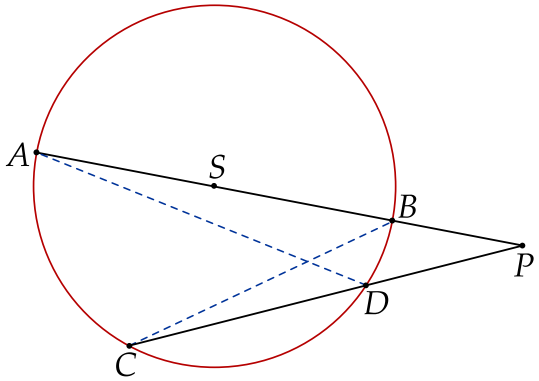


Pole ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

A) $18\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{2}$ D) 90

ZADANIE 31 (2 PKT)

Dany jest okrąg O o środku w punkcie S. Przedłużenie średnicy AB tego okręgu przecina przedłużenie cięciwy CD w punkcie P (zobacz rysunek). Ponadto: $|PB| = 8$, $|DC| = 14$ oraz $|PD| = 10$.



Oblicz promień okręgu O.

Zadanie 32 (1 pkt)

Mediana kolejnych sześciu liczb naturalnych jest równa 47,5. Najmniejsza z tych liczb to
A) 46 B) 41 C) 45 D) 44

Zadanie 33 (1 pkt)

Punkty A oraz $A' = (-158, 296)$ są symetryczne względem prostej $x = -2$. Wówczas
A) $A = (154, 296)$ B) $A = (158, 296)$ C) $A = (166, 296)$ D) $A = (162, 296)$

ZADANIE 34 (2 PKT)

Ze zbioru sześciu liczb $\{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ losujemy ze zwracaniem kolejno dwa razy po jednej liczbie. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że iloczyn wylosowanych liczb jest podzielny przez 9.