Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

Poziom podstawowy

9 marca 2024

Czas pracy: 180 minut

Zadanie 1 (1 pkt)

Wszystkich liczb całkowitych spełniających nierówność $|x + 53| < 153$ jest

A) 305 B) 304 C) 307 D) 100

Zadanie 2 (1 pkt)

W klasie jest o 15% więcej chłopców niż dziewcząt. Jaką część wszystkich uczniów tej klasy stanowią chłopcy?

A) $\frac{3}{20}$ B) $\frac{23}{40}$ C) $\frac{3}{17}$ D) $\frac{23}{43}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba $\log_3 162 - \log_3 2$ jest równa

A) $\log_3 160$ B) $\log_3 80$ C) 4 D) 5

ZADANIE 4 (1 PKT)

Liczba $3\sqrt{63} - \sqrt{28}$ jest równa

A) $(7 \cdot 4)^{\frac{1}{2}}$ B) $7^{\frac{3}{2}}$ C) 7 D) $7^{\frac{1}{2}}$

Zadanie 5 (1 pkt)

Liczba $0,125^{12}+0,125^{12}+0,125^{12}+0,125^{12}$ jest równa

A) 4^{-16} B) $0,25^{17}$ C) $0,2^{16}$ D) 2^{-36}

Zadanie 6 (1 pkt)

Liczba $(2+\sqrt{5})^2-(2-\sqrt{5})^2$ jest równa

A) $2\sqrt{5}$ B) $8\sqrt{5}$ C) (-10) D) $4+2\sqrt{5}$

ZADANIE 7 (1 PKT)

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od 0 wartość wyrażenia $\frac{1}{x} - 2x$ jest równa wartości wyrażenia

A) $\frac{1}{x}$ B) $\frac{1-x}{2x}$ C) $\frac{1-2x^2}{2x}$ D) $\frac{1-2x^2}{x}$

ZADANIE 8 (1 PKT)

Równanie

$$\frac{1-x^2}{1-2x^2+x^3} = 0$$

w zbiorze liczb rzeczywistych

A) nie ma rozwiązania.
B) ma dokładnie jedno rozwiązanie -1.
C) ma dokładnie jedno rozwiązanie 1.
D) ma dokładnie dwa rozwiązania -1 oraz 1.

ZADANIE 9 (2 PKT)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$ liczba $(2n-3)^2+7$ jest podzielna przez 8.

Zadanie 10 (1 pkt)

Dany jest układ równań

$$\begin{cases} 2x-3y+8=0 \\ 3x+2y-1=0. \end{cases}$$

Rozwiązaniem tego układu równań jest para liczb

A) $x=1$ i $y=-1$ B) $x=7$ i $y=-2$ C) $x=-1$ i $y=2$ D) $x=2$ i $y=4$

ZADANIE 11 (1 PKT)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste o równaniach:

- $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x + 3$
- $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x - 2$
- $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + 5$
- $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + 3$

przecinają się w punktach, które są wierzchołkami czworokąta $KLMN$.
Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.
Czworokąt $KLMN$ jest

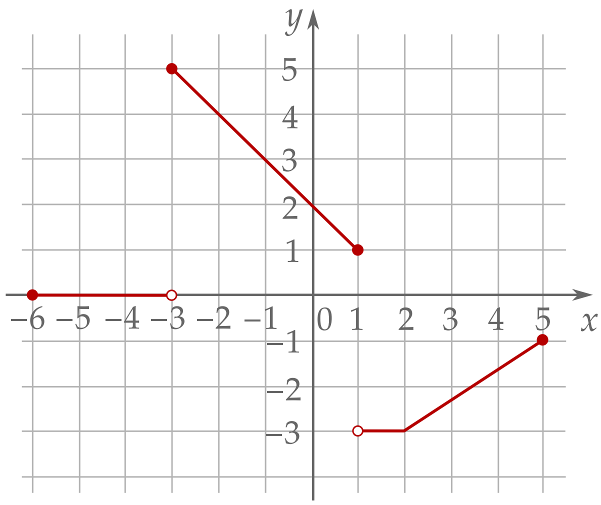
A)	prostokątem,
B)	trapezem, który nie jest równoległobokiem
C)	równoległobokiem, który nie jest prostokątem,

ponieważ

1)	czworokąt $KLMN$ ma dwie osie symetrii.
2)	dwie z tych prostych są prostopadłe.
3)	dwie z tych prostych są równoległe.

