

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

9 KWIETNIA 2022

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\cos^2 \frac{\pi}{12}$ jest równa

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Jeżeli $f(x) = -\frac{1}{x^3}$, to

- A) $f'(-1) = -3$ B) $f'(-1) = -1$ C) $f'(-1) = 1$ D) $f'(-1) = 3$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Wektory $\vec{a} = [m - 2, m + 7]$ oraz $\vec{b} = [m, 2]$ są równoległe wtedy i tylko wtedy, gdy

- A) $m = -4$ lub $m = -1$ B) $m = 2$ lub $m = 4$
 C) $m = -3$ lub $m = -2$ D) $m = 0$

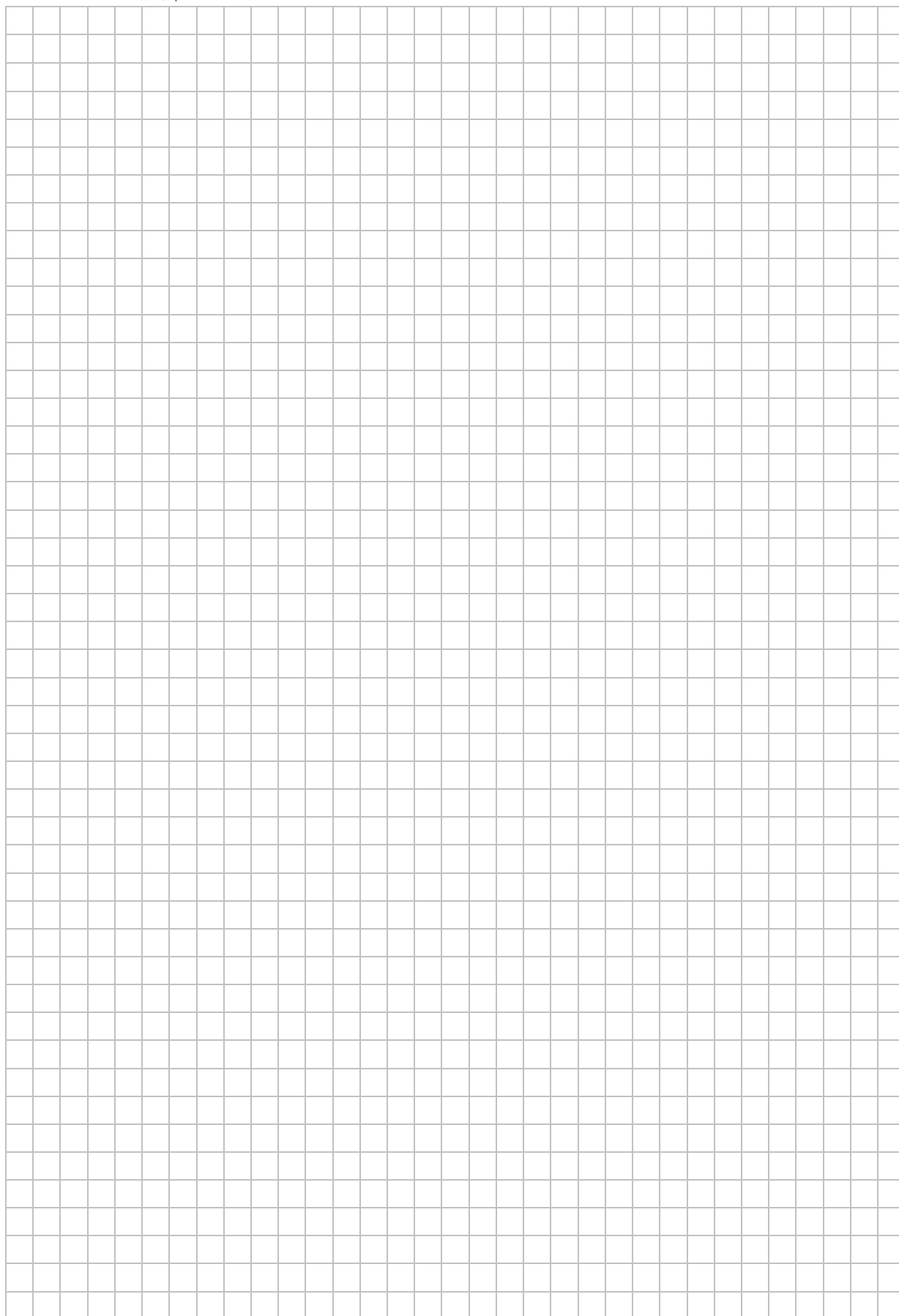
ZADANIE 4 (1 PKT)

Wielomian $W(x) = (x + 2)^5 - (x - 2)^5$ zapisano w postaci $W(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$. Suma $a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1$ jest równa

