Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis zadania.info

poziom podstawowy

22 kwietnia 2023

Czas pracy: 180 minut

Zadanie 1 (1 pkt)

Liczba $\left(6 \cdot 6^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$ jest równa

A) $\sqrt[6]{6}$ B) $\sqrt[3]{36}$ C) $\sqrt{6}$ D) $\sqrt[3]{6}$

Zadanie 2 (1 pkt)

Pewną kwotę ulokowano w banku na lokacie kapitalizowanej raz w roku odsetkami w wysokości 6% zgromadzonego kapitału. Po sześciu latach oszczędzania w tym banku kwota zgromadzonego kapitału będzie większa od kwoty wpłaconej do banku o p% (z dokładnością do 1%). Zatem

A) $p = 34$ B) $p = 36$ C) $p = 42$ D) $p = 50$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, w których zapisie dziesiętnym nie występuje cyfra 9, jest

A) 900 B) 648 C) 729 D) 512

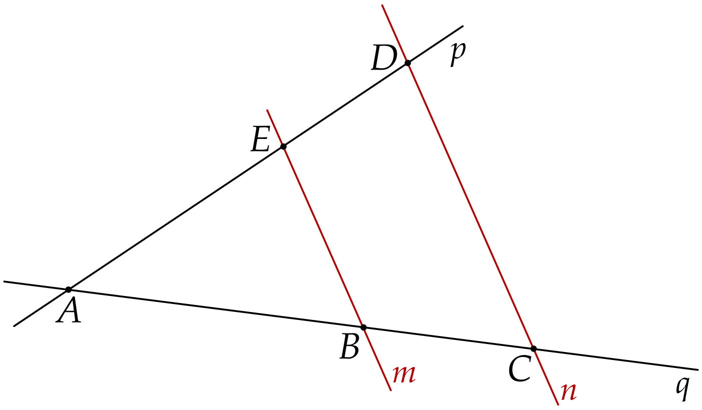
ZADANIE 4 (1 PKT)

Liczby rzeczywiste x i y są dodatnie. Wyrażenie $\frac{1}{x(x+y)} + \frac{1}{(x+y)(x+2y)}$ można przekształcić do postaci

A) $\frac{2}{x(x+2y)}$ B) $\frac{2x+y}{x(x+y)(x+2y)}$ C) $\frac{x}{(x+y)(x+2y)}$ D) $\frac{1}{x(x+y)}$

Zadanie 5 (2 pkt)

Na rysunku zaznaczono punkty wspólne dwóch równoległych prostych m i n z prostymi p i q.



Dokończ zdanie. Wybierz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Długości odcinków o końcach w punktach A, B, C, D i E zawsze spełniają równość

A) $\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|BE|}{|CD|}$ B) $\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|ED|}{|DC|}$ C) $\frac{|AB|}{|BE|} = \frac{|AC|}{|CD|}$

D) $\frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|AC|}{|BE|}$ E) $\frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|AB|}{|AD|}$ F) $\frac{|AE|}{|AB|} = \frac{|ED|}{|BC|}$

Zadanie 6 (1 pkt)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \log x^{-2}$ dla wszystkich liczb rzeczywistych dodatnich x. Wartość funkcji f dla argumentu $x = \sqrt{0,1}$ jest równa

A) 1 B) $\left(-\frac{1}{2}\right)$ C) $\frac{1}{2}$ D) (-1)

Zadanie 7 (1 pkt)

W rozwinięciu dziesiętnym ułamka $\frac{3}{7}$ na trzydziestym miejscu po przecinku stoi cyfra

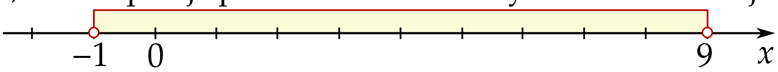
A) 7 B) 1 C) 2 D) 4

ZADANIE 8 (2 PKT)

Dane są takie liczby całkowite a i b, że liczba $a+b$ jest podzielna przez 5. Wykaż, że liczba $2a^2-3ab$ jest podzielna przez 5.

