Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom podstawowy

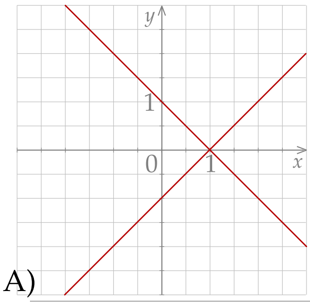
25 marca 2023

ZADANIE 1 (1 PKT)

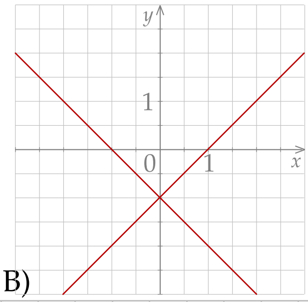
Dany jest układ równań

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x + 1. \end{cases}$$

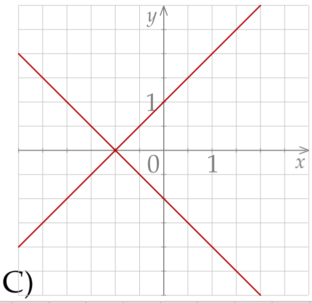
Na którym z rysunków przedstawiona jest interpretacja geometryczna tego układu równań?



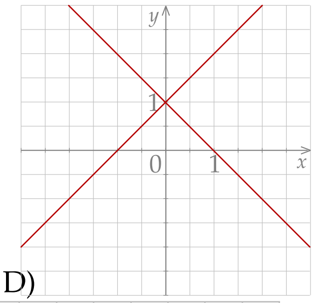
A)



B)



C)



D)

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $(\sqrt{12}+1-\sqrt{75})^2$ jest równa

A) $17+6\sqrt{3}$ B) $3+2\sqrt{3}$ C) $28-6\sqrt{3}$ D) $17+12\sqrt{3}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Pani Łucja kupiła obligacje Skarbu Państwa za 20 000 zł oprocentowane 6% w skali roku. Odsetki są naliczane i kapitalizowane co rok. Wartość obligacji kupionych przez panią Łucję będzie po dwóch latach równa

A) $20\,000\cdot 1,12$ B) $20\,000\cdot (1,6)^2$ C) $20\,000\cdot (1,06)^2$ D) $20\,000\cdot 1,36$

Zadanie 4 (1 pkt)

Liczba dwukrotnie mniejsza od $\log 2 + \log 8$ jest równa

A) $\log 4$ B) $\log 8$ C) $\log 7$ D) $\log 3$

Zadanie 5 (1 pkt)

Dla każdej liczby rzeczywistej a wartość wyrażenia $(3a+4)^2 - (3a-4)^2$ jest równa

A) $48a$ B) 0 C) $27a^2$ D) $9a^2$

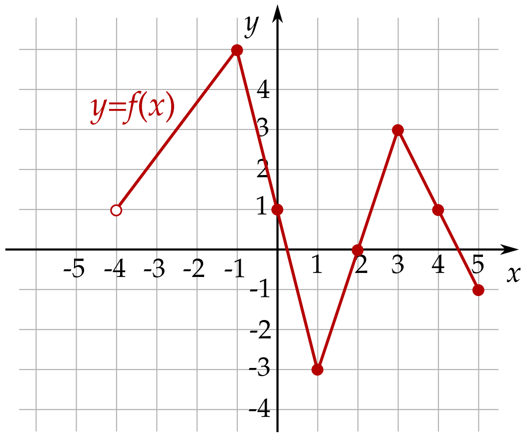
ZADANIE 6 (1 PKT)

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych parzystych, w których cyfra 5 występuje dokładnie jeden raz, jest

A) 3285 B) 1125 C) 765 D) 3240

Informacja do zadań 7.1 i 7.2

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), przedstawiono wykres funkcji f określonej dla każdego $x \in (-4, 5]$. Na tym wykresie zaznaczono punkty o współrzędnych całkowitych.



ZADANIE 7.1 (1 PKT)

Wyznacz zbiór wartości funkcji f.

ZADANIE 7.2 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Dla każdego argumentu z przedziału $(-4,0)$ funkcja f przyjmuje wartości dodatnie.	**P**	**F**
Funkcja f ma cztery miejsca zerowe.	**P**	**F**

Zadanie 8 (2 pkt)

Wykaż, że jeśli a jest liczbą nieparzystą, to liczba $a^3 - a$ jest podzielna przez 12.

