

ZADANIE 1 (5 PKT)

Wykaż, że liczba $a = \log_{2\sqrt{2}} 8 - \log_{\frac{1}{2}} 0,25$ jest liczbą wymierną.

ZADANIE 2 (5 PKT)

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{(\log_7 14 - \log_7 2\sqrt{7})(\log_{\frac{1}{2}} - \log 5)}{\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{27} + \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{81}}$.

ZADANIE 3 (5 PKT)

Wiedząc, że $\log_2 6 = a$, wyznacz $\log_{36} 24$.

ZADANIE 4 (5 PKT)

Oblicz $36^{\log_6 5 - \frac{1}{4}}$.

ZADANIE 5 (5 PKT)

Nie używając kalkulatora, porównaj liczby: $a = \log 5 \cdot \log 20 + \log^2 2$ oraz $b = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$.

ZADANIE 6 (5 PKT)

Udowodnij, że jeśli liczby dodatnie a i b spełniają warunek $a^2 + b^2 = 23ab$, to $\log_5(a + b) = \log_5 \sqrt{ab} + 1$.

ZADANIE 7 (5 PKT)

Wykaż, że liczba $a = \sqrt{4^{\log_2 5}}$ jest liczbą całkowitą.

ZADANIE 8 (5 PKT)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 3^{1-n}$ dla $n \geq 1$.

a) Oblicz iloraz tego ciągu.

b) Oblicz $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \log_3 a_3 + \dots + \log_3 a_{100}$ czyli sumę logarytmów, o podstawie 3, stu początkowych, kolejnych wyrazów tego ciągu.

ZADANIE 9 (5 PKT)

Wiedząc, że $a = \log_3 20$ i $b = \log_3 15$ oblicz $\log_2 360$.

ZADANIE 10 (5 PKT)

Uporządkuj rosnąco liczby $a = \frac{1}{2\log_3 2} + \frac{1}{\log_5 4}$, $b = \log_5 15$, $c = 3^{\log_9 4}$.

ZADANIE 11 (5 PKT)

Wykaż, że $\log_7 5 = \log_{49} 25$.

ZADANIE 12 (5 PKT)

Widząc, że $\log_4 3 = a$ i $\log_5 3 = b$, wyznacz $\log_{0,8} 27$ w zależności od a i b .

ZADANIE 13 (5 PKT)

O liczbach a i b wiadomo, że $9^a = 64$ oraz $b = \log_{27} \frac{1}{8}$. Oblicz 3^{a+b} .

ZADANIE 14 (5 PKT)

Liczby dodatnie a, b, c spełniają warunek: $\log_4 c = \log_3 b = \log_2 a = 2$. Oblicz \sqrt{abc} .

ZADANIE 15 (5 PKT)

Oblicz $\frac{1}{2} \log 4 + \frac{2}{3} \log 8 - \frac{3}{\log_2 10}$.

ZADANIE 16 (5 PKT)

Wiadomo, że $\log_6 2 = a$. Wyznacz $\log_{24} 36$ w zależności od a .

ZADANIE 17 (5 PKT)

Oblicz $(\log_2 10)^{-1} + (\log_5 10)^{-1}$.

ZADANIE 18 (5 PKT)

Wiedząc, że $\log a = -3$, a $\log b = 2$ oblicz wartość wyrażenia $a^3 b^4$.

ZADANIE 19 (5 PKT)

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{\log_6^2 3 + \log_6 16}{\log_6 3 \cdot \log_6 48 + \log_6^2 4}$.

ZADANIE 20 (5 PKT)

Wiedząc, że $\log_3 4 = a$ i $\log_3 5 = b$, wyznacz $\log_{27} 0,8$ w zależności od a i b .

ZADANIE 21 (5 PKT)

Udowodnij, że liczby $2^{\log_3 5}$ i $5^{\log_3 2}$ są równe.

ZADANIE 22 (5 PKT)

Wiadomo, że $\log_5 11 = a$. Wykaż, że $\log_{121} 5\sqrt{5} = \frac{3}{4a}$.

ZADANIE 23 (5 PKT)

Oblicz wartość funkcji $f(x) = |1 - 2^{x-3}|$ dla argumentu

$$x = \log_{13} \left(\log_{12}^2 8 + \log_{12} 64 \cdot \log_{12} 18 + \log_{12}^2 18 + 49^{\frac{1}{\log_3 7}} \right).$$