Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom podstawowy

13 kwietnia 2024

Czas pracy: 180 minut

Zadanie 1 (1 pkt)

Wszystkich liczb całkowitych ujemnych spełniających nierówność $|x+7| < 12$ jest

A) 19 B) 23 C) 18 D) 24

Zadanie 2 (1 pkt)

Liczba $\log^2 9 - \log^2 \sqrt{27}$ jest równa

A) $\log \frac{1}{3}$ B) $\log 3$ C) $\frac{7}{2}\log^2 3$ D) $7\log^2 \sqrt{3}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $\sqrt{5(333^2-222^2)}$ wynosi

A) 151515 B) 555 C) $\sqrt{1665^2-1110^2}$ D) $111\sqrt{5}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $\frac{4^{-1}}{\left(-\frac{1}{16}\right)^{-2}}\cdot 64$ jest równa

A) (-16) B) $\left(-\frac{1}{16}\right)$ C) 16 D) $\frac{1}{16}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Liczba $(3+\sqrt{8})^4 \cdot (2\sqrt{2}-3)^2$ jest równa

A) (-16) B) $17+12\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $11+6\sqrt{2}$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Dany jest układ równań

$$\begin{cases} x-3y-2=0 \\ 2x+y+3=0. \end{cases}$$

Rozwiązaniem tego układu równań jest para liczb

A) $x=1$ i $y=2$ B) $x=0$ i $y=-3$ C) $x=-2$ i $y=1$ D) $x=-1$ i $y=-1$

ZADANIE 7 (2 PKT)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$ liczba $1 + (2n+1)^2(n-1) - n$ jest podzielna przez 24.

ZADANIE 8 (1 PKT)

Liczba rzeczywista a spełnia warunek: $a - \frac{1}{a} = \sqrt{2}$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Wartość wyrażenia $a^2 + \frac{1}{a^2}$ jest liczbą całkowitą.	**P**	**F**
Liczba a jest liczbą wymierną.	**P**	**F**

ZADANIE 9 (1 PKT)

Równanie

$$\frac{(x+1)^2(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = 0$$

w zbiorze liczb rzeczywistych

A) nie ma rozwiązania.
B) ma dokładnie jedno rozwiązanie -1.
C) ma dokładnie jedno rozwiązanie 1.
D) ma dokładnie dwa rozwiązania -1 oraz 1.

ZADANIE 10 (1 PKT)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste o równaniach:

- $y = \sqrt{3}x + 6$
- $y = -\sqrt{3}x - 6$
- $x = \sqrt{3}$

przecinają się w punktach, które są wierzchołkami trójkąta KLM.
Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.
Trójkąt KLM jest

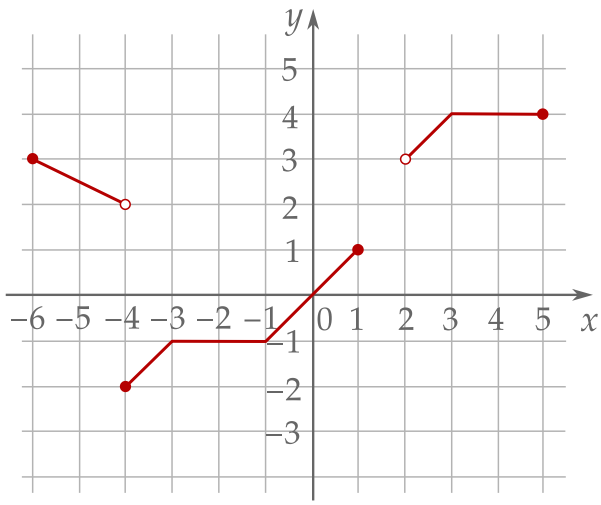
A) równoramienny,	**B)** prostokątny,

ponieważ

1)	oś Ox jest osią symetrii tego trójkąta.
2)	dwie z tych prostych są prostopadłe.
3)	jedna z tych prostych jest równoległa do osi Oy.

