

FUNKCJA HOMOGRAFICZNA

ZADANIE 1

Funkcja $f(x) = \frac{2-x}{x+b}$ przyjmuje wartości ujemne wtedy i tylko wtedy gdy $x < -5$ lub $x > 2$.

- Oblicz b .
- Napisz wzór funkcji f w postaci kanonicznej.
- Wyznacz zbiór tych argumentów, dla których funkcja f osiąga wartości nie większe niż funkcja $g(x) = \frac{3x+8}{x+5}$.

ZADANIE 2

Funkcja homograficzna f jest monotoniczna w przedziałach $(-\infty; 2)$ i $(2; +\infty)$. Zbiór $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ jest zbiorem wartości tej funkcji, a wartość 1 funkcja przyjmuje dla argumentu 6.

- Znajdź wzór funkcji f .
- Naszkiuj wykres funkcji f .
- Uzasadnij, że funkcja f nie jest monotoniczna w zbiorze $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

ZADANIE 3

W prostokątnym układzie współrzędnych zaznacz zbiór tych wszystkich punktów płaszczyzny o współrzędnych (a, b) , dla których funkcja $f(x) = \frac{ax+2}{x+b}$ jest funkcją homograficzną, malejącą w każdym z przedziałów: $(-\infty, 2)$, $(2, +\infty)$.

ZADANIE 4

Funkcja homograficzna jest określona wzorem $f(x) = \frac{px-3}{x-p}$ gdzie $p \in \mathbb{R}$ i $|p| \neq \sqrt{3}$.

- Dla $p = 1$ zapisz wzór funkcji w postaci $f(x) = k + \frac{m}{x-1}$, gdzie $k, m \in \mathbb{R}$.
- Wyznacz wszystkie wartości p , dla których w przedziale $(p; +\infty)$ funkcja jest malejąca.

ZADANIE 5

Funkcja homograficzna f jest monotoniczna w przedziałach $(-\infty; 0)$ i $(0; +\infty)$. Zbiór $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ jest zbiorem wartości tej funkcji, a wartość 5 funkcja przyjmuje dla argumentu 3.

- Znajdź wzór funkcji f .
- Wyznacz miejsce zerowe funkcji f .
- Wyznacz te argumenty, dla których funkcja f przyjmuje wartości większe od 1.

ZADANIE 6

Uzasadnij, że funkcja $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ przyjmuje dla dodatnich argumentów wartości nie mniejsze niż 3.

ZADANIE 7

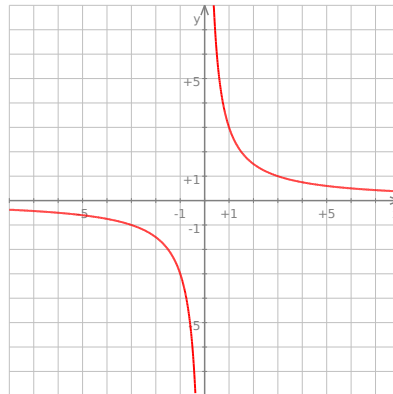
Wyznacz największą wartość funkcji $f(x) = \frac{1}{x^2-2x+3}$.

ZADANIE 8

Wyznacz te wartości parametru p , dla których dziedziną funkcji $f(x) = \frac{x+p}{(p^2-9)x^2+(p+3)x+1}$ jest zbiór liczb rzeczywistych.

ZADANIE 9

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{3}{x}$ dla $x \neq 0$.



Wykres ten przesunięto o 2 jednostki w górę wzdłuż osi Oy . Otrzymano w ten sposób wykres funkcji g o wzorze $g(x) = \frac{3}{x} + 2$ dla $x \neq 0$.

- Narysuj wykres funkcji g .
- Oblicz największą wartość funkcji g w przedziale $\langle 21, 31 \rangle$.
- Podaj, o ile jednostek wzdłuż osi Ox należy przesunąć wykres funkcji g , aby otrzymać wykres funkcji przechodzący przez początek układu współrzędnych.

ZADANIE 10

Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, gdzie $a \neq 0$, przesunięto o wektor $\vec{u} = [-3, 2]$ i otrzymano wykres funkcji g . Do wykresu funkcji g należy punkt $A = (-4, 6)$. Oblicz a , następnie rozwiąż nierówność $g(x) < 4$.

ZADANIE 11

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{2}{x}$. Narysuj wykres i wyznacz przedziały monotoniczności funkcji $y = f(x-1) - 3$.

ZADANIE 12

Sporządź wykres funkcji $f(x) = \frac{-3x+1}{x+2}$.