ZADANIE 1

W urnie jest 7 kul czarnych i 5 białych. Sześć z nich przekładamy do drugiej urny, początkowo pustej, i z niej losujemy 2 kule bez zwracania. Jakie jest prawdopodobieństwo, że druga z nich będzie biała.

ZADANIE 2

Urzędniczka na 100 klientów kontroluje 15. Jakie jest prawdopodobieństwo, że z 12 jej klientów 3 zostanie skontrolowanych?

ZADANIE 3

Niech n będzie liczbą naturalną. Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, \ldots, 2n+1\}$ losujemy dwie liczby (mogą być równe). Oblicz prawdopodobieństwo, że suma wylosowanych liczb będzie większa od $2n+1$.

ZADANIE 4

W zbiorze $Z = \{-2n+1, -2n+3, \ldots, -3, -1, 0, 1, 3, \ldots, 2n-3, 2n-1\}$, gdzie $n > 4$ jest liczbą naturalną, zmieniono znaki na przeciwne trzem losowo wybranym liczbom. Wiadomo, że prawdopodobieństwo tego, że suma wszystkich liczb w zbiorze nie uległa zmianie wynosi $\frac{1}{161}$. Wyznacz n.

ZADANIE 5

W grze liczbowej Express Lotek losowanych jest pięć spośród liczb $1, 2, 3, \ldots, 41, 42$. Gracz zawarł jeden zakład na najbliższe losowanie (czyli wytypował w kolekturze Totalizatora Sportowego pięć liczb spośród czterdziestu dwóch). Oblicz ile razy prawdopodobieństwo trafienia 'trójki' (czyli wytypowania dokładnie 3 liczb spośród tych, które będą wylosowane) jest większe niż prawdopodobieństwo trafienia

a) piątki;

b) czwórki.

ZADANIE 6

Wielokąt wypukły ma n wierzchołków, $n \geqslant 3$, $n \in \mathbb{N}$, spośród których losujemy jednocześnie dwa. Wyznacz n, wiedząc, że prawdopodobieństwo wylosowania wierzchołków wyznaczających przekątną tego wielokąta jest mniejsze od $\frac{4}{5}$.

ZADANIE 7

Jedenastu panów, wśród których są X, Y i Z, ustawiamy losowo w szeregu. Oblicz prawdopodobieństwo, że pan X będzie stał obok pana Y i pan Z nie będzie stał obok pana Y.

ZADANIE 8

Rozmieszczamy m różnych listów w m rozróżnialnych, ponumerowanych skrytkach. Jakie jest prawdopodobieństwo takiego rozmieszczenia, że:

a) A – co najmniej jedna skrytka jest pusta?

b) B – co najmniej dwie skrytki są puste?

ZADANIE 9
Wiadomo, że zdarzenia A i B są niezależne oraz $P(A \setminus B) = \frac{1}{6}$, $P(B \setminus A) = \frac{1}{4}$. Oblicz $P(A \cup B)$.

ZADANIE 10
Uzasadnij, że
$$P((A' \cup B) \cap A) \geqslant \frac{1}{6},$$
jeżeli $P(A') = \frac{1}{3}$ i $P(B') = \frac{1}{2}$.

ZADANIE 11
Do 12 ponumerowanych szuflad wkładamy losowo 13 pojedynczych skarpetek, przy czym dokładnie dwie z nich tworzą parę. Jakie jest prawdopodobieństwo otrzymania konfiguracji, w której żadna szuflada nie jest pusta oraz skarpetki tworzące parę znajdują się w różnych szufladach.

ZADANIE 12
Liczby kul białych, niebieskich i czerwonych tworzą - w podanej kolejności - ciąg arytmetyczny o różnicy 2. Spośród tych kul losujemy jednocześnie trzy. Prawdopodobieństwo wylosowania trzech kul, z których każda jest innego koloru wynosi $\frac{3}{13}$. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania z tej urny trzech kul, wśród których dwie są tego samego koloru, jeśli wiadomo, że liczba wszystkich kul w urnie jest nieparzysta.

ZADANIE 13
Z talii 52 kart wylosowano dwie karty i, nie oglądając ich, włożono do drugiej talii. W ten sposób powstała talia złożona z 54 kart. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania asa z tak utworzonej talii kart.