Informacja do zadań 11.1 – 11.3

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



ZADANIE 11.1 (1 PKT)

Wskaż przedział, który nie zawiera się w dziedzinie funkcji f.

A) $[-6, -4]$ B) $[-5, -3]$ C) $[-1, 3]$ D) $[3, 5]$

ZADANIE 11.2 (1 PKT)

Największa wartość funkcji f w przedziale $[-6,1]$ jest równa

A) 1 B) 3 C) 4 D) -1

ZADANIE 11.3 (1 PKT)

Funkcja $y=f(x+1)$ jest rosnąca w zbiorze

A) $[-2,0]$ B) $[-1,1]$ C) $(2,3]$ D) $[-1,2]$

ZADANIE 12 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Suma n początkowych wyrazów tego ciągu jest określona wzorem $S_n = 3 \cdot (3^n - 1)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Pierwszy wyraz ciągu (a_n) jest równy 6.	**P**	**F**
Drugi wyraz ciągu (a_n) jest równy 18.	**P**	**F**

ZADANIE 13 (1 PKT)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = -\frac{2x+1}{3} + 1$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Punkt przecięcia wykresu funkcji f z prostą $x = 4$ ma współrzędne $(4, 0)$.	**P**	**F**
Punkt przecięcia wykresu funkcji f z prostą $y = 2$ ma współrzędne $(-2, 2)$.	**P**	**F**

Zadanie 14 (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $x(3x-1) < 3x$.

Zadanie 15 (1 pkt)

Trzywyrazowy ciąg $(54, 18, a+3)$ jest geometryczny. Liczba a jest równa

A) 3 B) 6 C) 4 D) 2

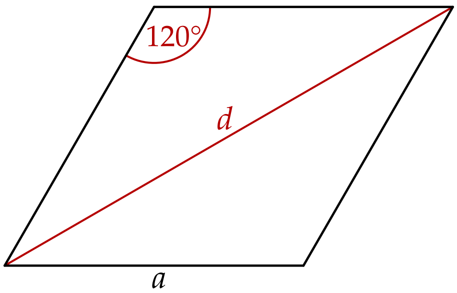
Zadanie 16 (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-1, 5)$ oraz $C = (-3, -3)$ są wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Pole kwadratu $ABCD$ jest równe

A) $2\sqrt{17}$ B) $16\sqrt{5}$ C) 68 D) 34

ZADANIE 17 (2 PKT)

Dany jest romb o boku długości a i dłuższej przekątnej długości d. Kąt rozwarty tego rombu ma miarę 120° (zobacz rysunek).



Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F. Pole tego rombu poprawnie określa wyrażenie

A) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

B) $\frac{ad\sqrt{3}}{2}$

C) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

D) $\frac{ad}{4}$

E) $\frac{a^2}{2}$

F) $\frac{ad}{2}$

Zadanie 18 (1 pkt)

Prosta k oraz prosta o równaniu $2x = y - 2(1-x)$ są prostopadłe oraz przecinają się w punkcie $(3,2)$. Prosta k ma równanie

A) $x - y + 1 = 0$ B) $y - 2 = 0$ C) $x - 3 = 0$ D) $x + y = 5$

Zadanie 19 (1 pkt)

Boki prostokąta mają długości 5 i 12. Sinus kąta pod jakim przecinają się przekątne tego prostokąta jest równy