ZADANIE 9 (1 PKT)

Wskaż nierówność, która opisuje przedział zaznaczony na osi liczbowej:



A) $|x+3|<5$ B) $|x-4|<5$ C) $|x-3|\leqslant 5$ D) $|x+5|<3$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Klient banku wypłacił z bankomatu kwotę 1680 zł. Bankomat wydał kwotę w banknotach o nominałach 20 zł, 50 zł oraz 100 zł. Banknotów 100–złotowych było o 50% więcej niż 50–złotowych, a banknotów 20–złotowych było o 50% mniej niż 50–złotowych. Niech x oznacza liczbę banknotów 50–złotowych, a y – liczbę banknotów 20–złotowych, które otrzymał ten klient. Poprawny układ równań prowadzący do obliczenia liczb x i y to

A) $\begin{cases} 20y+50x+100\cdot(x+50\%)=1680 \\ y=0,5x \end{cases}$ B) $\begin{cases} 20y+50x+150\cdot(x+50\%)=1680 \\ y=x-50\% \end{cases}$

C) $\begin{cases} 20y+50x+150x=1680 \\ x=y-50\% \end{cases}$ D) $\begin{cases} 20y+50x+150x=1680 \\ y=0,5x \end{cases}$

Informacja do zadań 11.1 i 11.2

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geqslant 1$, wyraz szósty jest równy 3, a wyraz dziesiąty jest równy 15.

Zadanie 11.1 (1 pkt)

Jednym z wyrazów tego ciągu jest liczba

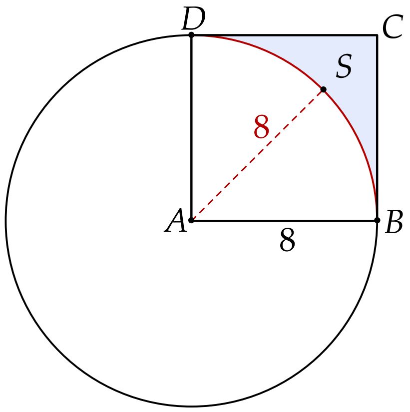
A) 2023 B) 1945 C) 1410 D) 2000

ZADANIE 11.2 (3 PKT)

Oblicz dla jakich wartości n suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest mniejsza od 729.

ZADANIE 12 (1 PKT)

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 8. Z wierzchołka A zakreślono koło o promieniu równym długości boku kwadratu (zobacz rysunek).



Oblicz pole powierzchni obszaru S otrzymanego z kwadratu $ABCD$ przez wycięcie części pokrytej kołem.

Zadanie 13 (1 pkt)

Dana jest nierówność

$$\frac{m}{2} - \frac{x}{4} \geqslant \frac{x}{5} + m$$

z parametrem m i niewiadomą x. Jeżeli liczba $x = -3$ spełnia tą nierówność, to

A) $m \leqslant 1,35$ B) $m \geqslant -0,1$ C) $m \leqslant 2,7$ D) $m \geqslant 0,9$

Zadanie 14 (1 pkt)

Jednym z rozwiązań równania $\frac{2x^3-x^2}{5x+1} = \frac{3x^2}{5}$ jest liczba

A) $x = 0,4$ B) $x = -1,6$ C) $x = -0,6$ D) $x = -0,2$

ZADANIE 15 (3 PKT)

Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 12 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

ZADANIE 16 (1 PKT)

Iloczyn pierwiastków równania $x^4 - 7x^3 + x^2 - 7x = 0$ jest równy

A) -21 B) 14 C) -7 D) 0

ZADANIE 17 (1 PKT)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = -5n + 3$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Liczby $(-2), (-7), (-12)$ są trzema kolejnymi początkowymi wyrazami ciągu (a_n).	**P**	**F**
Ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym o różnicy równej 5.	**P**	**F**

ZADANIE 18 (1 PKT)

Największą liczbą naturalną, która spełnia nierówności $x^2 - 7x - 5 < 0$ jest

A) 0 B) 3 C) 7 D) 8

ZADANIE 19 (1 PKT)

Punkt $B = (7,2)$ jest jednym z wierzchołków kwadratu $ABCD$, a punkt $S = (4,5)$ jest środkiem okręgu wpisanego w ten kwadrat. Przekątna tego kwadratu ma długość

A) $8\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{8}$ D) $6\sqrt{2}$

Zadanie 20 (2 pkt)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AC| = 6$, $|AB| = 5$, $\cos\measuredangle BAC = \frac{3}{5}$. Oblicz pole trójkąta ABC.

