

# TRYGONOMETRIA 2

## ZADANIE 1

Wiedząc, że  $\alpha$  jest kątem ostrym oraz  $\operatorname{tg} \alpha = 4\sqrt{3}$  oblicz wartość wyrażenia  $\frac{\sqrt{3} + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ .

## ZADANIE 2

Wyznacz  $\sin 2x$  i  $\cos 2x$  jeśli wiadomo że  $x \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$  i  $\operatorname{tg} x = -5$ .

## ZADANIE 3

a) Sprawdź, czy równość

$$\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

jest tożsamością trygonometryczną.

b) Udowodnij, że jeżeli  $\alpha$  i  $\beta$  są dwoma kątami trójkąta i  $\sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$ , to trójkąt ten jest trójkątem prostokątnym lub równoramiennym.

## ZADANIE 4

Wyznacz zbiór wartości funkcji  $f(x) = 5 - 2 \sin^2 x$  dla  $x \in \mathbb{R}$ .

## ZADANIE 5

Wiedząc, że  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ , oblicz wartość wyrażenia  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ .

## ZADANIE 6

Wykaż, że dla dowolnego kąta  $\alpha$  takiego, że  $\sin \alpha \cos 3\alpha \neq 0$  zachodzi tożsamość

$$\frac{\operatorname{tg} 3\alpha}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{3 - 4 \sin^2 \alpha}{4 \cos^2 \alpha - 3}.$$

## ZADANIE 7

Dana jest funkcja  $f(x) = \frac{1 + \operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x}$  dla  $x \in \langle \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \rangle$ .

a) Rozwiąż równanie  $f(x) = 2$ .

b) Wyznacz najmniejszą wartość funkcji  $f(x)$ .

## ZADANIE 8

Wykaż, że wyrażenie  $\frac{-\cos 2x}{\sin x \cos x} = \operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{tg} x}$  nie jest tożsamością.

ZADANIE 9

Uzasadnij, że liczba  $\cos \frac{\pi}{12}$  jest niewymierna.

ZADANIE 10

Wiedząc, że  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{4}$ , oblicz  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ .

ZADANIE 11

Wykaż, że jeśli  $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,  $\cos \alpha = \frac{1}{7}$  i  $\cos \beta = \frac{13}{14}$ , to  $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ .

ZADANIE 12

Wykaż, że nie istnieje kąt  $\alpha$ , dla którego spełniona jest równość  $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{4}{5}$ .

ZADANIE 13

Dana jest funkcja  $f(x) = \sin^2 x + \cos x$  dla  $x \in \mathbb{R}$ .

- Rozwiąż równanie  $f(x) = 1$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .
- Wyznacz największą wartość funkcji  $f$ .

ZADANIE 14

Sprawdź, czy prawdziwa jest następująca tożsamość  $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ . Podaj konieczne założenia.

ZADANIE 15

Oblicz wartość wyrażenia  $\frac{(\operatorname{ctg} 44^\circ + \operatorname{tg} 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \operatorname{ctg} 72^\circ \operatorname{ctg} 18^\circ$ .

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie  
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/1402\\_6967R](http://www.zadania.info/1402_6967R)