Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom podstawowy

23 kwietnia 2022

Czas pracy: 170 minut

Zadania zamknięte

Zadanie 1 (1 pkt)

Liczba $4^{-19}\cdot 16^9$ jest równa

A) 2^9 B) 16^{-2} C) 4^{10} D) 4^{-1}

Zadanie 2 (1 pkt)

Liczba 609 stanowi 140% liczby c. Wtedy liczba c jest równa

A) 420 B) 435 C) 468 D) 406

Zadanie 3 (1 pkt)

Wiadomo, że $\log_3 2 = a$ oraz $\log_3 7 = b$. Zatem $\log_3 7^{\log_3 8}$ jest równy

A) $3(a+b)$ B) $a+3b$ C) $3a+b$ D) $3ab$

Zadanie 4 (1 pkt)

Dla każdej liczby rzeczywistej x wyrażenie $(1+x)^2-(x-2)^2$ jest równe

A) $2x-1$ B) $2x^2-6x-3$ C) $(2x-3)^2$ D) $6x-3$

Zadanie 5 (1 pkt)

Liczba 3 jest rozwiązaniem równania

A) $x^4-3x+3=0$ B) $2^{x-3}=2$ C) $\log_x 9=2$ D) $\sqrt{(2-x)^2}=2$

Zadanie 6 (1 pkt)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{1-x}{2}-2x\geqslant m$ jest przedział $(-\infty,5\rangle$. Liczba m jest więc równa

A) -12 B) 13 C) -13 D) 17

Zadanie 7 (1 pkt)

Rozwiązaniem równania $\frac{x}{\sqrt{3}}=2\sqrt{6}+x$ jest liczba

A) $-3\sqrt{6}-3\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}-3\sqrt{6}$ C) $\frac{6\sqrt{6}}{1-\sqrt{3}}$ D) $\frac{6\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

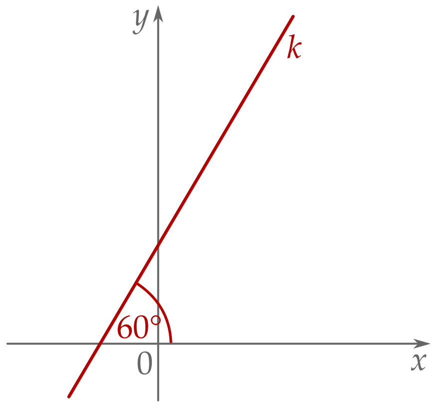
ZADANIE 8 (1 PKT)

Punkty $A = (a, -7)$ i $B = (9, b)$ są końcami średnicy okręgu o środku $S = (3, -3)$. Wtedy

A) $a = 1$ B) $a = -3$ C) $b = -1$ D) $b = 3$

ZADANIE 9 (1 PKT)

Prosta k przechodzi przez punkt $A = (-\sqrt{3}, -2)$ i jest nachylona do osi Ox pod kątem 60° (zobacz rysunek).



Prosta k ma równanie

A) $y = \sqrt{3}x + 5$ B) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 1$ C) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 5$ D) $y = \sqrt{3}x + 1$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^2}{4x-1}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq \frac{1}{4}$. Wtedy dla argumentu $x = 2 - \sqrt{3}$ wartość funkcji f jest równa

A) $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$ B) -1 C) 1 D) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Iloraz tego ciągu jest równy $-\frac{1}{2}$. Wtedy

A) $a_{24} = \frac{1}{32}a_{19}$ B) $a_{24} = \frac{1}{64}a_{19}$ C) $a_{24} = -\frac{1}{32}a_{19}$ D) $a_{24} = -\frac{1}{64}a_{19}$

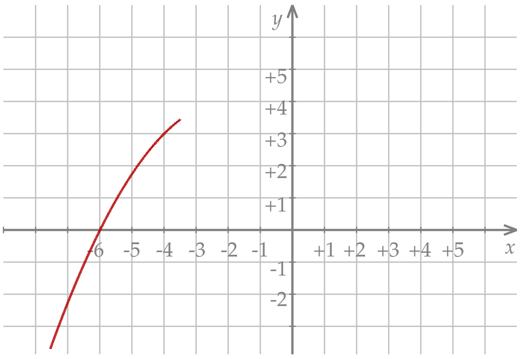
ZADANIE 12 (1 PKT)

Ciąg (b_n) jest określony wzorem $b_n = \frac{1+4n^2-4n}{3n^2-28n}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Liczba niedodatnich wyrazów ciągu (b_n) jest równa

A) 8 B) 9 C) 13 D) 14

Informacja do zadań 13 i 14

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f. Jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest liczba (-6). Do wykresu funkcji f należy punkt $(-4,3)$. Prosta o równaniu $x=-2$ jest osią symetrii paraboli, będącej wykresem funkcji f.