ZADANIE 14
Przy okrągłym stole zasiada losowo 8 osób, a wśród nich rodzice z dwojgiem dzieci. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że dzieci usiądą bezpośrednio między rodzicami?

ZADANIE 15
Do woreczka wrzucono 3 monety 5 złotowe, 4 monety 2 złotowe, 2 monety 1 złotowe oraz 8 monet 50 groszowych. Karol losowo wyjmuje z woreczka 10 monet. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosuje w ten sposób co najmniej 10 zł? Wynik podaj z dokładnością do trzech miejsc po przecinku.

ZADANIE 16
Na jednej kostce sześciennej znajdują się liczby: 2,3,3,6,6,6, a na drugiej: 1,1,4,6,7,7. Gra polega na rzucie wybraną kostką. Wygrywa ten, kto wyrzuci większą liczbę na swojej kostce. Masz prawo wyboru kostki. Którą kostkę należy wybrać, aby mieć większe szanse wygranej?

ZADANIE 17
Spośród liczb: -9, -7, -5, -3, -1, 0, 2, 4, 6, 8 losujemy dwie różne liczby a i b, a następnie zapisujemy ich iloczyn $a \cdot b$. Oblicz i porównaj prawdopodobieństwa zdarzeń A i B, jeśli: A oznacza zdarzenie, że iloczyn $a \cdot b$ jest liczbą nieujemną; B – zdarzenie, że iloczyn $a \cdot b$ jest liczbą niedodatnią.

ZADANIE 18

Z trzech urn, w których jest po 2 kule białe i 3 czarne, wyjmujemy po jednej kuli i wkładamy do czwartej urny, w której była jedna kula biała. Losujemy teraz jedną kulę z czwartej urny. Oblicz prawdopodobieństwo, że z czwartej urny wyjmiemy białą kulę.

ZADANIE 19

Liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ustawiamy losowo w szeregu. Oblicz prawdopodobieństwo, że w tym ustawieniu suma każdych dwóch sąsiednich liczb będzie nieparzysta. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

ZADANIE 20

Ze zbioru wszystkich trójwyrazowych ciągów o wyrazach ze zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ losujemy jeden ciąg.

a) Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania ciągu rosnącego lub malejącego.

b) Dla jakiej liczby naturalnej n prawdopodobieństwo to jest równe 0,125?

ZADANIE 21

Rzucamy n razy monetą symetryczną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że orzeł wypadnie nieparzystą liczbę razy?

ZADANIE 22

Mamy N pałek o jednakowej długości. Każdą z nich łamiemy na 2 części: długą i krótką. $2N$ części połączono losowo w N par, z których utworzono nowe pałki. Wyznacz prawdopodobieństwo tego, że:

a) części zostaną połączone tak, jak przed złamaniem;

b) wszystkie długie części będą połączone z krótkimi.

ZADANIE 23

W urnie znajduje się 27 kul w dwóch kolorach. Wiadomo, że wśród każdych 13 kul wybranych z urny jest co najmniej jedna czarna, a wśród każdych 16 kul jest co najmniej jedna biała. Ile białych kul znajduje się w urnie?

ZADANIE 24

W urnie jest 2 razy więcej kul czarnych niż białych i 3 razy więcej kul zielonych niż białych. Przy losowaniu 3 kul z tej urny prawdopodobieństwo wylosowania 3 kul różnych kolorów wynosi $\frac{27}{136}$. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania z urny 3 kul, wśród których dokładnie 2 będą tego samego koloru.

ZADANIE 25

W urnie są 3 kule białe, 4 czarne i 5 zielonych. Losujemy ze zwracaniem 3 kule. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wśród wylosowanych kul będą kule biała i czarna.

ZADANIE 26

W urnie jest 15 kartek, ponumerowanych liczbami od 1 do 15. Wyciągamy 5 kartek bez zwracania. Jakie jest prawdopodobieństwo, że numer trzeciej kartki jest liczbą podzielną przez 3 i jednocześnie numer piątej kartki jest liczbą podzielną przez 5?