- A) 180 B) 244 C) 242 D) 212

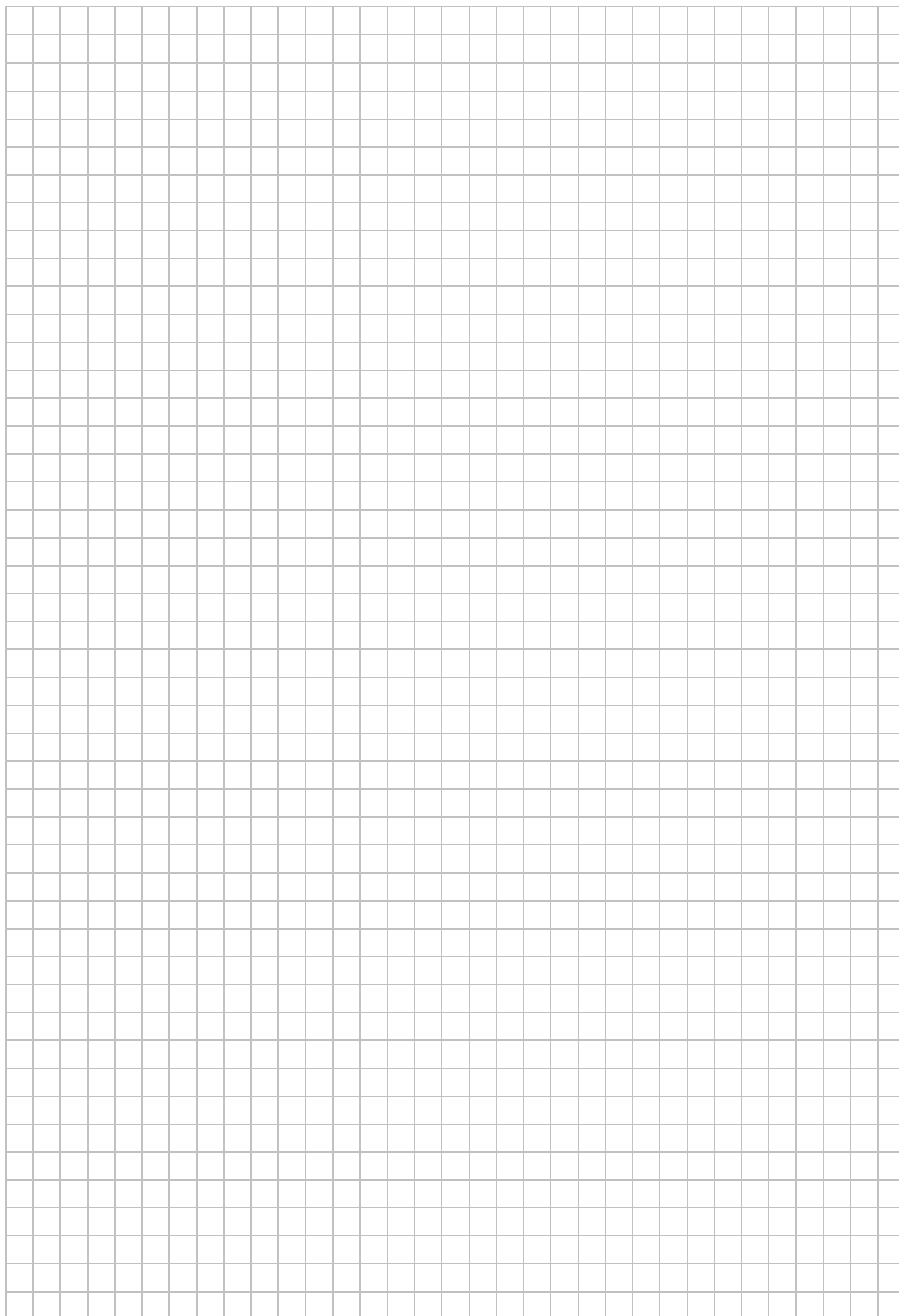
ZADANIE 5 (2 PKT)

Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n+1)^2 - (2-3n)^2}{(3n-2)^2}$.