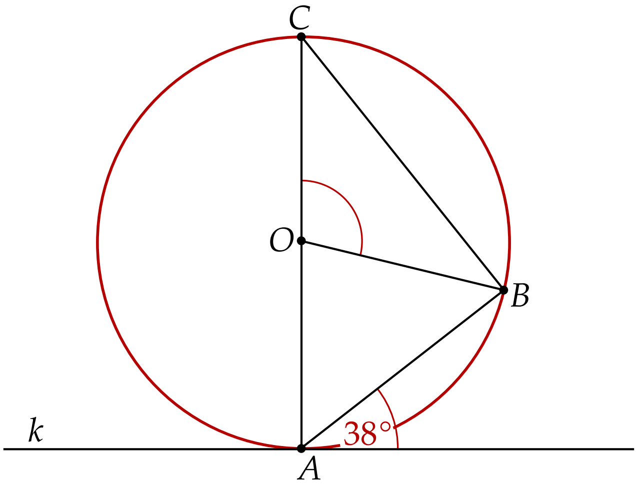
A) $\frac{60}{169}$ B) $\frac{108}{169}$ C) $\frac{72}{169}$ D) $\frac{120}{169}$

ZADANIE 20 (4 PKT)

Zgodnie z założeniem architekta okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramiennego, który nie jest równoległobokiem. Dłuższa podstawa trapezu ma mieć długość 16 dm, a suma długości krótszej podstawy i wysokości tego trapezu ma być równa 20 dm. Oblicz, jaką długość powinna mieć krótsza podstawa tego trapezu, tak aby pole powierzchni okna było największe. Oblicz to pole.

Zadanie 21 (1 pkt)

Punkty A, B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie O. Prosta k jest styczna do tego okręgu w punkcie A i tworzy z cięciwą AB kąt o mierze 38°. Ponadto odcinek AC jest średnicą tego okręgu (zobacz rysunek).



Miara kąta rozwartego BOC jest równa

A) 142° B) 116° C) 154° D) 104°

Zadanie 22 (3 pkt)

Rozwiąż równanie $2x^3 - 15\sqrt{3}x^2 + 8x - 60\sqrt{3} = 0$.

ZADANIE 23 (1 PKT)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu $y = -\frac{1}{3}x - 5$. Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest równoległa do prostej k i przechodzi przez punkt $P = (3, 7)$, gdy

A) $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 8$ B) $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 6$ C) $a = 3$ i $b = -4$ D) $a = 3$ i $b = -2$

ZADANIE 24 (1 PKT)

Trzywyrazowy ciąg $(1, 7, a - 2)$ jest arytmetyczny. Liczba a jest równa

A) 49 B) 15 C) 13 D) 6

Zadanie 25 (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg O o środku $S = (1, -2)$ i promieniu 3. Okrąg O jest określony równaniem

A) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$
B) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$
C) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$
D) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 3$

Zadanie 26 (1 pkt)

Wszystkich liczb naturalnych sześciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym każda z cyfr: 0 i 5 występuje dokładnie 3 razy jest

A) 10
B) 32
C) 16
D) 12

Informacja do zadań 27.1 i 27.2

Dany jest ostrosłup, którego podstawą jest trójkąt równoboczny o boku 6. Jedna z krawędzi bocznych tego ostrosłupa ma długość 8 i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy.

ZADANIE 27.1 (1 PKT)

Oblicz objętość tego ostrosłupa.

ZADANIE 27.2 (1 PKT)

Tangens kąta nachylenia tej ściany bocznej tego ostrosłupa, która jest trójkątem równoramiennym, do płaszczyzny podstawy jest równy

A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ C) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{8\sqrt{3}}{9}$

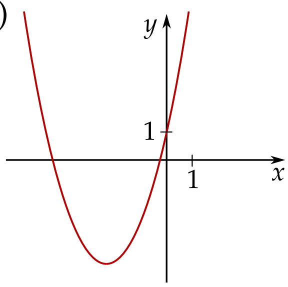
ZADANIE 28 (1 PKT)

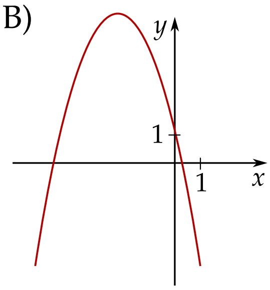
Koło ma promień równy 12. Obwód wycinka tego koła o kącie środkowym 117° jest równy

