Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

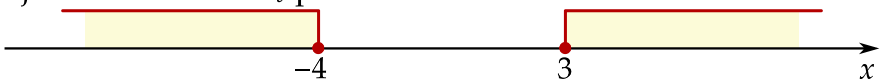
POZIOM PODSTAWOWY

16 marca 2024

Czas pracy: 180 minut

ZADANIE 1 (1 PKT)

Na osi liczbowej zaznaczono sumę przedziałów.



Zbiór zaznaczony na osi jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

A) $|x+0,5| \geqslant 3,5$
B) $|x+3,5| \geqslant 0,5$
C) $|x+3,5| \leqslant 0,5$
D) $|x+0,5| \leqslant 3,5$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x iloczyn $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[6]{x}$ jest równy

A) $x \cdot \sqrt[3]{x}$
B) $\sqrt[12]{x}$
C) $\sqrt[18]{x}$
D) x^2

ZADANIE 3 (1 PKT)

Pani Weronika wpłaciła do banku pewną kwotę na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank doliczał odsetki w wysokości 4% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie. Po dwóch latach oszczędzania kapitał zgromadzony na lokacie (bez uwzględnienia podatków) był o 270,40 zł większy od kapitału zgromadzonego po roku oszczędzania. Kwota wpłacona przez panią Weronikę na tę lokatę była równa

A) 5800 zł B) 6500 zł C) 6400 zł D) 4800 zł

ZADANIE 4 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $\log_2^2 16\sqrt{2} - \log_2^2 2\sqrt{2}$ jest równa

A) 9 B) 18 C) -3 D) 4

Zadanie 5 (2 pkt)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$ liczba $3n^3 + 24n^2 + 9n$ jest podzielna przez 6.

ZADANIE 6 (1 PKT)

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-3) i (-2) wartość wyrażenia

$$\frac{x+2}{x^2+6x+9} \cdot \frac{x^2+3x}{2x+4}$$

jest równa wartości wyrażenia

A) $\frac{x}{2x+6}$ B) $\frac{x}{4}$ C) $\frac{x}{2}$ D) $\frac{x^3+2x^2}{4x^2+24x+36}$

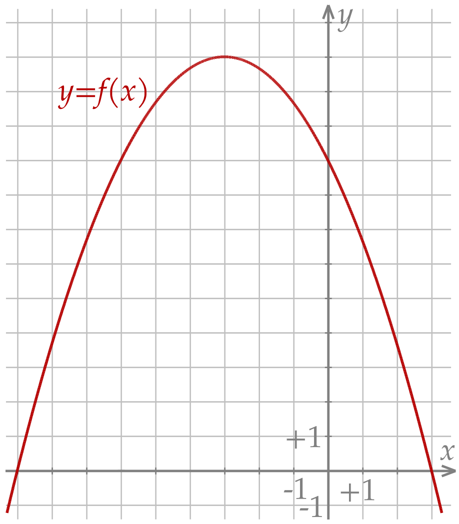
ZADANIE 7 (1 PKT)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = -2x+1$. Funkcja g jest liniowa. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) wykres funkcji g przechodzi przez punkt $P = (-3, 2)$ i jest prostopadły do wykresu funkcji f. Wzorem funkcji g jest

A) $g(x) = -2x-4$ B) $g(x) = -2x+8$ C) $g(x) = \frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ D) $g(x) = \frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$

Informacja do zadań 8.1 – 8.4

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji $y = f(x)$, oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.