ZADANIE 13 (1 PKT)

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A) 2 B) 1 C) 0 D) -2

ZADANIE 14 (1 PKT)

Wartość funkcji f dla argumentu 0 jest równa

A) -2 B) 0 C) 3 D) 4

ZADANIE 15 (1 PKT)

Ciągi (a_n), (b_n) oraz (c_n) są określone dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$ następująco:

$$\begin{aligned} a_n &= 4n^2+n^3 \\ b_n &= 13+2(n-1)n \\ c_n &= 3^n. \end{aligned}$$

Wskaż zdanie prawdziwe.

A) Ciąg (a_n) jest arytmetyczny.
B) Ciąg (b_n) jest arytmetyczny.
C) Ciąg (c_n) jest arytmetyczny.
D) Wśród ciągów (a_n), (b_n), (c_n) nie ma ciągu arytmetycznego.

ZADANIE 16 (1 PKT)

Para liczb $x=3$, $y=-1$ spełnia układ równań

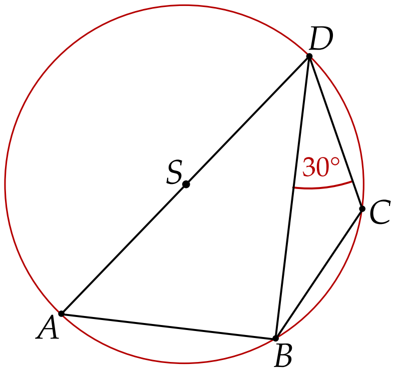
$$\begin{cases} x-y=a^2 \\ (1-a)x-3y=-6a. \end{cases}$$

Wtedy a jest równe

A) 2 B) -2 C) $\sqrt{2}$ D) $-\sqrt{2}$

ZADANIE 17 (1 PKT)

Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg o środku S. Bok AD jest średnicą tego okręgu, a miara kąta BDC jest równa 30° (zobacz rysunek).



Wtedy miara kąta BSC jest równa

A) 40° B) 30° C) 60° D) 50°

ZADANIE 18 (1 PKT)

Kąt α jest kątem ostrym i $3\sin\alpha - \cos\alpha = 3\cos\alpha - \sin\alpha$. Zatem

A) $\operatorname{tg} 3\alpha = 0$ B) $\operatorname{tg} 3\alpha = -1$ C) $\operatorname{tg} 3\alpha = 1$ D) $\operatorname{tg} 3\alpha = \sqrt{3}$

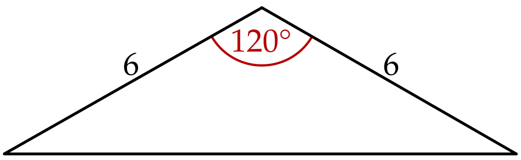
ZADANIE 19 (1 PKT)

Funkcja liniowa $f(x) = (a+3)x - 1$ osiąga wartość największą równą -1. Wtedy

A) $a = -1$ B) $a = 0$ C) $a = 1$ D) $a = -3$

ZADANIE 20 (1 PKT)

W pewnym trójkącie równoramiennym największy kąt ma miarę 120°, a ramię ma długość 6 (zobacz rysunek).



Najkrótsza wysokość tego trójkąta ma długość równą

A) 4 B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) 3

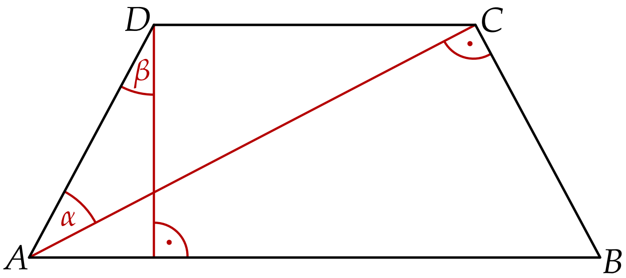
ZADANIE 21 (1 PKT)

W układzie współrzędnych dane są dwa punkty $A = (m, -2)$ oraz $B = (3, m)$. Współczynnik kierunkowy prostej AB jest równy $\frac{3}{2}$. Zatem

A) $m = -2$ B) $m = 1$ C) $m = -1$ D) $m = 2$

ZADANIE 22 (1 PKT)

Przekątna AC trapezu równoramiennego $ABCD$ jest prostopadła do ramienia BC oraz tworzy z ramieniem AD kąt ostry α. Wysokość trapezu opuszczona z wierzchołka D i ramię AD przecinają się pod kątem ostrym β o mierze 40° (zobacz rysunek).