Zadanie 21 (1 pkt)

Średnicą okręgu jest odcinek KL, gdzie $K = (-6,0)$ i $L = (0,8)$. Równanie tego okręgu ma postać

A) $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$
B) $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 5$
C) $(x+6)^2 + (y-8)^2 = 100$
D) $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$

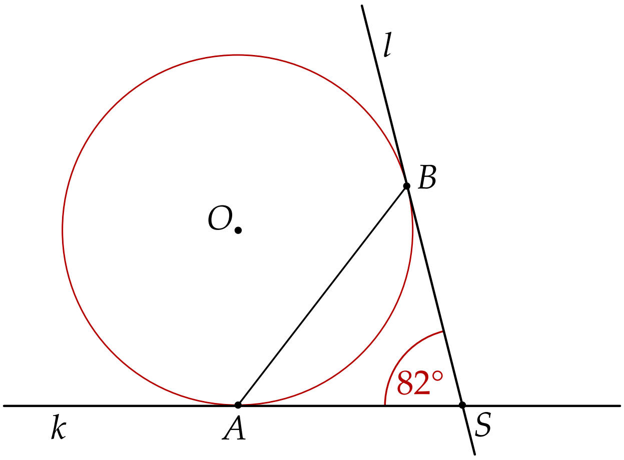
Zadanie 22 (1 pkt)

W romb o boku 2 i kącie 60° wpisano okrąg. Promień tego okręgu jest równy

A) $\sqrt{3}$
B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

Zadanie 23 (1 pkt)

Punkty A oraz B leżą na okręgu o środku O. Proste k i l są styczne do tego okręgu w punktach – odpowiednio – A i B. Te proste przecinają się w punkcie S i tworzą kąt o mierze 82° (zobacz rysunek).



Miara kąta OBA jest równa

A) 41° B) 52° C) 8° D) 49°

ZADANIE 24 (1 PKT)

Dane są punkty $M = (10, 0)$, $N = (-2, 10)$ oraz $O = (0, 0)$. Tangens kąta rozwartego MON jest równy

A) $-\frac{6}{5}$ B) $\frac{6}{5}$ C) 1 D) -5

ZADANIE 25 (1 PKT)

W pudełku znajdują się tylko kule białe, kule czerwone i kule zielone. Prawdopodobieństwo wylosowania z pudełka kuli czerwonej jest dwa razy większe niż prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej i dwa razy mniejsze niż wylosowanie kuli zielonej. Prawdopodobieństwo wylosowania z pudełka kuli białej jest równe

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{7}$

ZADANIE 26 (1 PKT)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdzie a, b i c są liczbami rzeczywistymi takimi, że $a \neq 0$ oraz $c > 0$. Funkcja f nie ma miejsc zerowych.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.

Wykres funkcji f leży w całości

A) nad osią Ox,	**B)** pod osią Ox,

	ponieważ
1)	$a < 0$ i $b^2 - 4ac < 0$.
2)	$a > 0$ i $b^2 - 4ac < 0$.
3)	$a < 0$ i $b^2 - 4ac = 0$.

Zadanie 27 (1 pkt)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są punkty $A = (-2, 3)$ i $B = (m, 2m)$, gdzie m jest liczbą rzeczywistą, oraz prosta k o równaniu $y = x + 1$. Prosta przechodząca przez punkty A i B jest równoległa do prostej k, gdy

A) $m = 5$ B) $m = \frac{5}{3}$ C) $m = -3$ D) $m = 1$

ZADANIE 28 (1 PKT)

Podstawą graniastosłupa prostego jest romb o przekątnych długości 8 cm i 12 cm. Wysokość tego graniastosłupa jest dwa razy krótsza od dłuższej przekątnej rombu w podstawie. Wtedy objętość graniastosłupa jest równa

A) 288 cm^3 B) 576 cm^3 C) $\frac{288}{3}$ cm^3 D) $\frac{576}{3}$ cm^3

ZADANIE 29 (1 PKT)

Jedna z przekątnych kwadratu $ABCD$ jest zawarta w prostej o równaniu $2x = 7$ oraz $A = (9, 5)$. Pole tego kwadratu jest równe