ZADANIE 8.1 (1 PKT)

Zbiorem wartości funkcji $y = -2f(x)$ jest przedział

A) $[-24, +\infty)$ B) $(-\infty, 12]$ C) $(-\infty, -12]$ D) $[24, +\infty)$

ZADANIE 8.2 (2 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Wzór funkcji f można przedstawić w postaci:

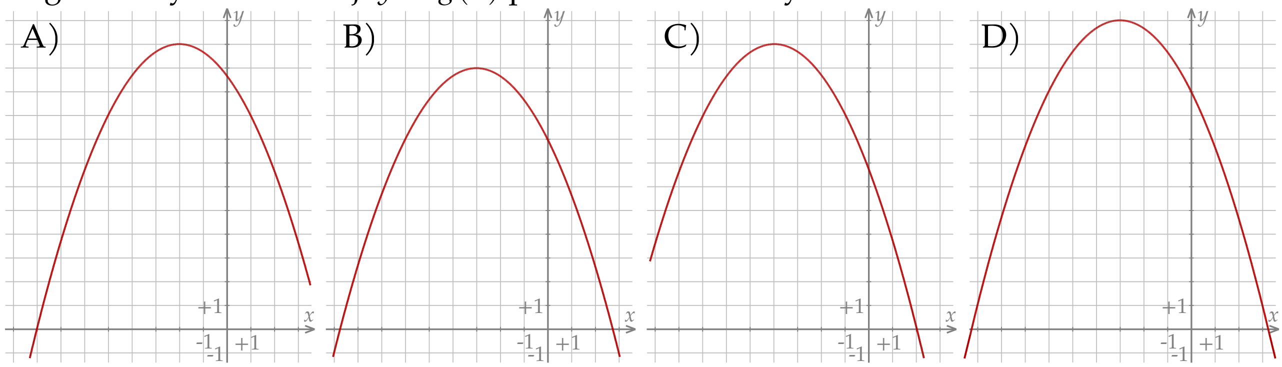
A) $f(x) = -\frac{1}{3}(x+9)(x-3)$
B) $f(x) = -\frac{1}{3}(x-9)(x+3)$
C) $-\frac{1}{3}x^2 + 2x + 9$
D) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 9$
E) $-\frac{1}{3}(x-3)^2 + 12$
F) $-\frac{1}{3}(x+3)^2 - 12$

Zadanie 8.3 (1 pkt)

Wyznacz zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne.

Zadanie 8.4 (1 pkt)

Funkcja kwadratowa g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(x-1)$. Fragment wykresu funkcji $y = g(x)$ przedstawiono na rysunku



ZADANIE 9 (3 PKT)

Rozwiąż równanie $5x^3 - 3x^2 - 20x + 12 = 0$.

ZADANIE 10 (1 PKT)

Najmniejszą liczbą x spełniającą nierówność

$$-2(x+m) \leqslant \frac{2-x}{3}$$

jest $x = -4$. Liczba m jest więc równa

A) -4 B) -2 C) 4 D) 3

ZADANIE 11 (1 PKT)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Wykres tej funkcji przechodzi przez punkt $P = (-2, 3)$. Liczba a oraz liczba b we wzorze funkcji f nie mogą spełniać warunku:

A) $a > 0$ i $b > 0$ B) $a > 0$ i $b < 0$ C) $a < 0$ i $b > 0$ D) $a < 0$ i $b < 0$

ZADANIE 12 (1 PKT)

Trzywyrazowy ciąg $(1-2a, 12, -36)$ jest geometryczny. Liczba a jest równa

A) (-1) B) 5 C) 4 D) 2,5

ZADANIE 13 (1 PKT)