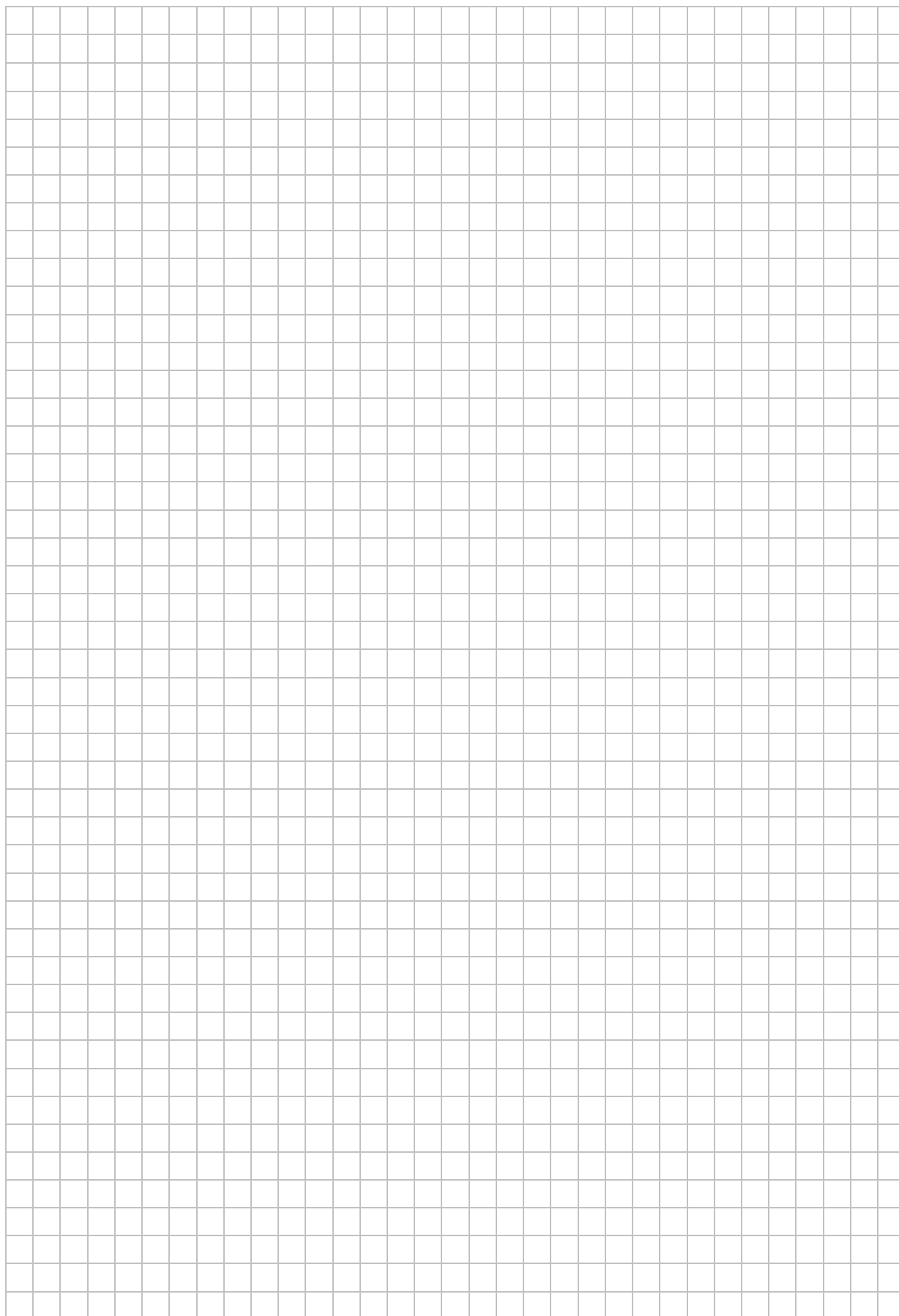
ZADANIE 6 (3 PKT)

Uzasadnij, że $79^{36} < 27^{48}$.



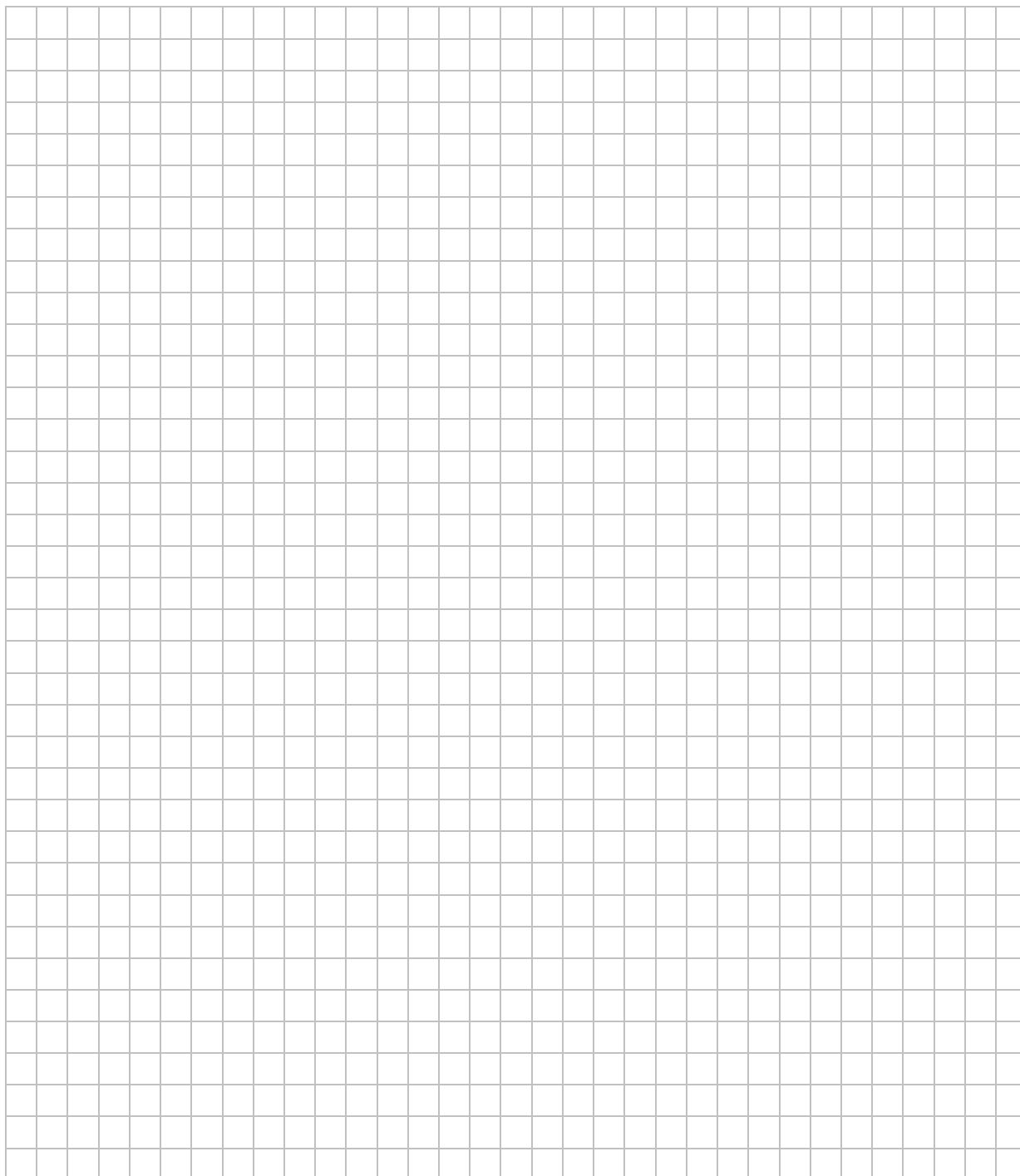
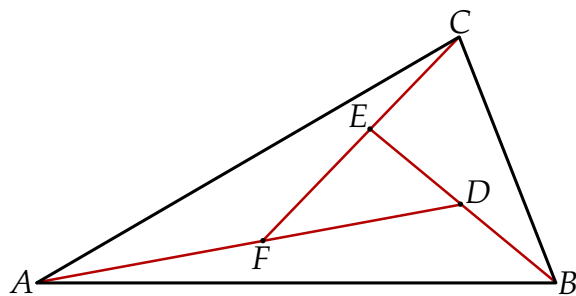
ZADANIE 7 (3 PKT)

