Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom podstawowy

2 marca 2024

Czas pracy: 180 minut

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczbą odwrotną do liczby $\left(0,25^{\frac{1}{4}}-18^{\frac{1}{2}}+4,5^{\frac{1}{2}}\right)^2$ jest liczba

A) 2^{-1} B) 13 C) 2 D) $2^{-\frac{1}{2}}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\log_{\frac{1}{6}} 3+\log_{\frac{1}{6}} \sqrt[3]{36}-\log_{\frac{1}{6}} 3\sqrt[6]{6}$ jest równa

A) $\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 4 D) $-\frac{1}{2}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $(3-\sqrt{8})^2-(\sqrt{8}-3)^2$ jest równa

A) $\left(-2\sqrt{8}\right)$ B) $12\sqrt{8}$ C) 24 D) 0

ZADANIE 4 (1 PKT)

Klient wpłacił do banku 40 000 zł na lokatę trzyletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 5% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie. Po trzech latach oszczędzania od wartości odsetek doliczonych na tej lokacie pobrano podatek od zysków kapitałowych w wysokości 19%. Wartość pobranego podatku była równa

A) 6305 zł B) 1197,95 zł C) 23050 zł D) 4379,5 zł

ZADANIE 5 (2 PKT)

Dany jest prostopadłościan o krawędziach długości a, b i c, gdzie $a > b > c$. Suma długości wszystkich krawędzi tego prostopadłościanu jest równa 116. Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe 552. Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.
Zależności między długościami krawędzi tego prostopadłościanu zapisano w układzie równań

A) $\begin{cases} 2a+2b+2c=58 \\ ab+bc+ca=276 \end{cases}$ B) $\begin{cases} 2ab+2bc+2ca=552 \\ 4(a+b+c)=116 \end{cases}$ C) $\begin{cases} a+b+c=116 \\ ab+bc+ca=552 \end{cases}$

D) $\begin{cases} ab+bc+ca=552 \\ 2a+2b+2c=58 \end{cases}$ E) $\begin{cases} 2a+2b+2c=116 \\ 2ab+2bc+2ca=552 \end{cases}$ F) $\begin{cases} 4ab+4bc+4ca=552 \\ 4a+4b+4c=116 \end{cases}$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Jednym z rozwiązań równania $\sqrt{2}(x^2-3)(x+2)=0$ jest liczba

A) 3 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$

Informacja do zadań 7.1 i 7.2

Masa m leku L zażytego przez chorego zmienia się w organizmie zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot (0,7)^{0,25t},$$

gdzie:

- m_0 – masa (wyrażona w mg) przyjętej w chwili $t = 0$ dawki leku,
- t – czas (wyrażony w godzinach) liczony od momentu $t = 0$ zażycia leku.

ZADANIE 7.1 (1 PKT)

Chory przyjął jednorazowo lek L w dawce 80 mg. Oblicz, po ilu godzinach od momentu przyjęcia dawki, w organizmie chorego pozostanie 39,2 mg leku L.

Zadanie 7.2 (1 pkt)

Liczby $m(5,5)$, $m(7)$, $m(8,5)$ w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Oblicz iloraz tego ciągu.

ZADANIE 8 (2 PKT)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej nieparzystej n liczba $5n^2 - 4n + 3$ jest podzielna przez 4.

ZADANIE 9 (1 PKT)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) wykresy funkcji liniowych $f(x) = (2m+3)x-3$ oraz $g(x) = -2x+1$ nie mają punktów wspólnych dla

A) $m = -\frac{5}{2}$ B) $m = -1$ C) $m = 1$ D) $m = -\frac{1}{2}$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Dana jest nierówność

$$|x-957| < 3263.$$

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Ponad 6500 liczb całkowitych spełnia tę nierówność.	**P**	**F**
Najmniejsza liczba całkowita, która spełnia tę nierówność jest nieparzysta.	**P**	**F**

Zadanie 11 (2 pkt)

