Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

POZIOM PODSTAWOWY

26 marca 2022

Czas pracy: 170 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

W trakcie testów drogowych samochód numer 1 poruszał się ze stałą prędkością v_1 i pokonał trasę o 10% dłuższą, niż samochód nr 2, który poruszał się ze stałą prędkością v_2. Czas w jakim samochód nr 2 pokonał swoją trasę był o 20% krótszy, niż czas w jakim swoją trasę pokonał samochód nr 1. Stosunek prędkości $\frac{v_1}{v_2}$ jest równy

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{22}{25}$ D) $\frac{4}{5}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\log_{15} 27 + 3\log_{15} 5$ jest równa

A) $\log_{15} \frac{27}{125}$ B) 3 C) 2 D) $\log_{15} \frac{81}{25}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Rozważamy przedziały liczbowe: $(-\infty, 13\rangle$ i $(-5, +\infty)$. Ile jest wszystkich liczb całkowitych, które należą jednocześnie do obu rozważanych przedziałów?

A) 17 B) 16 C) 18 D) 19

ZADANIE 4 (1 PKT)

Liczba $\left(5^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{7}{8}}\right)^{\frac{4}{5}}$ jest równa

A) $5^{\frac{13}{10}}$ B) 5^1 C) $5^{\frac{13}{8}}$ D) $5^{\frac{21}{40}}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Wyrażenie $(a-b+c+d)(a+b-c+d)$ może być zapisane w postaci

A) $(a+d)^2-(c+b)^2$ B) $(a-d)^2-(c-b)^2$

C) $(a+d)^2-(c-b)^2$ D) $(a-d-c+b)^2$

ZADANIE 6 (1 PKT)

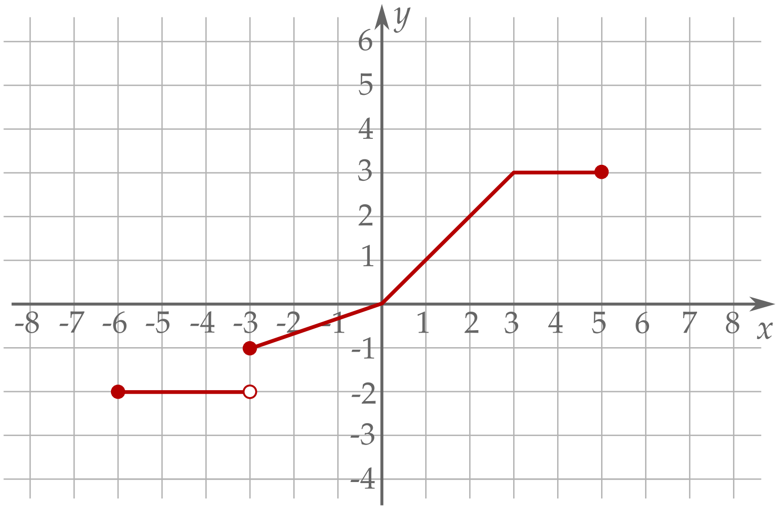
Zbiór rozwiązań nierówności $9-\frac{3-5x}{9} \geqslant \frac{2-3x}{4} - 2x$ jest taki sam jak zbiór rozwiązań nierówności

A) $9+\frac{3x-2}{4} \geqslant \frac{5x-3}{9} - 2x$ B) $2x-\frac{3x-2}{4} \geqslant \frac{3-5x}{9} - 9$

C) $9+\frac{2-3x}{4} \geqslant \frac{5x-3}{9} - 2x$ D) $2x+\frac{3x-2}{4} \geqslant \frac{3-5x}{9} - 9$

ZADANIE 7 (1 PKT)

Na poniższym rysunku przedstawiono wykres funkcji f określonej w zbiorze $\langle -6, 5\rangle$.



Funkcja g jest określona wzorem $g(x) = -f(-x)$ dla $x \in \langle -5, 6\rangle$. Wskaż zdanie prawdziwe.
A) Zbiór wartości funkcji g nie zawiera liczb dodatnich.
B) Punkt $P = (3, 3)$ należy do wykresów funkcji f i g.
C) Równanie $f(x) = g(x)$ ma nieskończenie wiele rozwiązań.
D) Jest tylko jedna liczba x spełniająca nierówność $g(x) \geqslant f(x)$.