Rozwiąż nierówność $-2 \sin 2x \geq 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



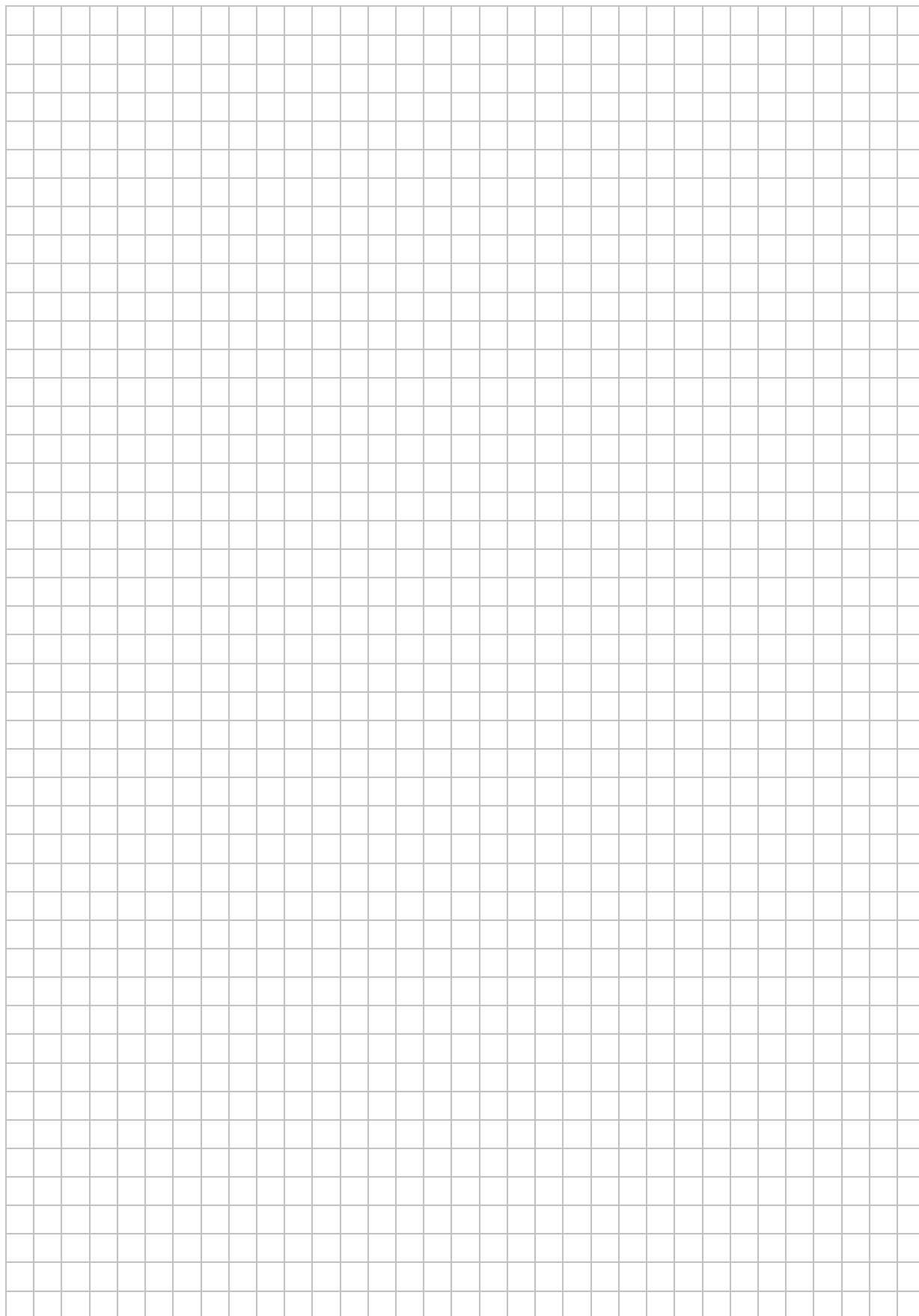
ZADANIE 8 (3 PKT)

