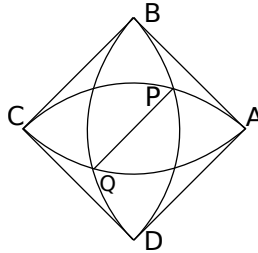


SUMA PUNKTÓW: 82

ZADANIE 1 (3 PKT)

Na rysunku obok przedstawiony jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 1 oraz łuki okręgów o środkach A, B, C, D .



Ile wynosi długość odcinka PQ ?

- A) $2 - \sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ D) $\sqrt{3} - 1$ E) $\frac{3}{4}$

ZADANIE 2 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie liczby pierwsze p i liczby naturalne n spełniające równość

$$n(n-1) = 2p.$$

ZADANIE 3 (5 PKT)

W trójkąt równoboczny o boku długości 6 cm wpisano kwadrat. Oblicz pole tego kwadratu.

ZADANIE 4 (3 PKT)

Brytyjski matematyk August de Morgan twierdził, że miał x lat w roku x^2 . Wiadomo, że de Morgan umarł w roku 1899. W którym roku się urodził?

- A) 1849 B) 1806 C) 1899 D) 1848 E) Inna odpowiedź

ZADANIE 5 (3 PKT)

Wartość wyrażenia $\frac{\sin 1^\circ}{\cos 89^\circ}$ jest równa

- A) 1 B) 0 C) $\frac{1}{89}$ D) $\operatorname{tg} 1^\circ$ E) $\operatorname{ctg} 1^\circ$

ZADANIE 6 (3 PKT)

Niech $x \geq y \geq z$ będą dodatnimi liczbami rzeczywistymi takimi, że $x + y + z = 20$. Które z poniższych zdań jest prawdziwe?

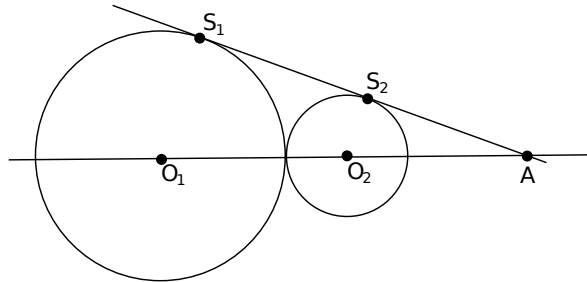
- A) Zawsze $x \cdot y < 99$
 B) Zawsze $x \cdot y > 1$
 C) Zawsze $x \cdot y \neq 25$
 D) Zawsze $x \cdot y \neq 75$
 E) Żadne z poprzednich zdań nie jest prawdziwe.

ZADANIE 7 (5 PKT)

Czy liczba nieparzysta i połowa następującej po niej liczby parzystej mogą mieć wspólny dzielnik większy niż 1?

ZADANIE 8 (5 PKT)

Dane są 2 koła styczne zewnętrznie o promieniach R i r ($R > r$) oraz środkach O_1 i O_2 . Do tych kół poprowadzono wspólną styczną, która jest styczna do tych okręgów w punktach S_1 i S_2 odpowiednio ($S_1 \neq S_2$). Oblicz pole trójkąta AO_1S_1 , gdzie A jest punktem przecięcia się prostych S_1S_2 i O_1O_2 .



ZADANIE 9 (3 PKT)

Zepsuty kalkulator nie wyświetla cyfry 1. Na przykład, jeśli wpiszemy liczbę 3131, to pokazuje on liczbę 33 bez żadnych odstępów między cyframi. Michał napisał na tym kalkulatorze pewną liczbę sześciocyfrową i na wyświetlaczu kalkulatora pojawiła się liczba 2007. Dla ilu liczb mogło się tak zdarzyć?

- A) 15 B) 16 C) 13 D) 14 E) 12

ZADANIE 10 (3 PKT)

Pewna wyspa zamieszkała jest wyłącznie przez kłamców i przez rycerzy. Każdy kłamca zawsze kłamie, każdy rycerz zawsze mówi prawdę. Wypiarz Abacki, zapytany, kim jest on i kim jest jego sąsiad Babacki, odpowiedział: „Przynajmniej jeden z nas jest kłamcą”. Które z poniższych zdań jest prawdziwe?