ZADANIE 8 (1 PKT)

Równanie $\frac{x^5-8x^3+16x}{3x^4-48} = 0$

A) ma dwa rozwiązania
B) ma trzy rozwiązania
C) nie ma rozwiązań
D) ma jedno rozwiązanie

ZADANIE 9 (1 PKT)

Liczba dzielników naturalnych liczby 57^2 jest równa

A) 8
B) 9
C) 16
D) 4

ZADANIE 10 (1 PKT)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -3(2x+4)(5x-3)$. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f, ma współrzędną x równą

A) $-\frac{7}{10}$
B) $-\frac{7}{5}$
C) $-\frac{1}{2}$
D) $\frac{13}{5}$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Do wykresu funkcji f określonej dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = 2^x - 3$ należy punkt o współrzędnych

A) $(-1, -5)$
B) $(0, -3)$
C) $(2, 1)$
D) $(1, 1)$

ZADANIE 12 (1 PKT)
Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{3}$. Wtedy
A) $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{13}}{26}$ B) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{13}}{13}$ C) $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ D) $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

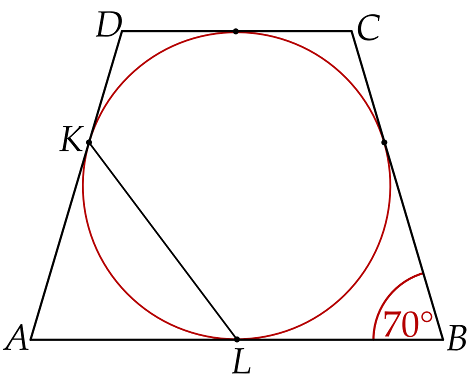
ZADANIE 13 (1 PKT)
Dane są ciągi (a_n), (b_n), (c_n), (d_n), określone dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$ wzorami: $a_n = 18n + 13$, $b_n = 3n^2 - 92$, $c_n = n^2 + 11n - 4$, $d_n = \frac{n+167}{n}$. Liczba 206 jest dziesiątym wyrazem ciągu
A) (a_n) B) (b_n) C) (c_n) D) (d_n)

ZADANIE 14 (1 PKT)
Najmniejszą liczbą całkowitą należącą do dziedziny funkcji $f(x) = \sqrt{-6x^2 - 17x + 289}$ jest
A) -9 B) -8 C) -6 D) -5

ZADANIE 15 (1 PKT)
Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Piąty wyraz tego ciągu jest o 12 większy od trzeciego wyrazu. Wtedy różnica $a_{17} - a_{12}$ jest równa
A) 60 B) 6 C) 30 D) 24

ZADANIE 16 (1 PKT)
W rosnącym ciągu geometrycznym (a_n), określonym dla $n \geqslant 1$, pierwsze trzy wyrazy są długościami boków trójkąta prostokątnego. Zatem
A) $a_1 + a_2 = a_3$ B) $a_1 + a_3 = a_5$ C) $a_1 + a_2 = a_4$ D) $a_1^2 + a_3^2 = a_2^2$

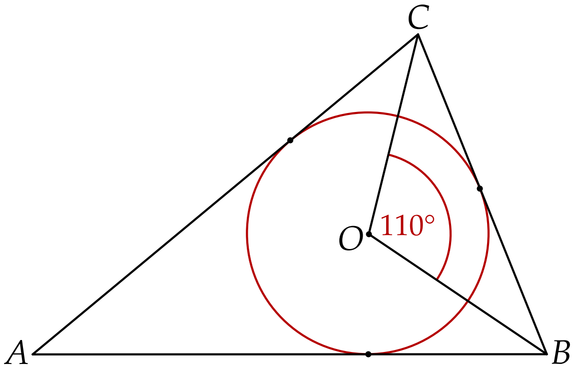
ZADANIE 17 (1 PKT)
Punkty K i L są punktami styczności okręgu wpisanego w trapez równoramienny $ABCD$ z bokami AD i AB. Kąt ostry tego trapezu ma miarę 70° (zobacz rysunek).



Miara kąta DKL jest równa
A) 135° B) 125° C) 110° D) 130°

Zadanie 18 (1 pkt)

Okrąg o środku w punkcie O jest wpisany w trójkąt ABC. Wiadomo, że $|AB| = |AC|$ i $|\measuredangle BOC| = 110^\circ$ (zobacz rysunek).



Miara kąta BAC jest równa

A) 20° B) 30° C) 40° D) 50°

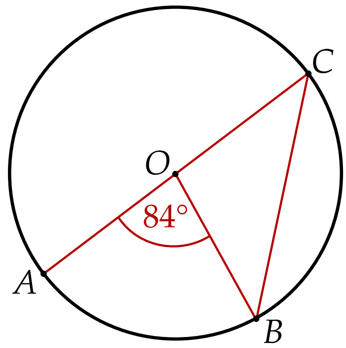
Zadanie 19 (1 pkt)

Pole pewnego trójkąta równobocznego jest równe $\frac{9\sqrt{3}}{25}$. Obwód tego trójkąta jest równy

A) 4 B) 2 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{18}{5}$

Zadanie 20 (1 pkt)

Na okręgu o środku w punkcie O leżą punkty A, B oraz C. Odcinek AC jest średnicą tego okręgu, a kąt środkowy AOB ma miarę 84° (zobacz rysunek).