W trójkącie ABC poprowadzono odcinki AD , BE i CF w ten sposób, że punkty D , E i F są środkami odpowiednio odcinków BE , CF i AD . Wykaż, że pole trójkąta DEF jest siedem razy mniejsze od pola trójkąta ABC .



ZADANIE 9 (4 PKT)

Wyznacz maksymalne przedziały monotoniczności funkcji $f(x) = \frac{x^2+12}{x-2}$ określonej dla $x \neq 2$.

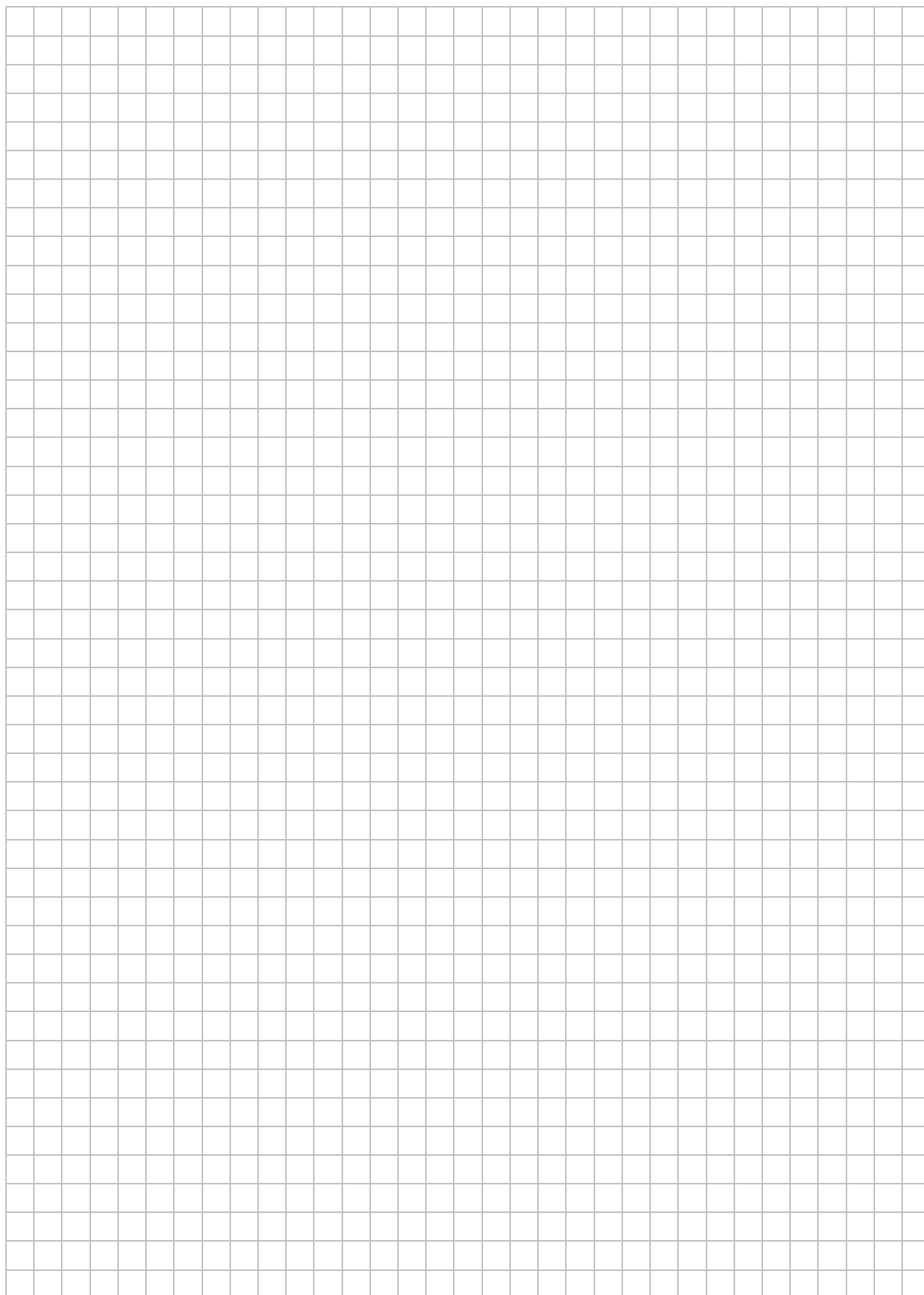


ZADANIE 10 (4 PKT)