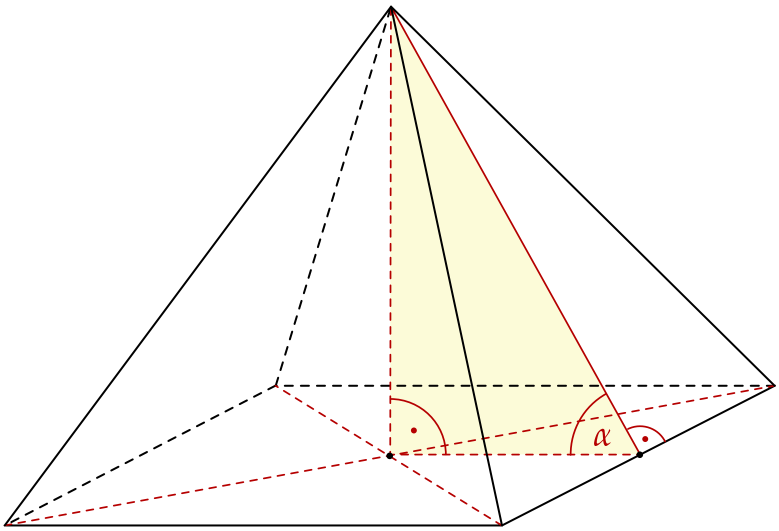
Równanie $\frac{(x^2+2x)(x+3)}{x^2-9}=0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A) cztery rozwiązania. B) trzy rozwiązania.

C) dwa rozwiązania. D) jedno rozwiązanie.

Zadanie 14 (3 pkt)

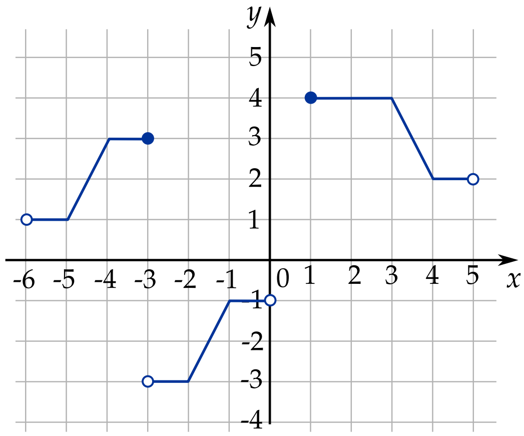
Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 400. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze α taki, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{12}{5}$.



Oblicz wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa.

Informacja do zadań 15.1 – 15.3

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



ZADANIE 15.1 (1 PKT)

Wyznacz zbiór wszystkich rozwiązań nierówności $|f(x)| \geqslant 1$.

Zadanie 15.2 (1 pkt)

Dziedziną funkcji $y = f(-x)$ jest zbiór

A) $(-6,0) \cup [1,5)$ B) $(-6,5)$ C) $(-3,-1) \cup (1,4]$
D) $[-4,-1) \cup (1,3)$ E) $(-5,-1] \cup (0,6)$ F) $(-5,6)$

Zadanie 15.3 (1 pkt)

Zbiorem wartości funkcji f jest zbiór

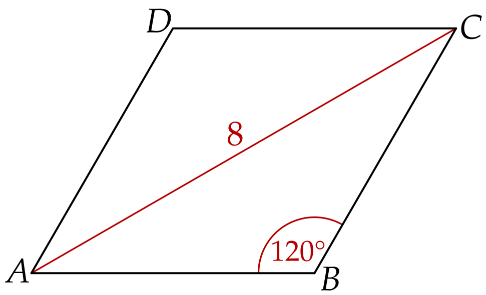
A) $[-6,0) \cup [1,5)$ B) $[-3,4]$ C) $(-6,0) \cup (1,5)$
D) $[-3,-1) \cup (1,4]$ E) $(-3,4]$ F) $[-3,-1] \cup [1,4]$

ZADANIE 16 (2 PKT)

Pani Dagmara spłaciła pożyczkę w wysokości 8800 zł w szesnastu ratach. Każda kolejna rata była mniejsza od poprzedniej o 40 zł. Oblicz kwotę pierwszej raty.

ZADANIE 17 (1 PKT)

W rombie $ABCD$ dłuższa przekątna AC ma długość 8, a kąt rozwarty tego rombu ma miarę 120° (zobacz rysunek).