- A) Żaden mieszkaniec wyspy nie mógł wypowiedzieć takiego zdania.
 B) Abacki jest kłamcą, a Babacki jest rycerzem.
 C) Obaj są kłamcami.
 D) Abacki jest rycerzem, a Babacki jest kłamcą.
 E) Obaj są rycerzami.

ZADANIE 11 (3 PKT)

Cyfrą jedności pewnej liczby trzycyfrowej jest 2. Jeżeli cyfrę tę przeniesiemy na początek tej liczby, to otrzymamy liczbę trzycyfrową o 36 mniejszą. Jaka jest suma cyfr tej liczby?

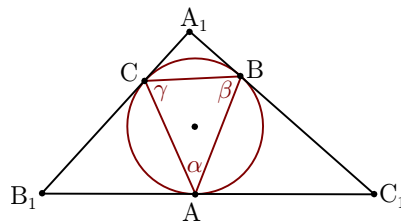
- A) 7 B) 1 C) 9 D) 10 E) 5

ZADANIE 12 (5 PKT)

Podstawy trapezu $ABCD$ mają długości $AB = a$ i $CD = b$. Na ramionach trapezu wybrano punkty K i L w ten sposób, że odcinek KL jest równoległy do podstaw i przechodzi przez punkt przecięcia przekątnych. Oblicz długość odcinka KL .

ZADANIE 13 (5 PKT)

Boki trójkąta $A_1B_1C_1$ są styczne do okręgu w punktach A, B, C , a kąty trójkąta ABC są odpowiednio równe α, β, γ . Oblicz miary kątów trójkąta $A_1B_1C_1$.



ZADANIE 14 (5 PKT)

Przedłużenia przeciwległych boków czworokąta wpisanego w okrąg tworzą kąty ostre o miarach 20° i 40° . Oblicz miary kątów czworokąta.

ZADANIE 15 (3 PKT)

Na poniższym rysunku przedstawiona jest oś liczbowa z zaznaczonymi kolejnymi liczbami całkowitymi. Sześć z tych liczb oznaczono literami a, b, c, d, e, f . Wiadomo, że co najmniej dwie z nich są podzielne przez 3 i co najmniej dwie z nich są podzielne przez 5. Które liczby są podzielne przez 15?



- A) Wszystkie sześć B) a i f C) c i d D) b i e E) Żadna z nich

ZADANIE 16 (5 PKT)

Odległość między środkami okręgów o promieniach 2 i 7 wynosi 13. Prosta k jest styczna do obu okręgów w punktach A i B . Oblicz długość odcinka AB . Rozważ dwa przypadki.

ZADANIE 17 (5 PKT)

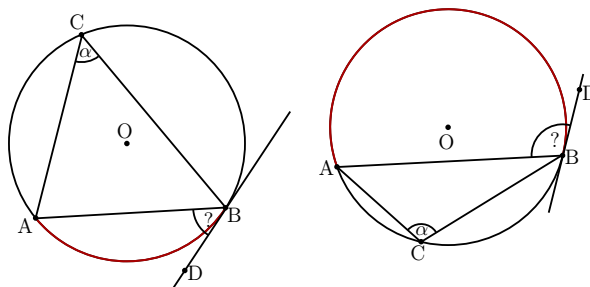
Udowodnij, że suma sześciątów trzech kolejnych liczb naturalnych jest podzielna przez 9.

ZADANIE 18 (5 PKT)

Wysokość trójkąta prostokątnego poprowadzona do przeciwprostokątnej ma długość h i jest pięć razy krótsza od obwodu tego trójkąta. Oblicz długości boków trójkąta.

ZADANIE 19 (5 PKT)

Prosta DB jest styczna do okręgu w punkcie B . Oblicz miarę zaznaczonego kąta $\angle ABD$ jeśli $\angle ACB = \alpha$.



ZADANIE 20 (3 PKT)

W parku wzdłuż alejki o długości 20m postanowiono po obu jej stronach posadzić krzewy róż. Zachowano przy tym zasadę, że odległość pomiędzy każdymi sąsiednimi krzewami po każdej stronie alejki jest równa 2m. Jaką maksymalną liczbę krzewów można posadzić wzdłuż tej alejki?

A) 12

B) 20

C) 10

D) 11

E) 22

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/1260_7251R](http://www.zadania.info/1260_7251R)