Informacja do zadań 12.1 – 12.3

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



ZADANIE 12.1 (1 PKT)

Dziedziną funkcji f jest zbiór

A) $(-6, 5)$ B) $[-6, 5]$ C) $(-3, 5]$ D) $[-3, 5]$

Zadanie 12.2 (1 pkt)

Największa wartość funkcji $g(x) = -f(x) + 2$ w przedziale $[-4, 1]$ jest równa

A) 2 B) 5 C) 7 D) 3

Zadanie 12.3 (1 pkt)

Funkcja f jest rosnąca w zbiorze

A) $[-4, -3)$ B) $[2, 5]$ C) $(1, 5]$ D) $[-3, 1]$

ZADANIE 13 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Suma n początkowych wyrazów tego ciągu jest określona wzorem

$$S_n = \frac{1}{2^{n-1}} \cdot (6^n - 4^n)$$

dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy 28.	**P**	**F**
Wśród wyrazów ciągu (a_n) jest liczba 2025.	**P**	**F**

ZADANIE 14 (2 PKT)

Wyznacz wszystkie liczby ujemne x spełniające nierówność $6x^4 + 4x^3 \geqslant 18x^5$.

ZADANIE 15 (1 PKT)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = \frac{1}{6}x + \frac{2}{3}$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Miejscem zerowym funkcji f jest liczba -2.	**P**	**F**
Punkt przecięcia wykresu funkcji f z osią Oy ma współrzędne $(0, \frac{2}{3})$.	**P**	**F**

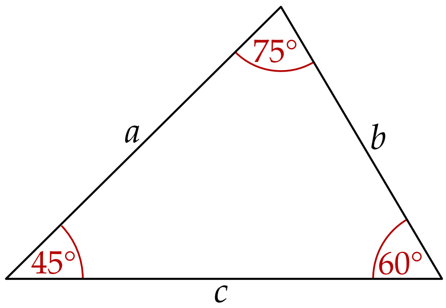
ZADANIE 16 (1 PKT)

Trzywyrazowy ciąg $(a+1, 2\sqrt{3}-\sqrt{6}, 6\sqrt{2}-6)$ jest geometryczny. Liczba a jest równa

A) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}-1$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}-2$

ZADANIE 17 (2 PKT)

Dany jest trójkąt, którego kąty mają miary 60°, 45° oraz 75°. Długości boków trójkąta, leżących naprzeciwko tych kątów są równe – odpowiednio – a, b oraz c (zobacz rysunek).



Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F. Pole tego trójkąta poprawnie określa wyrażenie

A) $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot c$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot a \cdot c$ C) $\frac{1}{4} \cdot a \cdot c$

D) $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot b \cdot c$ E) $\frac{1}{2} \cdot b \cdot c$ F) $\frac{1}{4} \cdot b \cdot c$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Dana jest prosta l o równaniu $y=-\frac{2}{3}x+4$. Prosta k jest prostopadła do prostej l i przechodzi przez punkt $P=(5,0)$. Prosta k ma równanie

A) $y=\frac{3}{2}x+5$ B) $y=-\frac{2}{3}x+5$ C) $y=\frac{3}{2}x-\frac{15}{2}$ D) $y=-\frac{2}{3}x+\frac{10}{3}$

ZADANIE 19 (1 PKT)

W rombie o boku długości $8\sqrt{2}$ kąt rozwarty ma miarę 150°. Iloczyn długości przekątnych tego rombu jest równy