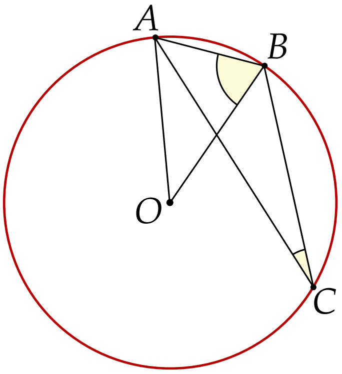


Pole rombu $ABCD$ jest równe

A) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ B) 8 C) $\frac{32\sqrt{3}}{3}$ D) 16

ZADANIE 18 (1 PKT)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku w punkcie O (zobacz rysunek).



Suma miar kątów ABO i ACB jest równa

A) 90° B) 75° C) 60° D) 120°

ZADANIE 19 (1 PKT)

Proste o równaniach: $(m+2)x+y+5=0$ i $my+7m+3=0$ są równoległe, gdy

A) $m=5$ B) $m=0$ C) $m=-2$ D) $m=3$

ZADANIE 20 (1 PKT)

Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny, w którym krawędź podstawy ma długość 12. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod α takim, że $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. Długość przekątnej tego graniastosłupa jest równa

A) 18 B) $12\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{2}$ D) 8

ZADANIE 21 (1 PKT)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), danych jest 5 prostych o równaniach

$$2x + 3y = 2,\ 3x + 2y = -12,\ x + y = -2,\ x - y = -14,\ -2x + y = 22.$$

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Wśród podanych prostych są proste prostopadłe.	**P**	**F**
Wszystkie podane proste przecinają się w jednym punkcie.	**P**	**F**

ZADANIE 22 (1 PKT)

Wysokość trójkąta równobocznego T_1 jest równa $\frac{4,5\cdot\sqrt{3}}{2}$. Wysokość trójkąta równobocznego T_2 jest równa $\frac{1,5\cdot\sqrt{3}}{2}$.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.

Stosunek pola trójkąta T_1 do pola trójkąta T_2 jest równy

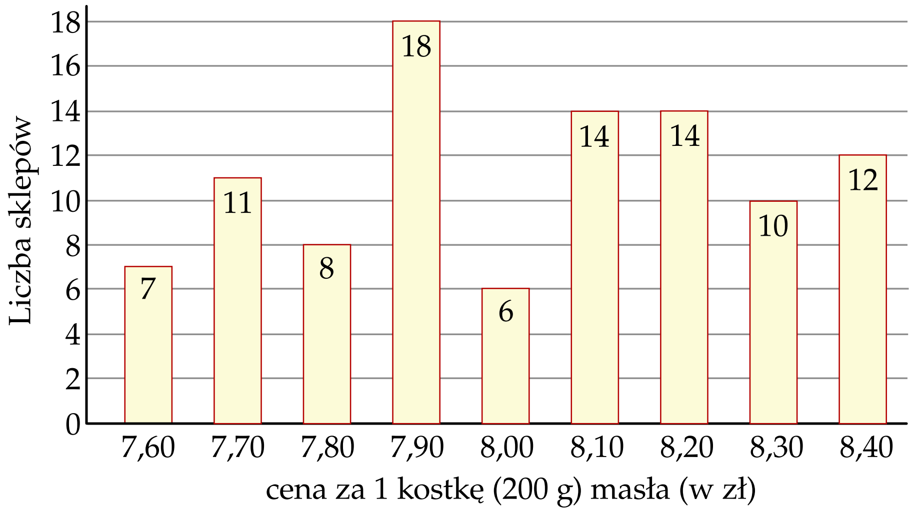
A) 3,	**B)** 9,

ponieważ

1)	bok trójkąta T_2 jest 9 razy krótszy od boku trójkąta T_1.
2)	wysokość trójkąta T_2 jest 3 razy krótsza od wysokości trójkąta T_1.
3)	bok trójkąta T_2 jest o 3 krótszy od boku trójkąta T_1.