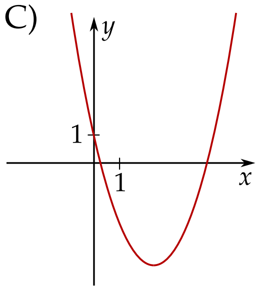
A) $\frac{39}{5}\pi$ B) $\frac{13}{5}\pi$ C) $\frac{13}{5}\pi + 24$ D) $\frac{39}{5}\pi + 24$

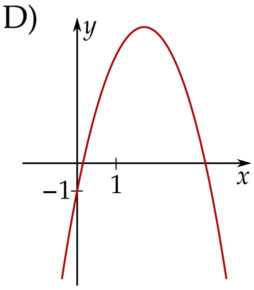
ZADANIE 29 (1 PKT)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdzie a, b oraz c są pewnymi liczbami rzeczywistymi, takimi, że $abc < 0$. Na jednym z rysunków A–D przedstawiono fragment wykresu tej funkcji w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y). Fragment wykresu funkcji f przedstawiono na rysunku

A)


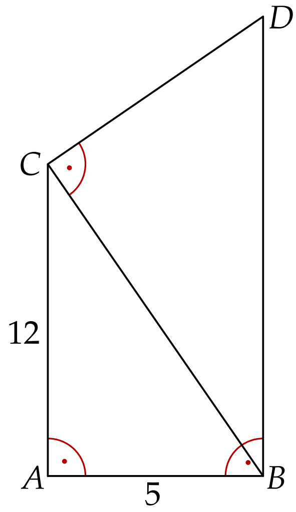
B)


C)


D)


Zadanie 30 (2 pkt)

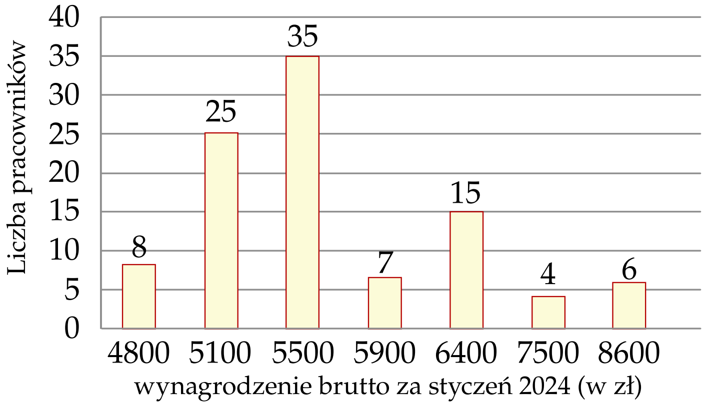
Trójkąty prostokątne ABC i BDC spełniają warunki: $|AB| = 5$, $|AC| = 12$, $AC \parallel BD$ oraz $|\measuredangle ABD| = 90^\circ$ (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka CD.

Zadanie 31 (1 pkt)

Na diagramie przedstawiono rozkład wynagrodzenia brutto wszystkich stu pracowników pewnej firmy za styczeń 2024 roku.



Średnia wynagrodzenia brutto wszystkich pracowników tej firmy za styczeń 2024 roku jest równa

A) 7 300 zł B) 5 280 zł C) 6 257 zł D) 5 773 zł

ZADANIE 32 (1 PKT)

Pewną kwotę ulokowano w banku na lokacie kapitalizowanej raz w roku odsetkami w wysokości 4% zgromadzonego kapitału. Po pięciu latach oszczędzania w tym banku kwota zgromadzonego kapitału będzie większa od kwoty wpłaconej do banku o p% (z dokładnością do 1%). Zatem

A) $p = 27$ B) $p = 22$ C) $p = 17$ D) $p = 20$

Zadanie 33 (2 pkt)

Ze zbioru ośmiu kolejnych liczb naturalnych – od 1 do 8 – losujemy kolejno bez zwracania dwa razy po jednej liczbie. Niech A oznacza zdarzenie polegające na tym, że suma wylosowanych liczb jest dzielnikiem liczby 12. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A.