ZADANIE 9 (1 PKT)

Dodatnie liczby x i y spełniają warunek $3x = 2y$. Wynika stąd, że wartość wyrażenia $\frac{x^2+y^2}{x\cdot y}$ jest równa

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{13}{6}$ C) $\frac{6}{13}$ D) $\frac{3}{2}$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi. Rozwiązaniem nierówności $f(x) \geqslant 1$ jest przedział $(-\infty, 3]$. Współczynniki a i b we wzorze funkcji f spełniają warunki

A) $a > 0$ i $b > 0$ B) $a > 0$ i $b < 0$ C) $a < 0$ i $b > 0$ D) $a < 0$ i $b < 0$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Dana jest funkcja wykładnicza $f(x) = 1 + 2^{-x}$ określona dla $x \in \mathbb{R}$.
Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.
Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A) $(1, +\infty)$,	**B)** $(-\infty, 1)$,

ponieważ wykres funkcji $y = f(x)$ można otrzymać z wykresu funkcji $y = 2^x$ poprzez

1)	symetrię względem osi Ox i przesunięcie o 1 jednostkę w dół.
2)	symetrię względem osi Oy i przesunięcie o 1 jednostkę w górę.
3)	symetrię względem osi Ox i przesunięcie o 1 jednostkę w górę.

ZADANIE 12 (1 PKT)

Przybliżenie liczby $1,8 \cdot 10^{-1,4}$ jest równe 0,07165929. Przybliżeniem liczby $54 \cdot 10^{0,6}$ z dokładnością do 3 miejsca po przecinku jest liczba

A) 21,499 B) 214,978 C) 2149,779 D) 71,659

ZADANIE 13 (1 PKT)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geqslant 1$, spełniony jest warunek $3a_4 = a_3 + 2a_2 + 4$. Różnica r tego ciągu jest równa

A) $\frac{4}{3}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{5}$

ZADANIE 14 (2 PKT)

Rozwiąż równanie $3x^3 + 6x^2 - 27x - 54 = 0$.

ZADANIE 15 (1 PKT)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AB| = 8$, $|BC| = 3$, $|AC| = 7$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Cosinus kąta BCA jest równy $-\frac{1}{7}$.	**P**	**F**
Trójkąt ABC jest ostrokątny.	**P**	**F**

ZADANIE 16 (1 PKT)

Liczba $\cos 125^\circ \cdot \sin 35^\circ - \sin 125^\circ \cdot \cos 35^\circ$ jest równa

A) 1 B) 0 C) -1 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ZADANIE 17 (2 PKT)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. W tym ciągu $a_1 = 5$, $a_2 = -15$, $a_3 = 45$.

Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Wzór ogólny ciągu (a_n) ma postać

A) $a_n = -5 \cdot (-3)^{n-1}$

B) $a_n = 5 \cdot (-3)^n$

C) $a_n = 5 \cdot (-3)^{n-1}$

D) $a_n = 5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

E) $a_n = -\frac{5}{3} \cdot (-3)^n$

F) $a_n = 5 \cdot (-3)^n \cdot 3$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 7 - \frac{n+2}{3}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Ciąg (a_n) jest geometryczny.	**P**	**F**
Suma szesnastu początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 56.	**P**	**F**

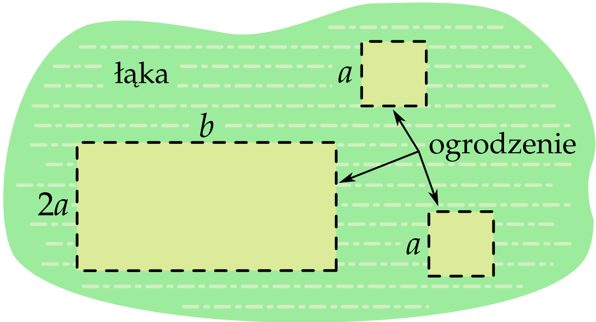
ZADANIE 19 (1 PKT)

Promień okręgu danego równaniem $x^2 - 6x + y^2 + 8y + 9 = 0$ ma długość

A) 2 B) 4 C) 9 D) 16

Zadanie 20 (4 pkt)

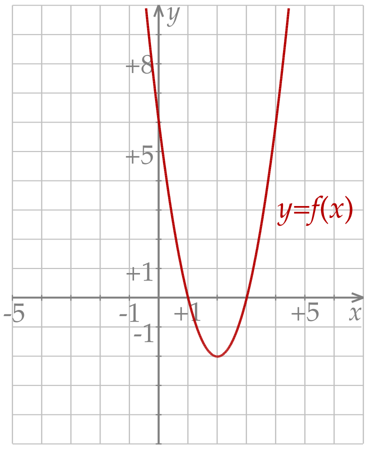
Do wyznaczenia trzech pastwisk na pewnej łące należy użyć ogrodzenia elektrycznego o łącznej długości 960 metrów. Dwa z tych pastwisk mają mieć kwadratowy kształt, a trzecie ma mieć kształt prostokąta, którego jeden z boków jest dwa razy dłuższy od boku pastwiska w kształcie kwadratu (zobacz rysunek).