Miara kąta OBC jest równa

A) 52° B) 45° C) 48° D) 42°

Zadanie 21 (1 pkt)

Prosta przechodząca przez punkty $(-3,-2)$ oraz $(3,7)$ ma równanie

A) $y = \frac{5}{6}x + 3$ B) $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ C) $y = x + 1$ D) $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

ZADANIE 22 (1 PKT)
Punkty $B=(5,-1)$ i $D=(-7,3)$ są wierzchołkami rombu $ABCD$. Współczynnik kierunkowy przekątnej AC tego rombu jest równy
A) $-\frac{1}{3}$ B) 3 C) -3 D) $\frac{1}{3}$

ZADANIE 23 (1 PKT)
W każdym n–kącie wypukłym ($n\geqslant 3$) liczba przekątnych jest równa $\frac{n(n-3)}{2}$. Jeżeli graniastosłup prosty ma $m\geqslant 6$ wierzchołków, to liczba wszystkich przekątnych jego podstaw i ścian bocznych jest równa
A) $\frac{m(m-2)}{4}$ B) $\frac{m(m-6)}{8}$ C) $\frac{m(m-6)}{4}$ D) $\frac{m(m+2)}{4}$

ZADANIE 24 (1 PKT)
Przeciwległe wierzchołki kwadratu mają współrzędne $A=(-5,-6), C=(2,5)$. Promień okręgu wpisanego w ten kwadrat jest równy
A) $\sqrt{85}$ B) $\frac{1}{2}\sqrt{85}$ C) $\sqrt{170}$ D) $\frac{1}{2}\sqrt{170}$

ZADANIE 25 (1 PKT)
Przekątna sześcianu jest równa 9. Wynika stąd, że objętość tego sześcianu jest równa
A) 243 B) $81\sqrt{3}$ C) $54\sqrt{2}$ D) $27\sqrt{3}$

ZADANIE 26 (1 PKT)
Rzucając wielokrotnie symetryczną kostką do gry otrzymano następujące liczby oczek

Liczba oczek	1	2	3	4	5	6
Liczba wyników	1	4	3	5	4	3

Średnia liczba oczek otrzymana w jednym rzucie jest równa.
A) 4 B) 3,8 C) 3,5 D) $\frac{20}{6}$

ZADANIE 27 (1 PKT)
Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, mniejszych od 600, w których każda cyfra należy do zbioru $\{1,2,3,6,8,9\}$ i żadna cyfra się nie powtarza, jest
A) 108 B) 60 C) 40 D) 299

ZADANIE 28 (1 PKT)
W pudełku znajdują się płytki z literami i cyframi. Na każdej płytce jest wydrukowana albo jedna wielka litera, albo jedna mała litera, albo jedna cyfra. Płytek z wielkimi literami jest o 25% mniej niż płytek z cyframi, a płytek z małymi literami jest o 40% więcej niż płytek z wielkimi literami. Losujemy jedną płytkę. Prawdopodobieństwo wylosowania płytki z cyfrą jest równe
A) 0,85 B) 0,1 C) $\frac{5}{14}$ D) $\frac{5}{9}$

ZADANIE 29 (2 PKT)

Rozwiąż nierówność: $3(x+0,2)(x-0,1) \geqslant x^2 - 0,04$.

ZADANIE 30 (2 PKT)

Udowodnij, że liczba $13^{20} + 13^{21} + 13^{22} + 13^{23}$ jest podzielna przez 35.

Zadanie 31 (2 pkt)

Rozwiąż równanie

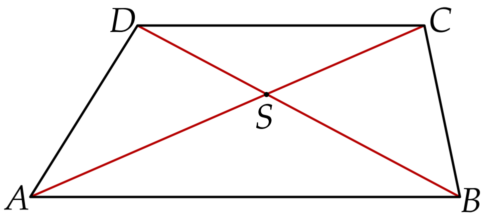
$$\frac{4x+7}{x-2} = \frac{4x^2+4x+1}{4x^2-1}.$$

ZADANIE 32 (2 PKT)

Prosta o równaniu $3y = 2x - 1$ jest osią symetrii wykresu funkcji liniowej $y = f(x)$. Ponadto $f(-4) + f(4) = 7$. Wyznacz wzór funkcji f.

ZADANIE 33 (2 PKT)

Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD. Przekątne AC i BD tego trapezu przecinają się w punkcie S (zobacz rysunek) tak, że $\frac{|AS|}{|SC|} = \frac{4}{3}$. Pole trójkąta ABS jest równe 24. Oblicz pole trójkąta CDS.



ZADANIE 34 (2 PKT)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych, których cyfra tysięcy i cyfra setek należą do zbioru $\{3,4,5,6,7,8\}$, a cyfra dziesiątek i cyfra jedności należą do zbioru $\{0,1,2,3,4\}$, losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosujemy liczbę czterocyfrową, która jest podzielna przez 4.

ZADANIE 35 (5 PKT)

Punkty $A = (7, -15)$ i $B = (-2, 12)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Wierzchołek C leży na prostej $y = 5$. Oblicz współrzędne wierzchołka C oraz obwód tego trójkąta.