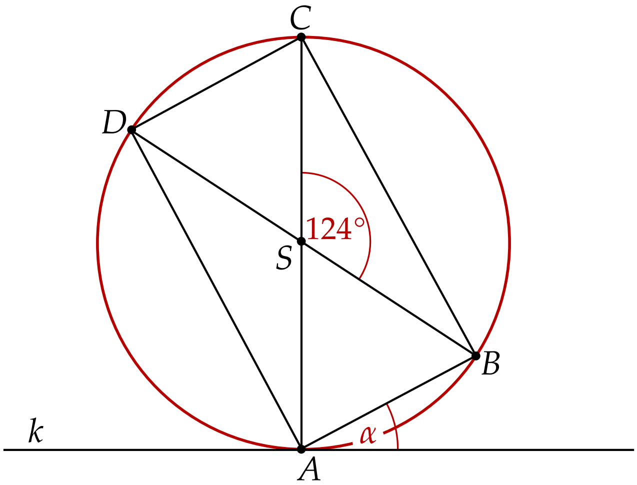
A) 128 B) 24 C) 64 D) $64\sqrt{2}$

ZADANIE 20 (4 PKT)

Z kawałka blachy należy wyciąć figurę w kształcie trapezu prostokątnego. Dłuższa podstawa trapezu ma mieć długość 6 dm, a suma długości krótszej podstawy i wysokości tego trapezu ma być równa 16 dm. Oblicz, jaką długość powinna mieć krótsza podstawa tego trapezu, tak aby pole powierzchni figury było największe. Oblicz to pole.

ZADANIE 21 (1 PKT)

Prostokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg. Prosta k jest styczna do tego okręgu w punkcie A i tworzy z odcinkiem AB kąt o mierze α. Przekątne prostokąta $ABCD$ przecinają się pod kątem o mierze 124° (zobacz rysunek).



Miara kąta α jest równa

A) 32° B) 56° C) 62° D) 28°

Zadanie 22 (1 pkt)

W prostokącie $ABCD$ dane są wierzchołki $C = (-5, 2)$ oraz $A = (2, -3)$. Bok AD ma długość 5. Pole tego prostokąta jest równe

A) $5\sqrt{74}$ B) 35 C) $5\sqrt{69}$ D) 245

Zadanie 23 (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu $y = \frac{1}{3}x - 4$. Prosta o równaniu $x = ay + b$ jest równoległa do prostej k i przechodzi przez punkt $P = (3, 3)$, gdy

A) $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 4$ B) $a = \frac{1}{3}$ i $b = 2$ C) $a = -3$ i $b = -4$ D) $a = 3$ i $b = -6$

ZADANIE 24 (3 PKT)

Rozwiąż równanie $5x^3 - 4x^2 - 10x + 8 = 0$.

ZADANIE 25 (1 PKT)

Punkty $M = (-2,0)$ i $N = (0,2)$ są punktami styczności okręgu z osiami układu współrzędnych. Które z poniższych równań opisuje ten okrąg?

A) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$
B) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$
C) $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$
D) $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$

ZADANIE 26 (1 PKT)

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry 0, 3, 5, 7, jest

A) $3 \cdot 4^4$
B) $3 \cdot 5^4$
C) 5^4
D) 4^5

ZADANIE 27 (1 PKT)

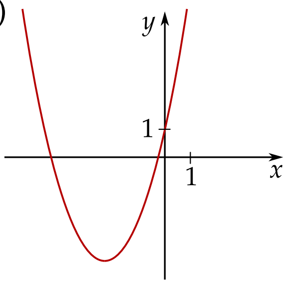
Czterowyrazowy ciąg $(x-1, 3, x+5, y)$ jest arytmetyczny. Liczba y jest równa