Oblicz wymiary a i b tych pastwisk tak, aby ich łączna powierzchnia była największa możliwa. Oblicz tą największą powierzchnię.

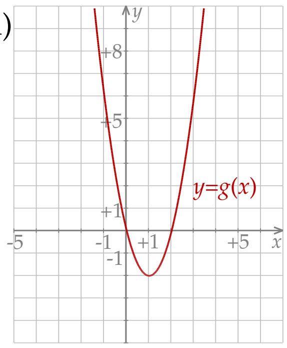
Informacja do zadań 21.1 – 21.3

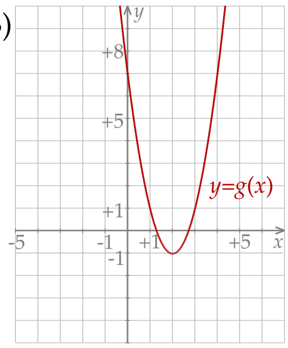
Dana jest funkcja kwadratowa f, której fragment wykresu przedstawiono na rysunku poniżej. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f, oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.

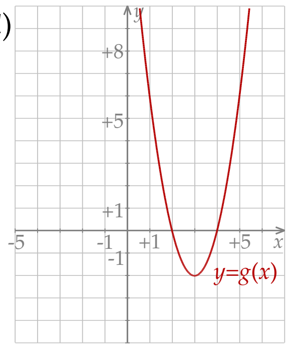


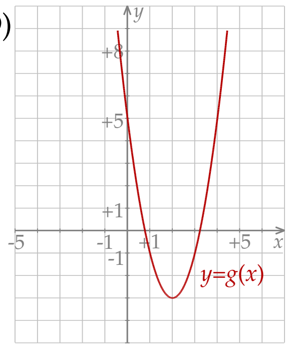
ZADANIE 21.1 (1 PKT)

Funkcja g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(x+1)$. Wykres funkcji g przedstawiono na rysunku

A)


B)


C)


D)


Zadanie 21.2 (3 pkt)

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej.

ZADANIE 21.3 (1 PKT)

Rozwiąż nierówność $f(x) > 0$.

ZADANIE 22 (1 PKT)

W pudełku są tylko kule białe, czarne i zielone. Kul białych jest dwa razy więcej niż czarnych, a czarnych jest trzy razy więcej niż zielonych. Z pudełka losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej lub białej jest równe

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{9}{10}$ D) $\frac{3}{5}$

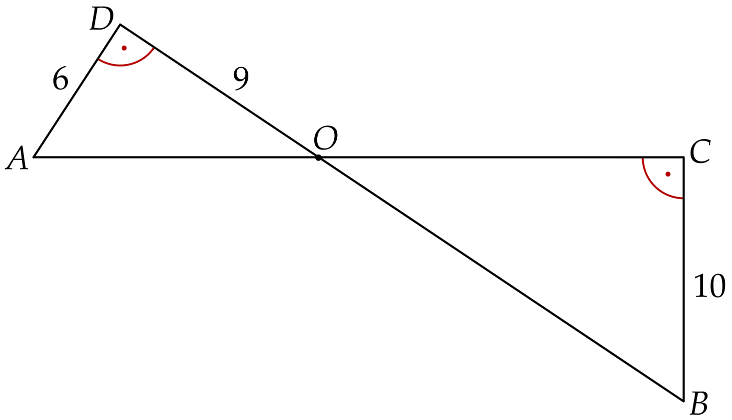
ZADANIE 23 (1 PKT)

W trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych długości 5 i 12 połączono wierzchołek C kąta prostego ze środkiem D przeciwprostokątnej. Długość odcinka CD jest równa

A) $\frac{1}{2}\sqrt{159}$ B) 6,5 C) 13 D) $\sqrt{119}$

ZADANIE 24 (1 PKT)

Odcinki AC i BD przecinają się w punkcie O. Ponadto $|AD| = 6$, $|OD| = 9$ i $|BC| = 10$. Kąty ODA i BCO są proste (zobacz rysunek).



