Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom rozszerzony

2 kwietnia 2022

Czas pracy: 180 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $\left((\sqrt{3}-1)^2+(\sqrt{3}+1)^2\right)^3$ jest równa

A) 512 B) 0 C) $-24\sqrt{3}$ D) $-192\sqrt{3}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Granica $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x-3}{x+2}$

A) nie istnieje B) jest równa $-\infty$ C) jest liczbą rzeczywistą D) jest równa $+\infty$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Wyrażenie $2\sin x\cos 4x$ jest równe

A) $\cos 5x-\sin 3x$ B) $\cos 5x-\cos 3x$ C) $\sin 5x-\sin 3x$ D) $\sin 5x-\cos 3x$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Liczba różnych pierwiastków równania $x^2+0,25=|x|$ jest równa

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

ZADANIE 5 (2 PKT)

W wyniku dzielenia wielomianu $2x^3 - x^2 - 6x + 5$ przez dwumian $x^2 - 4$ otrzymujemy resztę postaci $ax + b$. Oblicz a i b.

Zadanie 6 (3 pkt)

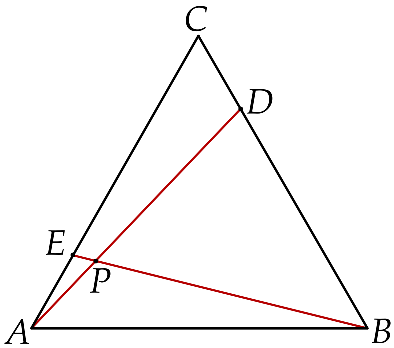
Dane są wektory $\vec{a} = [1,-2]$, $\vec{b} = [-2,-1]$, $\vec{c} = [3,4]$. Dobierz wartości parametrów p, $q \in \mathbb{R}$ tak, aby wektory $\overrightarrow{AB} = p\vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = q\vec{b}$ i $\overrightarrow{CA} = \vec{c}$ tworzyły trójkąt ABC.

ZADANIE 7 (3 PKT)

Wykaż, że jeżeli $a > b \geqslant 1$, to $\frac{a}{2+a^3} < \frac{b}{2+b^3}$.

Zadanie 8 (3 pkt)

Dany jest trójkąt równoboczny ABC. Na bokach BC i CA wybrano punkty – odpowiednio – D i E takie, że $|CD| = |AE| = \frac{1}{4}|AB|$. Odcinki AD i BE przecinają się w punkcie P (zobacz rysunek).



Wykaż, że pole trójkąta APE jest 52 razy mniejsze od pola trójkąta ABC.

Zadanie 9 (4 pkt)

Dane są prosta k o równaniu $x-3y=0$ i prosta l o równaniu $3x+y-2=0$. Punkt P leży na prostej o równaniu $y=x-6$. Odległość punktu P od prostej k jest trzy razy większa niż odległość punktu P od prostej l. Oblicz współrzędne punktu P.

Zadanie 10 (4 pkt)

Suma czterech początkowych wyrazów ciągu (a_n) określonego dla $n \geqslant 0$ jest równa (-12). Ponadto dla każdej liczby całkowitej $n \geqslant 0$ spełniony jest warunek $\log_{\frac{1}{2}}(a_n - a_{n+1}) = -2$. Oblicz nieskończoną sumę

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{a_0} + \left(\frac{3}{2}\right)^{a_1} + \left(\frac{3}{2}\right)^{a_2} + \ldots$$

ZADANIE 11 (4 PKT)

Odległość wierzchołka sześcianu od przekątnej sześcianu (do której dany wierzchołek nie należy) jest równa 4 cm. Oblicz objętość sześcianu.

ZADANIE 12 (5 PKT)

Rozwiąż równanie $\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} x - 4\sin x = 0$ w przedziale $\langle 0, \pi\rangle$.

ZADANIE 13 (5 PKT)

Trzy cięciwy okręgu o promieniu r tworzą trójkąt wpisany w ten okrąg. Dwie najkrótsze z tych cięciw mają długości $\frac{1}{2}r$ i $r\sqrt{3}$. Wykaż, że trzecia cięciwa ma długość $\frac{1+3\sqrt{5}}{4}r$.

ZADANIE 14 (6 PKT)

Dla jakich wartości parametru m równanie $4x^5 + 4(1-m)x^3 + (m^2-4)x = 0$ ma dokładnie trzy różne rozwiązania?

ZADANIE 15 (7 PKT)

W każdej z czterech urn są 24 kule, w tym dokładnie k białych. Z każdej urny losujemy jedną kulę. Dla jakiej wartości k prawdopodobieństwo wylosowania dokładnie dwóch kul białych jest największe? Oblicz to największe prawdopodobieństwo.