Dane są liczby dodatnie a i b , dla których ciąg $(\log a, \log \frac{a+b}{3}, \log b)$ jest rosnącym ciągiem arytmetycznym. Oblicz różnicę tego ciągu.

ZADANIE 11 (4 PKT)

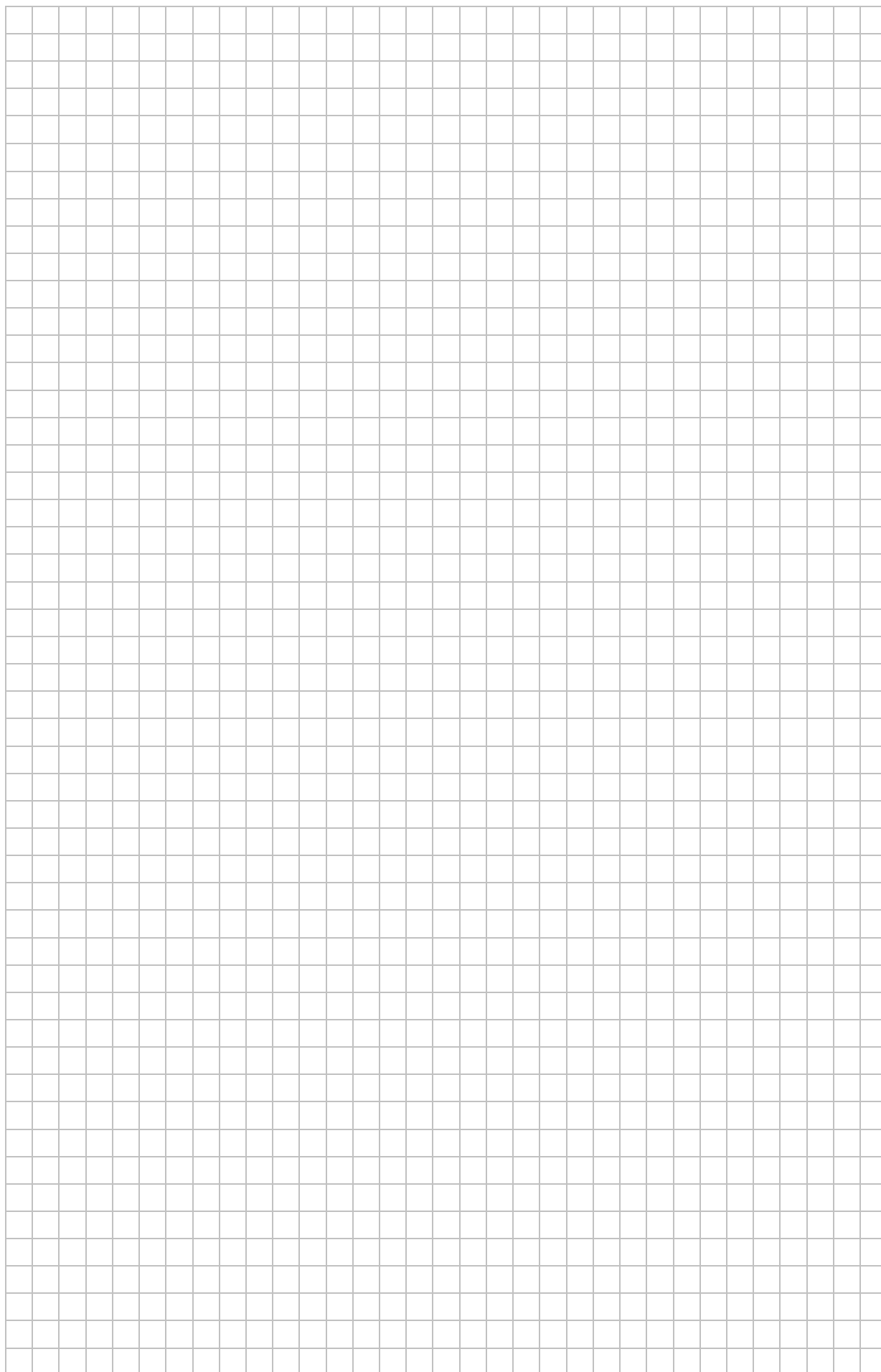
Dany jest trójkąt prostokątny ABC . Przeciwprostokątna tego trójkąta jest 6,5 razy dłuższa niż promień okręgu wpisanego w ten trójkąt. Oblicz sinus tego z kątów ostrych trójkąta ABC , który ma mniejszą miarę.



