

ZADANIE 1

Dane są funkcje $f(x) = x^2 - 6x + 9$ i $g(x) = x + 7$.

- Znajdź te argumenty, dla których zarówno funkcja f , jak i funkcja g przyjmują wartości dodatnie.
- Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej m liczba $f(m)$ jest kwadratem liczby całkowitej. Kwadratem jakiej liczby naturalnej jest $f(m)$, jeżeli $m = 123456$?

ZADANIE 2

Rozwiąż równanie $4 \cos^2 x = 4 \sin x + 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

ZADANIE 3

Podstawą graniastopuła prawidłowego jest trójkąt, w którym długość wysokości wynosi $6\sqrt{3}\text{cm}$. Przekątne ścian bocznych wychodzące z jednego wierzchołka tworzą kąt o mierze 50° . Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość graniastopuła. Wynik podaj z dokładnością do 1cm.

ZADANIE 4

Danych jest osiem kul z numerami od 1 do 8, oraz dziesięć szuflad z numerami od 1 do 10. Rozmieszczamy w dowolny sposób kule w szufladach. Oblicz prawdopodobieństwa następujących zdarzeń:

- A – wszystkie kule znajdują się w szufladach z numerami parzystymi.
- B – dokładnie dwie szuflady pozostaną puste.

ZADANIE 5

Spośród wyrazów skończonego ciągu arytmetycznego (a_n) danego wzorem $a_n = 5n + 8$, gdzie $n = 1, 2, \dots, 15$ wybieramy losowo 3. Oblicz prawdopodobieństwo, że iloczyn wybranych liczb jest podzielny przez 3.

ZADANIE 6

Dany jest punkt $M = (2, 8)$. Wyznacz równanie takiej prostej k , do której należy punkt M , że na ujemnej półosi Ox i dodatniej półosi Oy układu xOy prosta ta wyznacza odcinki OA i OB , których suma długości jest równa 6. Oblicz obwód trójkąta AOB .

ZADANIE 7

Rozwiąż nierówność $||x - x^2| - 3x| > x$.

ZADANIE 8

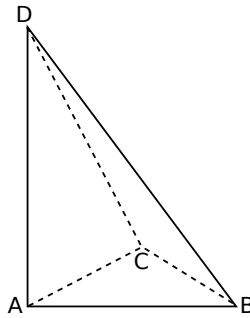
Suma dwóch liczb równa jest 6. Znajdź te liczby, jeśli wiadomo, że suma podwojonego kwadratu jednej z nich i kwadratu drugiej jest najmniejsza z możliwych.

ZADANIE 9

Znajdź x , dla którego liczby $2, 2^{x+1}, 2^{x+1} + 6$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny.

ZADANIE 10

Podstawą ostrosłupa $ABCD$ jest trójkąt ABC . Krawędź AD jest wysokością ostrosłupa (zobacz rysunek).



Oblicz objętość ostrosłupa $ABCD$, jeśli wiadomo, że $|AD| = 12$, $|BC| = 6$, $|BD| = |CD| = 13$.

ZADANIE 11

W trapezie kąty przy dłuższej podstawie to 60° i 30° , a długość wysokości trapezu wynosi 6. Oblicz pole trapezu oraz długości jego podstaw wiedząc, że suma długości ramion jest równa sumie długości podstaw.

ZADANIE 12

Podstawą graniastoslupa jest trójkąt prostokątny równoramienny o ramieniu długości 9. Kąt między przekątną największej ściany bocznej i wysokością graniastoslupa jest równy 60° . Oblicz pole powierzchni bocznej i objętość tego graniastoslupa.

ZADANIE 13

Wykaż, że prosta $l : y = -2x - 1$ jest styczna do okręgu $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 5$.

ZADANIE 14

Punkt $S = (0; 0)$ jest środkiem boku AD równoległoboku $ABCD$. Wiadomo też, że $\vec{AB} = [4; 3]$ oraz $\vec{BC} = [6; 2]$. Wyznacz wierzchołki tego równoległoboku.

ZADANIE 15

Wyznacz wszystkie rozwiązania równania $2 \cos^2 x = \cos x$ należące do przedziału $(0, 2\pi)$.

ZADANIE 16

Mariusz Czerkawski i Jimmy O'Brien w jednym sezonie NHL zdobyli w sumie 100 bramek. Kluby obu zawodników za każdą zdobytą bramkę wypłacały hokeistom z góry ustaloną premię. Po sezonie okazało się, że obaj zawodnicy otrzymali za strzelone bramki równe kwoty. Gdyby Czerkawski zdobył tyle bramek ile O'Brien, to otrzymałby 72000\$, zaś gdyby drugi strzelił tyle bramek ile pierwszy, to otrzymałby 32000\$. Oblicz, ile bramek zdobył każdy z nich i jaka była wysokość premii w obu klubach za strzelenie bramki.

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/2708_1356R](http://www.zadania.info/2708_1356R)