

IMIĘ I NAZWISKO

ZADANIE 1

Wiedząc, że α jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg} \alpha = 4\sqrt{3}$ oblicz wartość wyrażenia $\frac{\sqrt{3} + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$.

ZADANIE 2

Znajdź najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$ w przedziale $\langle 0; 2\pi \rangle$.

ZADANIE 3

Wykaż, że jeżeli $\sin \alpha - \cos \alpha$ jest liczbą wymierną to wymierna jest również liczba $\cos 4\alpha$.

ZADANIE 4

Wyznacz $\sin 2x$ i $\cos 2x$ jeśli wiadomo że $x \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$ i $\operatorname{tg} x = -5$.

ZADANIE 5

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = 2$, oblicz wartość wyrażenia $\frac{4 \cos \alpha - 3 \sin \alpha}{3 \cos \alpha + 5 \sin \alpha}$.

ZADANIE 6

a) Sprawdź, czy równość

$$\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

jest tożsamością trygonometryczną.

b) Udowodnij, że jeżeli α i β są dwoma kątami trójkąta i $\sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$, to trójkąt ten jest trójkątem prostokątnym lub równoramiennym.

ZADANIE 7

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 5 - 2 \sin^2 x$ dla $x \in \mathbb{R}$.

ZADANIE 8

Wyznacz okres podstawowy funkcji $f(x) = \operatorname{tg}(2x - \frac{\pi}{2})$.

ZADANIE 9

Wiedząc, że $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$, oblicz wartość wyrażenia $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

ZADANIE 10

Wykaż, że nie istnieje kąt ostry α taki, że $\cos^2 \alpha = \frac{5}{4} + \sin^2 \alpha$.

ZADANIE 11

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{1+\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x}$ dla $x \in \langle \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \rangle$.

- Rozwiąż równanie $f(x) = 2$.
- Wyznacz najmniejszą wartość funkcji $f(x)$.

ZADANIE 12

Wykaż, że wyrażenie $\frac{-\cos 2x}{\sin x \cos x} = \operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{tg} x}$ nie jest tożsamością.

ZADANIE 13

Wyznacz najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \frac{(\operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{tg}^2 x) \cdot \sin^2 2x}{4 \cos 2x \cdot \sin^2 x}$.

ZADANIE 14

Uzasadnij, że liczba $\cos \frac{\pi}{12}$ jest niewymierna.

ZADANIE 15

Wyznacz zbiór wartości funkcji: $f(x) = \cos 2x - 2 \sin x$, gdzie $x \in \mathbb{R}$.

ZADANIE 16

Kąt α jest kątem ostrym. Wiedząc, że $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3}$, oblicz wartość wyrażenia $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha}$.

ZADANIE 17

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = 4$, oblicz $\operatorname{tg}^2 \alpha + \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}\right)^2$.

ZADANIE 18

Wiedząc, że $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{4}$, oblicz $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

ZADANIE 19

Wyznacz zbiór wartości funkcji

$$f(x) = 2 - 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 3 \sin^2 x - \cos^2 x.$$

ZADANIE 20

Oblicz $\sin 750^\circ$.

ZADANIE 21

Wykaż, że jeśli $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\cos \alpha = \frac{1}{7}$ i $\cos \beta = \frac{13}{14}$, to $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$.

ZADANIE 22

Wykaż, że nie istnieje kąt α , dla którego spełniona jest równość $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{4}{5}$.

ZADANIE 23

Dana jest funkcja $f(x) = \sin^2 x + \cos x$ dla $x \in \mathbb{R}$.

- Rozwiąż równanie $f(x) = 1$ w przedziale $(0, 2\pi)$.
- Wyznacz największą wartość funkcji f .

ZADANIE 24

Sprawdź, czy prawdziwa jest następująca tożsamość $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$. Podaj konieczne założenia.

ZADANIE 25

Kąt α jest ostry oraz $12 \sin \alpha - 5 \cos \alpha = 0$. Oblicz $\frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$.

ZADANIE 26

Uzasadnij, że jeżeli α jest kątem ostrym, to $\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha$.

ZADANIE 27

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{(\operatorname{ctg} 44^\circ + \operatorname{tg} 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \operatorname{ctg} 72^\circ \operatorname{ctg} 18^\circ$.

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/2062_2812R](http://www.zadania.info/2062_2812R)