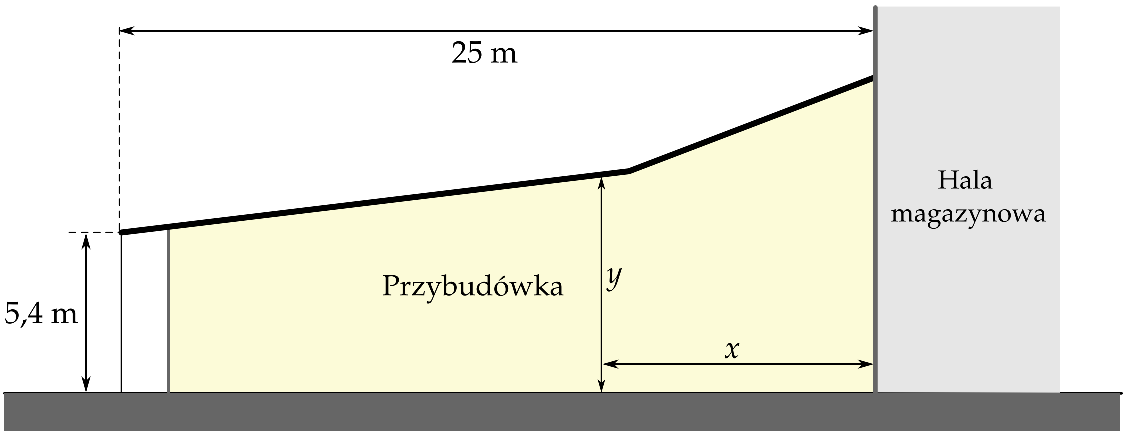
A) 121 B) 24,5 C) 60,5 D) 49

Informacja do zadań 30.1 i 30.2

Dach przybudówki przy hali magazynowej ma szerokość 25 metrów. Wysokość tego dachu w najniższym miejscu jest równa 5,4 m. Przekrój poprzeczny przybudówki przedstawiono poglądowo na rysunku. Wysokość dachu y zmienia się wraz z odległością x od hali magazynowej w sposób opisany funkcją:

$$y = \begin{cases} -0,18x + 7,8 & \text{dla } 0 \leqslant x \leqslant 10 \text{ m} \\ ax + b & \text{dla } 10 \text{ m} \leqslant x \leqslant 25 \text{ m} \end{cases}$$

Wielkości x i y są wyrażone w metrach.



ZADANIE 30.1 (1 PKT)

Wysokość dachu przybudówki w odległości 10 metrów od hali magazynowej jest równa

A) 7,2 m B) 6 m C) 8,4 m D) 9,6 m

ZADANIE 30.2 (2 PKT)

Oblicz wartość współczynnika a oraz wartość współczynnika b.

ZADANIE 31 (4 PKT)

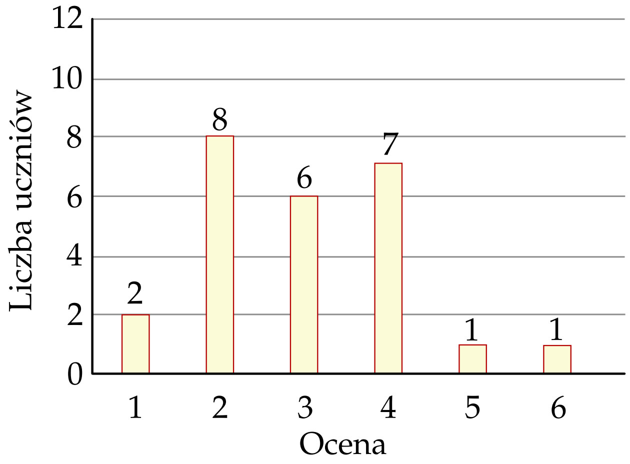
Rozważamy wszystkie równoległoboki o obwodzie równym 160 i kącie rozwartym o mierze 150°.

a) Podaj wzór i dziedzinę funkcji opisującej zależność pola takiego równoległoboku od długości x boku równoległoboku.

b) Oblicz wymiary tego z rozważanych równoległoboków, który ma największe pole, i oblicz to największe pole.

Informacja do zadań 32.1 i 32.2

Na diagramie przedstawiono oceny z pracy klasowej z matematyki w klasie IIa.



ZADANIE 32.1 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Dominanta ocen otrzymanych z pracy klasowej jest mniejsza od 3.	**P**	**F**
Mediana ocen otrzymanych z pracy klasowej jest równa 3,5.	**P**	**F**

ZADANIE 32.2 (1 PKT)

Odchylenie standardowe danych przedstawionych na diagramie jest równe

A) 1,2 B) $\sqrt{1,36}$ C) $\sqrt{1,6}$ D) 1,6