Rozwiąż równanie

$$9x^3 + 4 = 6x^2 + 6x.$$

Zadanie 12 (1 pkt)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. W tym ciągu $a_2 = 52$ oraz $a_3 = 47$. Szósty wyraz ciągu (a_n) jest równy

A) 32 B) 62 C) 37 D) 27

Zadanie 13 (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) prosta o równaniu $y = ax + b$ przechodzi przez punkty $A = (-5, -2)$ oraz $B = (1, 7)$. Współczynnik a w równaniu tej prostej jest równy

A) $\frac{3}{2}$ B) (-6) C) $\frac{5}{6}$ D) $\left(-\frac{2}{3}\right)$

ZADANIE 14 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2^n \cdot (n-1)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Wyraz a_4 jest równy

A) 64 B) 40 C) 48 D) 80

ZADANIE 15 (1 PKT)

Kąt α jest rozwarty oraz $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Tangens α jest równy

A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

ZADANIE 16 (3 PKT)

Ciąg $(x, y, 8)$ jest malejącym ciągiem geometrycznym. Jeżeli pierwszy wyraz tego ciągu zmniejszymy o 2, to otrzymamy trzywyrazowy ciąg arytmetyczny. Wyznacz x i y.

ZADANIE 17 (1 PKT)

W trójkącie ABC długość boku AC jest równa 6, a długość boku BC jest równa 8. Dwusieczna kąta ACB przecina bok AB w punkcie D. Stosunek $|AD| : |DB|$ jest równy

A) $4:3$ B) $3:4$ C) $4:7$ D) $3:7$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy 288, natomiast iloraz ciągu jest równy $\left(-\frac{1}{2}\right)$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Wśród wyrazów ciągu (a_n) jest dokładnie 5 liczb całkowitych.	**P**	**F**
Jeden z wyrazów ciągu (a_n) jest równy $\frac{3}{512}$.	**P**	**F**

ZADANIE 19 (1 PKT)

Dla każdego kąta α wyrażenie $7\cos^2\alpha - 2$ jest równe

A) $7\sin^2\alpha$
B) $5\sin^2\alpha$
C) $5 - \sin^2\alpha$
D) $5\cos^2\alpha - 2\sin^2\alpha$

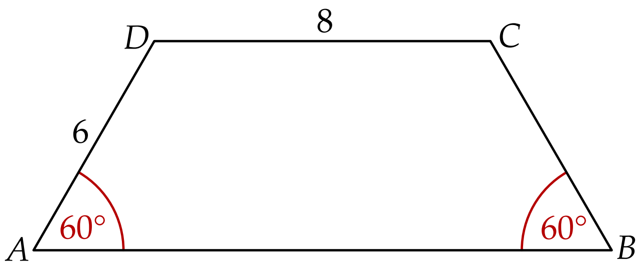
ZADANIE 20 (1 PKT)

Punkty $K = (1, -8)$ oraz $L = (-5, -2)$ są wierzchołkami trójkąta równobocznego KLM. Pole trójkąta KLM jest równe

A) $17\sqrt{2}$
B) $18\sqrt{3}$
C) $18\sqrt{2}$
D) $17\sqrt{3}$

Zadanie 21 (2 pkt)

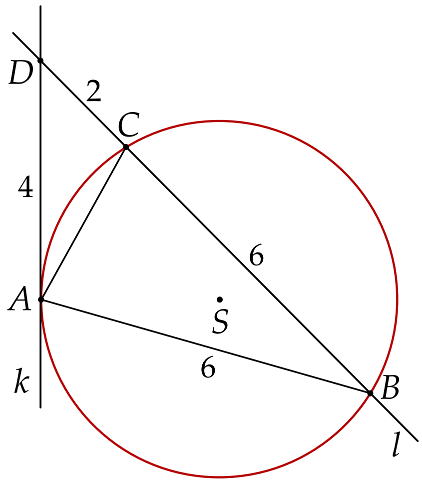
Dany jest trapez równoramienny $ABCD$, w którym podstawa CD ma długość 8, ramię AD ma długość 6, a kąty BAD oraz ABC mają miarę 60° (zobacz rysunek).



Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 22 (1 pkt)

Prosta k jest styczna w punkcie A do okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym ABC, w którym $|AB| = |CB| = 6$. Prosta l zawiera punkty B i C i przecina prostą k w punkcie D, przy czym $|CD| = 2$ i $|AD| = 4$ (zobacz rysunek).



Długość odcinka AC jest równa

A) 3 B) $\frac{4}{3}$ C) $\sqrt{12}$ D) $\sqrt{8}+2$

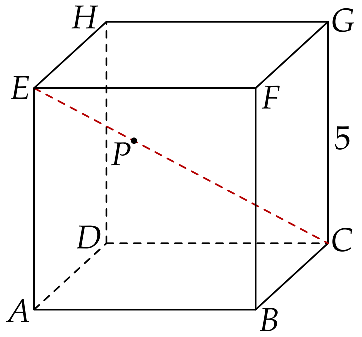
ZADANIE 23 (1 PKT)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są punkty $B = (9, -17)$ oraz $P = (3, 1)$. Punkt P dzieli odcinek AB tak, że $|AP| : |PB| = 1 : 3$. Punkt A ma współrzędne

A) $(2, -3)$ B) $(1, 7)$ C) $(7, -11)$ D) $(5, -5)$

ZADANIE 24 (1 PKT)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 5. Na przekątnej CE tego sześcianu znajduje się punkt P (zobacz rysunek).

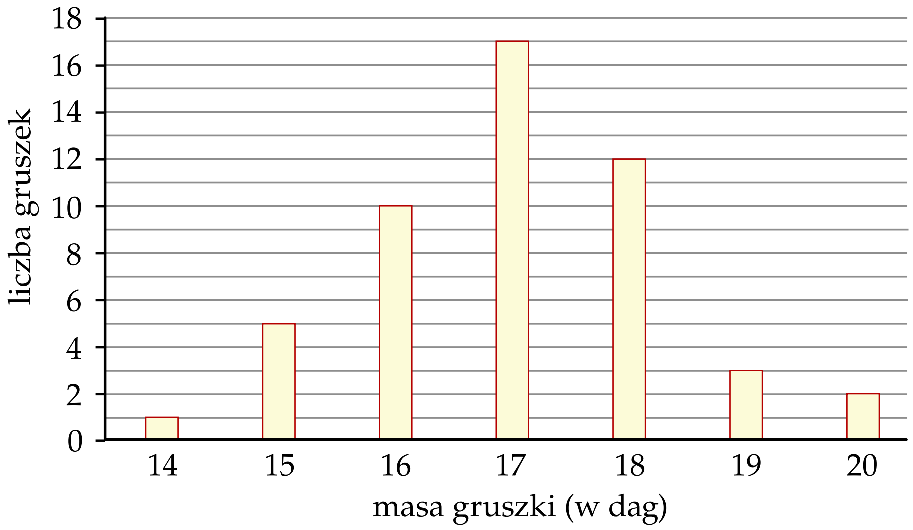


Suma odległości punktu P od krawędzi EA, EF, EH, CB, CD i CG sześcianu $ABCDEFGH$ jest równa

A) 15 B) $30\sqrt{2}$ C) $15\sqrt{2}$ D) 30

Informacja do zadań 25.1 i 25.2

W hurtowni owoców wyselekcjonowana gruszka spełnia normę jakości, gdy jej masa (po zaokrągleniu do pełnych dekagramów) mieści się w przedziale [16 dag, 18 dag]. Pobrano próbę kontrolną liczącą 50 gruszek i następnie zważono każdą z nich. Na poniższym wykresie słupkowym przedstawiono rozkład masy gruszek w badanej próbie. Na osi poziomej podano – wyrażoną w dekagramach – masę gruszki (w zaokrągleniu do pełnych dekagramów), a na osi pionowej przedstawiono liczbę gruszek o określonej masie.



Zadanie 25.1 (1 pkt)

Spośród 50 zważonych gruszek z pobranej próby kontrolnej losujemy jedną gruszkę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana gruszka spełnia normę jakości, jest równe

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{17}{50}$ C) $\frac{19}{25}$ D) $\frac{39}{50}$

ZADANIE 25.2 (1 PKT)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.