Wtedy kąt α ma miarę

A) 15° B) 20° C) 10° D) 25°

ZADANIE 23 (1 PKT)

Punkty o współrzędnych: $(5,-3)$, $(-7,1)$, $(-3,5)$ i $(1,-7)$ są wierzchołkami prostokąta. Pole tego prostokąta jest równe

A) $32\sqrt{5}$ B) 32 C) 64 D) $16\sqrt{5}$

ZADANIE 24 (1 PKT)

Każdą krawędź czworościanu foremnego wydłużamy dwukrotnie. Pole powierzchni czworościanu zwiększy się

A) dwukrotnie B) czterokrotnie C) ośmiokrotnie D) szesnastokrotnie

ZADANIE 25 (1 PKT)

Wszystkich liczb naturalnych sześciocyfrowych nieparzystych jest

A) $9\cdot 5\cdot 10^4$ B) $9\cdot 2\cdot 10^4$ C) $5\cdot 10^5$ D) $4\cdot 10^6$

ZADANIE 26 (1 PKT)

Z wierzchołków sześcianu $ABCDEFGH$ losujemy jednocześnie dwa różne wierzchołki. Prawdopodobieństwo tego, że wierzchołki te są końcami przekątnej jednej ze ścian sześcianu $ABCDEFGH$, jest równe

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{3}{7}$

ZADANIE 27 (1 PKT)

Przekątna sześcianu ma długość $2\sqrt{6}$. Objętość tego sześcianu wynosi

A) $12\sqrt{2}$ B) $8\sqrt{6}$ C) $16\sqrt{2}$ D) 48

ZADANIE 28 (1 PKT)

Średnia arytmetyczna czterech liczb dodatnich: $1, 3x-1, 3x+1, 3x+3$ jest równa $\frac{11}{2}$. Wynika stąd, że

A) $x=2$ B) $x=\frac{13}{2}$ C) $x=\frac{5}{9}$ D) $x=9$

ZADANIE 29 (2 PKT)

Wyznacz wszystkie liczby całkowite spełniające nierówność $7-5x^2+3x \geqslant 0$.

ZADANIE 30 (2 PKT)

Wykaż, że dla każdych czterech liczb dodatnich a, b, c i d takich, że $a > b$ i $a > c$ spełniona jest nierówność

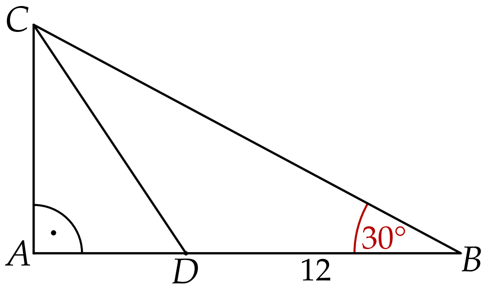
$$\frac{2a}{b+c} > \frac{2a+d}{b+c+d}.$$

ZADANIE 31 (2 PKT)

Punkty $A = (10, 0)$ i $B = (0, -6)$ są końcami odcinka AB. Prosta $y = -x$ przecina odcinek AB w punkcie C. Oblicz stosunek $\frac{|AC|}{|CB|}$.

ZADANIE 32 (2 PKT)

W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A jest prosty, a kąt przy wierzchołku B ma miarę 30°. Na boku AB tego trójkąta obrano punkt D tak, że odcinek CD jest dwusieczną kąta przy wierzchołku C oraz $|DB| = 12$ (zobacz rysunek). Oblicz $|AD|$.



ZADANIE 33 (2 PKT)

Dany jest trapez o podstawach długości a oraz b i wysokości h. Każdą z podstaw tego trapezu skrócono o 20%, a wysokość wydłużono tak, że powstał nowy trapez o takim samym polu. Oblicz, o ile procent wydłużono wysokość h trapezu.

ZADANIE 34 (2 PKT)

Gracz rzuca dwukrotnie symetryczną sześcienną kostką do gry i oblicza wartość bezwzględną różnicy liczb wyrzuconych oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że obliczona wartość bezwzględna różnicy wyrzuconych oczek jest równa 3, 4 lub 5.

ZADANIE 35 (5 PKT)

Rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Suma pierwszych dwunastu wyrazów tego ciągu jest równa 240. Wyrazy a_3, a_6, a_{15} tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Wyznacz wzór na n–ty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n).