A) 6 B) 7 C) 13 D) 9

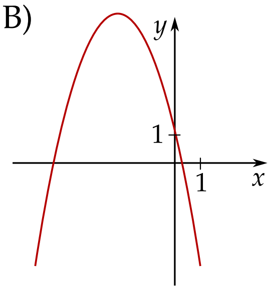
ZADANIE 28 (1 PKT)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = ax^2 + bx + 1$, gdzie a oraz b są pewnymi liczbami rzeczywistymi, takimi, że $a < 0$ i $b < 0$. Na jednym z rysunków A–D przedstawiono fragment wykresu tej funkcji w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y). Fragment wykresu funkcji f przedstawiono na rysunku

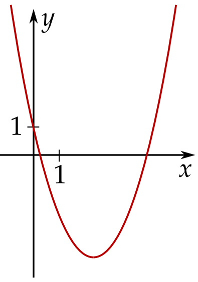
A)



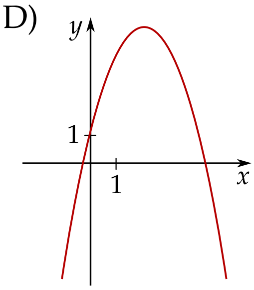
B)



C)



D)



Informacja do zadań 29.1 i 29.2

Dany jest ostrosłup, którego podstawą jest kwadrat o boku 5. Jedna z krawędzi bocznych tego ostrosłupa ma długość 9 i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy.

ZADANIE 29.1 (1 PKT)

Oblicz objętość tego ostrosłupa.

ZADANIE 29.2 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Każda ze ścian bocznych ostrosłupa jest trójkątem prostokątnym.	**P**	**F**
Cosinus kąta nachylenia najdłuższej krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy jest równy $\frac{5\sqrt{131}}{131}$.	**P**	**F**

ZADANIE 30 (1 PKT)

Koło ma promień równy 4. Obwód wycinka tego koła o kącie środkowym 45° jest równy

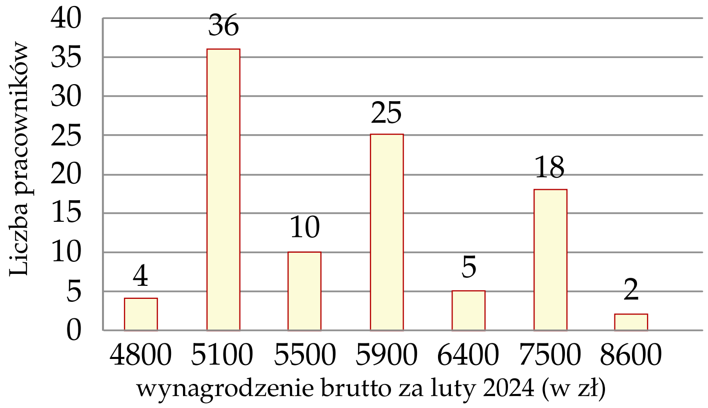
A) π B) $\frac{1}{2}\pi$ C) $\frac{1}{2}\pi + 8$ D) $\pi + 8$

Zadanie 31 (2 pkt)

Trójkąty prostokątne T_1 i T_2 są podobne. Przyprostokątne trójkąta T_1 mają długości 7 i 24. Przeciwprostokątna trójkąta T_2 ma długość 50. Oblicz pole trójkąta T_2.

Zadanie 32 (1 pkt)

Na diagramie przedstawiono rozkład wynagrodzenia brutto wszystkich pracowników pewnej firmy za luty 2024 roku.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Zarobki ponad połowy pracowników tej firmy są wyższe od średniej.	**P**	**F**
Mediana przedstawionych zarobków jest równa 5900 zł.	**P**	**F**

ZADANIE 33 (2 PKT)

Ze zbioru 99 kolejnych liczb naturalnych – od 1 do 99 – losujemy kolejno bez zwracania dwa razy po jednej liczbie. Niech A oznacza zdarzenie polegające na tym, że suma wylosowanych liczb jest liczbą parzystą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A.