ZADANIE 12 (5 PKT)

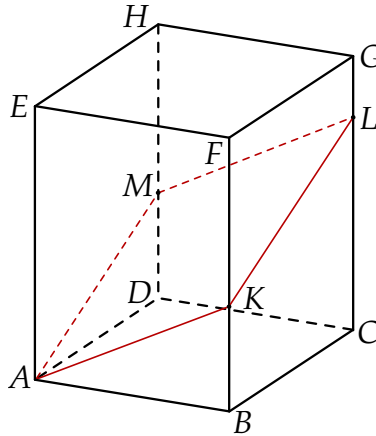
Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba jest podzielna przez 4 lub 9, jeśli wiadomo, że jest ona podzielna przez 6.





ZADANIE 13 (5 PKT)

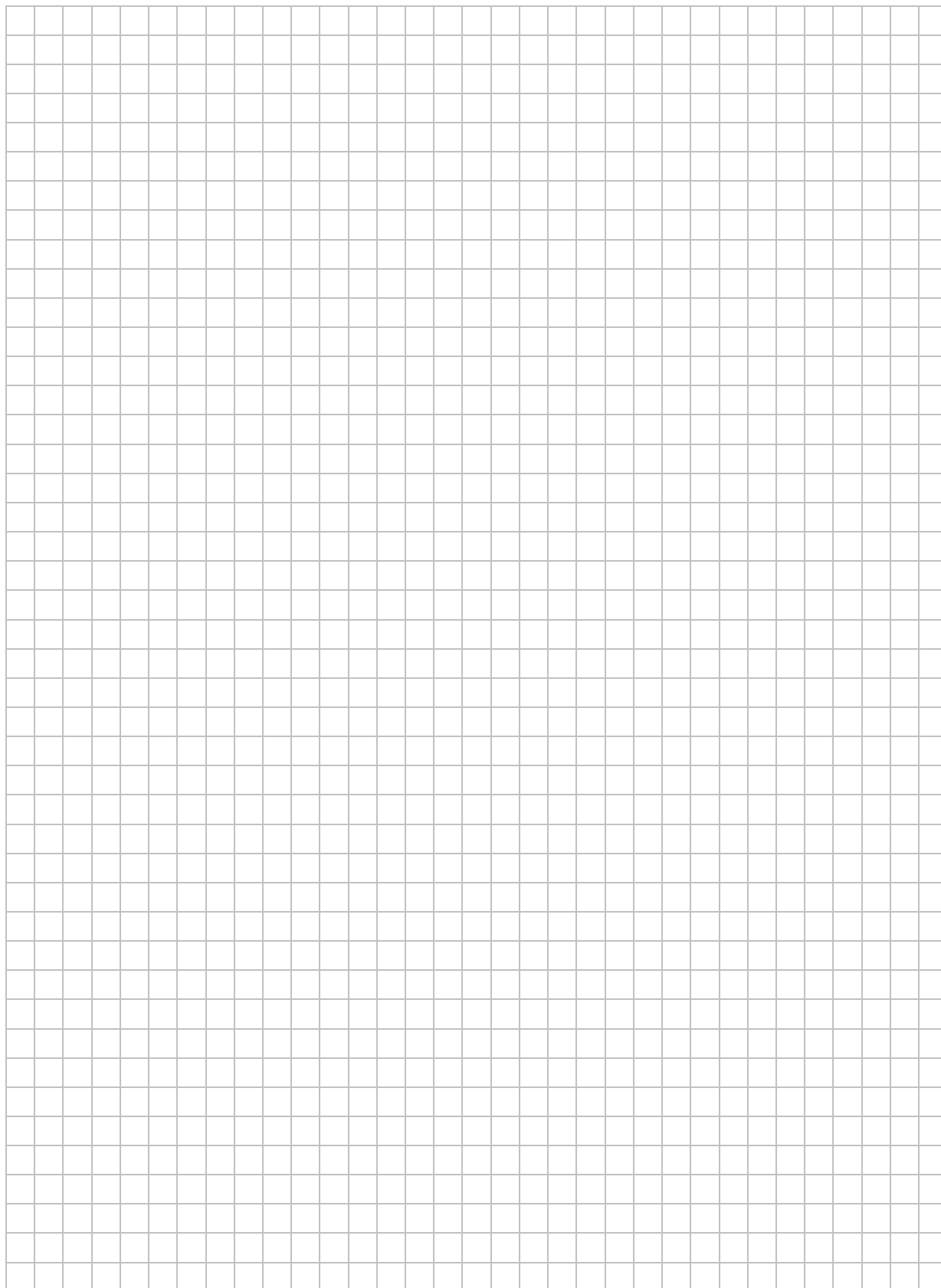
Podstawą graniastostupa prostego $ABCDEFGH$ jest romb o boku długości 5, polu 24 i kącie ostrym $\angle BAD$. Graniastostup ten przecięto płaszczyzną $AKLM$ w ten sposób, że otrzymany przekrój jest rombem o kącie ostrym $|\angle KAM| = 45^\circ$ (zobacz rysunek). Oblicz pole tego przekroju.