Dominanta masy 50 zważonych gruszek (w zaokrągleniu do pełnych dekagramów) z pobranej próby kontrolnej jest równa

A) 18 dag,	**B)** 17 dag,

ponieważ

1)	ta masa jest największa w tej próbie.
3)	ta masa występuje najliczniej w tej próbie.
3)	iloczyn tej masy i liczby gruszek o takiej masie jest największy w tej próbie.

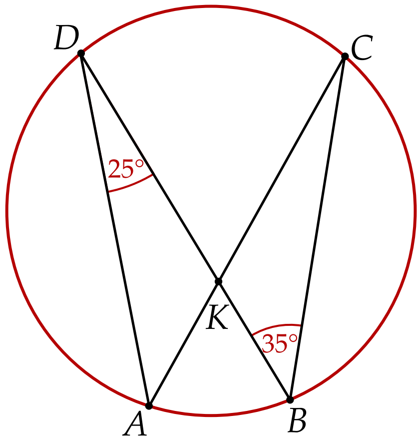
ZADANIE 26 (1 PKT)

W pewnym ostrosłupie prawidłowym stosunek liczby W wszystkich wierzchołków do liczby K wszystkich krawędzi jest liczbą z przedziału $(0,54; 0,545)$. Liczba ścian tego ostrosłupa jest równa

A) 12 B) 8 C) 13 D) 9

ZADANIE 27 (1 PKT)

Na łukach AB i CD okręgu są oparte kąty wpisane ADB i DBC, takie, że $|\measuredangle ADB| = 25^\circ$ i $|\measuredangle DBC| = 35^\circ$ (zobacz rysunek). Cięciwy AC i BD przecinają się w punkcie K.



Miara kąta DKC jest równa

A) 50° B) 75° C) 60° D) 45°

ZADANIE 28 (1 PKT)

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych o sumie cyfr równej 3 jest

A) 9 B) 10 C) 12 D) 8

Informacja do zadań 29.1 i 29.2

Właściciel pewnej piekarni przeanalizował dane dotyczące liczby obsługiwanych klientów z 28 kolejnych dni. Przyjmijmy, że liczbę L obsługiwanych klientów n–tego dnia opisuje funkcja

$$L(n) = -n^2 + 26n + 119$$

gdzie n jest liczbą naturalną spełniającą warunki $n \geqslant 1$ i $n \leqslant 28$.

ZADANIE 29.1 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

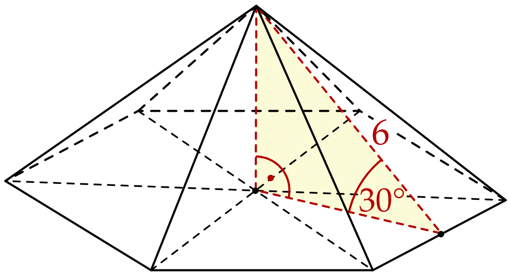
W piątym dniu analizowanego okresu obsłużono 224 klientów.	**P**	**F**
Łączna liczba klientów obsłużonych w czasie wszystkich analizowanych dni jest równa $L(1) - L(28)$.	**P**	**F**

ZADANIE 29.2 (2 PKT)

W którym dniu analizowanego okresu w piekarni obsłużono największą, a w którym dniu najmniejszą liczbę klientów? Oblicz liczby klientów obsłużonych w tych dniach.

ZADANIE 30 (4 PKT)

Dany jest ostrosłup prawidłowy sześciokątny. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° i ma długość równą 6 (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

ZADANIE 31 (1 PKT)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f jest liczba 4048. Wykres tej funkcji przechodzi przez punkt $(-2024, -3)$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Wykres funkcji f przecina oś Oy poniżej osi Ox.	**P**	**F**
Liczba $f(5000)$ jest ujemna.	**P**	**F**

ZADANIE 32 (1 PKT)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = (x+13)^2 - 100$. Jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest liczba (-3). Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A) -29 B) -23 C) 23 D) 29