Długość odcinka OC jest równa

A) 12 B) 15 C) $6\sqrt{13}$ D) $5\sqrt{13}$

Informacja do zadań 25.1 i 25.2

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są proste k oraz l o równaniach

$$k: \quad y = \frac{1}{4}x - 2$$
$$l: \quad y = ax + 2,$$

gdzie a jest pewną liczbą rzeczywistą.

ZADANIE 25.1 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Proste k i l mogą mięc nieskończenie wiele punktów wspólnych.	**P**	**F**
Punkt wspólny prostych k i l może leżeć w I ćwiartce układu współrzędnych	**P**	**F**

ZADANIE 25.2 (1 PKT)

Proste k i l są prostopadłe. Wyznacz ich punkt przecięcia.

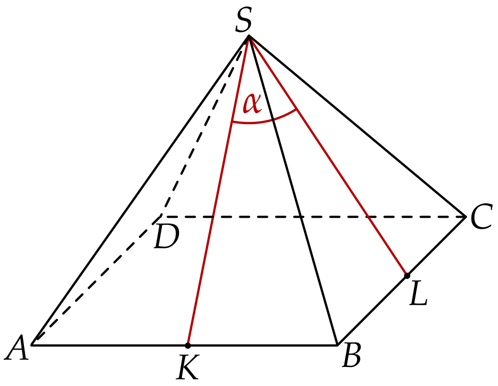
ZADANIE 26 (1 PKT)

Rozwiązaniem równania $\frac{x+5}{x-3} = \frac{2}{3}$ jest liczba

A) $-\frac{14}{5}$ B) -7 C) $-\frac{17}{3}$ D) -21

Zadanie 27 (2 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCDS$ wszystkie krawędzie mają jednakową długość.



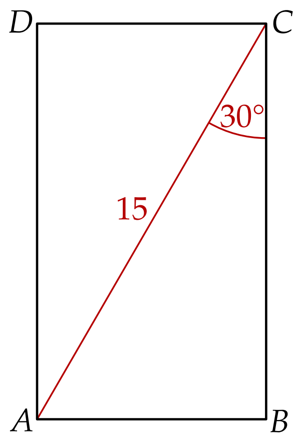
Oblicz cosinus kąta utworzonego przez wysokości SK i SL dwóch sąsiednich ścian bocznych.

ZADANIE 28 (2 PKT)

Przeprowadzono badanie dziennej liczby pokonywanych kilometrów przez kierowców pięciu taksówek. Na koniec dnia otrzymano następujące wyniki:
– I kierowca – 169 kilometrów
– II kierowca – 190 kilometrów
– III kierowca – 183 kilometrów
– IV kierowca – 197 kilometrów
– V kierowca – 211 kilometrów.
Odchylenie standardowe liczby przejechanych kilometrów jest równe $\sigma = 14$. Podaj numery kierowców, dla których liczba przejechanych kilometrów mieści się w przedziale określonym przez jedno odchylenie standardowe od średniej.

ZADANIE 29 (1 PKT)

Powierzchnię boczną graniastosłupa prawidłowego trójkątnego rozcięto wzdłuż krawędzi bocznej graniastosłupa i rozłożono na płaszczyźnie. Otrzymano w ten sposób prostokąt $ABCD$, w którym bok BC odpowiada krawędzi rozcięcia (wysokości graniastosłupa). Przekątna AC tego prostokąta ma długość 15 i tworzy z bokiem BC kąt o mierze 30° (zobacz rysunek).

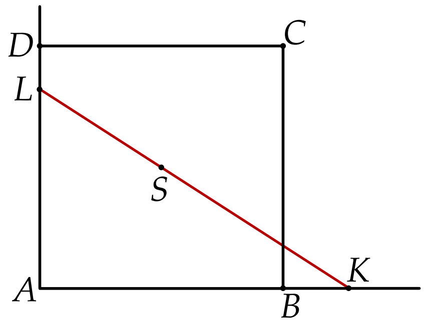


Długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa jest równa.

A) 2,5 B) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ D) 7,5

Informacja do zadań 30.1 i 30.2

Prosta przechodząca przez środek S kwadratu $ABCD$ przecina proste zawierające jego boki AB i AD odpowiednio w punktach K i L (zobacz rysunek).



Zadanie 30.1 (1 pkt)

Jeżeli bok kwadratu ma długość $|AB| = 8$ i $|AL| = 6$, to pole trójkąta AKL jest równe

A) 32 B) 36 C) 40 D) 52

ZADANIE 30.2 (2 PKT)

Wykaż, że

$$\frac{1}{|SL|^2} + \frac{1}{|SK|^2} = \frac{4}{|AB|^2}.$$