Informacja do zadań 23.1 i 23.2

Na diagramie poniżej przedstawiono ceny 1 kostki masła (200 g) w stu wybranych sklepach.



ZADANIE 23.1 (1 PKT)

Mediana ceny 1 kostki masła w tych wybranych sklepach jest równa

A) 8,00 zł B) 7,95 zł C) 7,90 zł D) 8,10 zł E) 8,05 zł

ZADANIE 23.2 (1 PKT)

Średnia cena 1 kostki masła w tych wybranych sklepach, z dokładnością do dwóch cyfr po przecinku, jest równa

A) 8,01 zł B) 7,99 zł C) 8,00 zł D) 8,03 zł E) 8,05 zł

ZADANIE 24 (1 PKT)

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\sin\alpha - \sin\alpha \cdot \cos^2\alpha$ jest równe

A) $\cos^2\alpha$ B) $\sin^3\alpha$ C) $1 - \cos^2\alpha$ D) $\sin\alpha$

ZADANIE 25 (2 PKT)

W pewnej liczbie ośmiocyfrowej zarówno pierwsze trzy cyfry, jak i trzy ostatnie cyfry, są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego o różnicy (-2). Oblicz, ile jest takich liczb ośmiocyfrowych.

ZADANIE 26 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^{2n-1} \cdot \frac{n+1}{249}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Wśród wyrazów ciągu (a_n) są zarówno liczby dodatnie jak i liczby ujemne.	**P**	**F**
Wśród wyrazów ciągu (a_n) jest co najmniej 10 liczb całkowitych.	**P**	**F**

ZADANIE 27 (1 PKT)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Prawdopodobieństwo wylosowania dwóch liczb mniejszych od 4 jest równe prawdopodobieństwu wylosowania dwóch liczb większych od 2.	**P**	**F**
Prawdopodobieństwo tego, że pierwsza liczba jest większa od drugiej jest równe $\frac{1}{2}$.	**P**	**F**

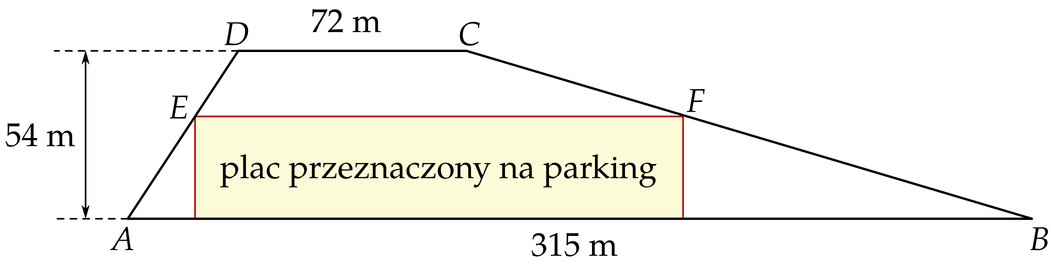
ZADANIE 28 (1 PKT)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $A = (2, -3)$ jest wierzchołkiem równoległoboku $ABCD$. Punkt $S = (-1, 3)$ jest środkiem symetrii tego równoległoboku. Długość przekątnej AC równoległoboku $ABCD$ jest równa

A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $6\sqrt{5}$

ZADANIE 29 (4 PKT)

Działka ma kształt trapezu. Podstawy AB i CD tego trapezu mają długości $|AB| = 315$ m oraz $|CD| = 72$ m. Wysokość trapezu jest równa 54 m, a jego kąty DAB i ABC są ostre. Z działki postanowiono wydzielić plac w kształcie prostokąta z przeznaczeniem na parking. Dwa z wierzchołków tego prostokąta mają leżeć na podstawie AB tego trapezu, a dwa pozostałe – E oraz F – na ramionach AD i BC trapezu (zobacz rysunek).



Wyznacz długości boków prostokąta, dla których powierzchnia wydzielonego placu będzie największa. Wyznacz tę największą powierzchnię.