ZADANIE 27

Rozważmy zbiór wszystkich czteroelementowych podzbiorów zbioru wierzchołków pewnego prostopadłościanu. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania takiego podzbioru, którego elementy są wierzchołkami prostokąta.

ZADANIE 28

Na stacji czekało na pociąg 10 pasażerów. Przyjechał pociąg składający się z 7 wagonów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wszyscy pasażerowie wsiedli tylko do dwóch wagonów, jeśli pasażerowie losowo wybierali wagony?

ZADANIE 29

Mamy dwie talie kart po 24 karty. Z pierwszej talii losujemy jedną kartę i nie oglądając jej wkładamy do drugiej talii. Następnie z drugiej talii losujemy jedną kartę.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania króla, jeżeli wiemy, że z pierwszej talii przełożono do drugiej trefla?

b) Obliczyć prawdopodobieństwo, że wylosowana karta jest kierem.

c) Wylosowana karta okazała się kierem. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że z pierwszej talii także został wylosowany kier?

ZADANIE 30

Test na rzadką chorobę, którą dotknięta jest średnio jedna osoba na tysiąc, daje fałszywą pozytywną odpowiedź w 5% przypadków (u osoby chorej daje zawsze odpowiedź pozytywną). Jaka jest szansa, że osoba, u której test dał odpowiedź pozytywną, jest faktycznie chora?

ZADANIE 31

Spośród liczb: 0, 1, 2, 3, 4, 5,..., 1000 wybieramy losowo jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że liczba ta jest podzielna przez 4 lub 5.

ZADANIE 32

Wzór funkcji $f(x) = \frac{a}{x-b} + c$ tworzymy w następujący sposób. Ze zbioru

$$Z = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$$

losujemy kolejno 3 liczby (bez zwracania); pierwsza z wylosowanych liczb jest równa współczynnikowi a, druga – współczynnikowi b, trzecia – współczynnikowi c. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

a) A – funkcja f jest funkcją malejącą w każdym ze zbiorów $(-\infty, 2)$ oraz $(2, +\infty)$;

b) B – miejscem zerowym funkcji f jest 0.

c) C – funkcja f jest funkcją malejącą w każdym ze zbiorów $(-\infty, -2)$ oraz $(2, +\infty)$;

ZADANIE 33

Ze zbioru $\{1, 2, \ldots, 10\}$ losujemy kolejno 3 liczby (mogą się powtarzać). Wyznacz prawdopodobieństwo wyboru takiej trójki (x, y, z) liczb, dla której $x + y < z$.

ZADANIE 34

Ze zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, 1996\}$ losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana liczba jest podzielna przez:

a) 6

b) 4 lub 6

b) 4 lub 6 lub 10

ZADANIE 35

Niech $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Oblicz prawdopodobieństwo, że zbiór wartości losowo utworzonej funkcji $f \colon X \to Y$ jest dwuelementowy.

ZADANIE 36

Oblicz prawdopodobieństwo tego, że przy czterokrotnym rzucie kostką, 3 kolejne wyniki utworzą ciąg geometryczny.

ZADANIE 37

20 drużyn rozdziela się losowo na 2 grupy po 10 drużyn. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że 2 ustalone drużyny znajdą się w różnych grupach.

ZADANIE 38

Z urny, w której znajduje się 20 kul białych i 2 czarne losujemy n kul. Znajdź najmniejszą wartość n, taką przy której prawdopodobieństwo wylosowania przynajmniej jednej kuli czarnej jest większe od $\frac{1}{2}$.

ZADANIE 39

Mamy 10 książek, wśród których są książki A, B i C. Ustawiamy je losowo na pustej półce. Oblicz prawdopodobieństwo, że książki A i B będą stały obok siebie w dowolnym porządku, natomiast C nie będzie sąsiadować z żadną z nich.

ZADANIE 40

Z szuflady, w której znajduje się 10 różnych par rękawiczek wybieramy losowo cztery rękawiczki. Opisz zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, a następnie oblicz prawdopodobieństwa zdarzeń:
A – wśród wylosowanych rękawiczek nie będzie pary,
B – wśród wylosowanych rękawiczek będzie dokładnie jedna para.

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/2421_3790R