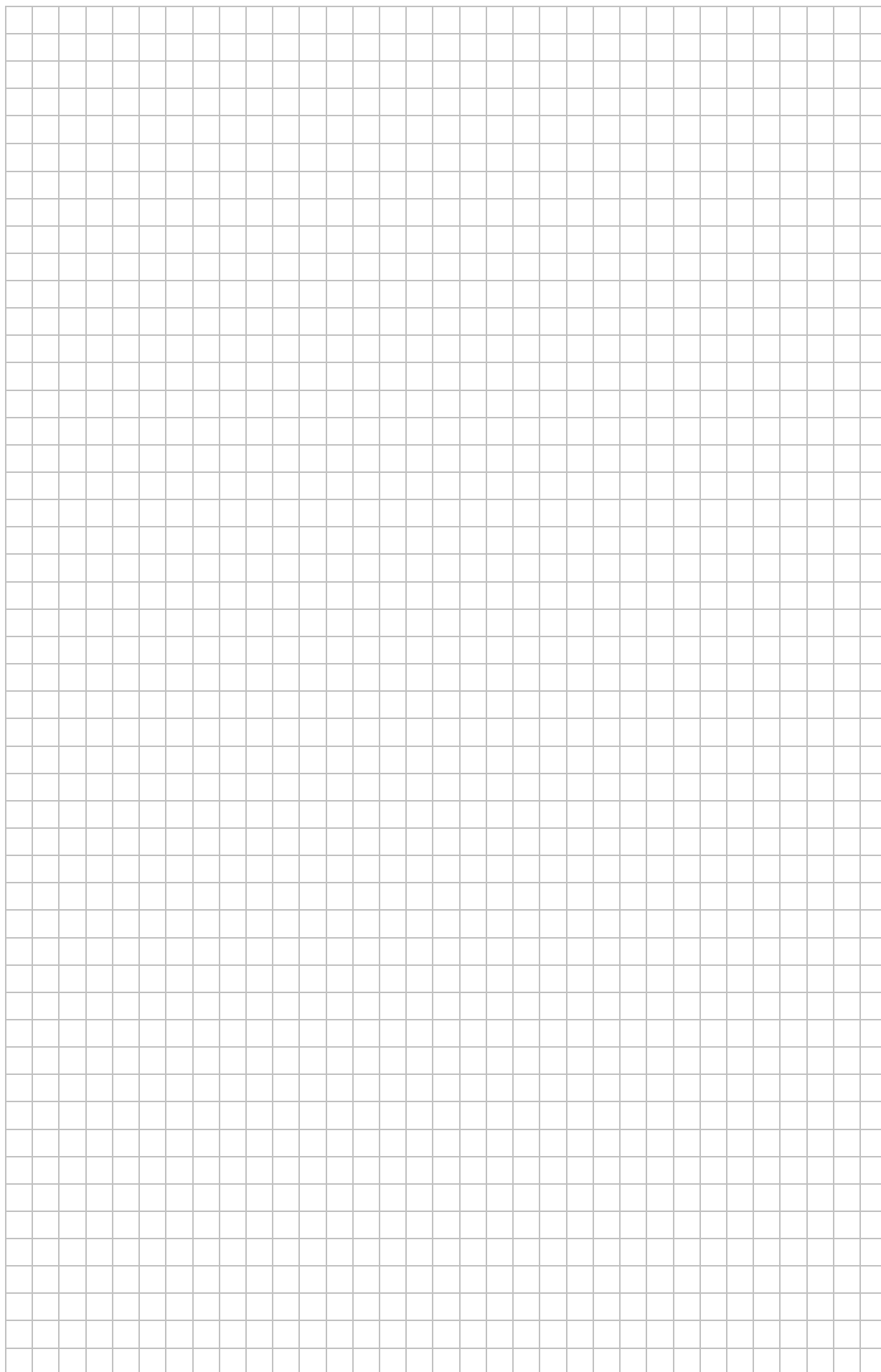




ZADANIE 14 (6 PKT)

W trójkącie równoramiennym ABC dane są wierzchołki podstawy: $B = (1, -1)$ i $C = (4, 0)$. Jedno z ramion trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $x + 2y - 4 = 0$. Na boku AB tego trójkąta obrano taki punkt P , że $|AP| : |PB| = 3 : 2$. Napisz równanie okręgu o środku w punkcie P , stycznego do podstawy BC .





ZADANIE 15 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie prostokąty $ABCD$, w których suma długości dwóch sąsiednich boków i przekątnej jest równa 6. Niech $x = |AB|$.

- a) Wykaż, że pole P prostokąta $ABCD$ jako funkcja zmiennej x jest określone wzorem

$$P(x) = \frac{x(18 - 6x)}{6 - x}$$

- b) Wyznacz dziedzinę funkcji P .
- c) Oblicz długości boków tego z rozpatrywanych prostokątów, który ma największe pole. Oblicz to największe pole.

