

LOGARYTMY

ZADANIE 1

Wykaż, że liczba $a = \log_{2\sqrt{2}} 8 - \log_{\frac{1}{2}} 0,25$ jest liczbą wymierną.

ZADANIE 2

Oblicz $2 \log_5 2 + \log_5 3$.

ZADANIE 3

Wykaż, że liczba $a = \sqrt{4^{\log_2 5}}$ jest liczbą całkowitą.

ZADANIE 4

Oblicz $\log_2 3 \cdot \log_3 4$.

ZADANIE 5

Wykaż, że $\log_7 5 = \log_{49} 25$.

ZADANIE 6

O liczbach a i b wiadomo, że $9^a = 64$ oraz $b = \log_{27} \frac{1}{8}$. Oblicz 3^{a+b} .

ZADANIE 7

Uporządkuj rosnąco trzy liczby: $\frac{1}{\log_3 \pi} + \frac{1}{\log_4 \pi}$, $(0,125)^{-\frac{1}{3}}$, $\log_{\pi} 11$.

ZADANIE 8

Liczby dodatnie a, b, c spełniają warunek: $\log_4 c = \log_3 b = \log_2 a = 2$. Oblicz \sqrt{abc} .

ZADANIE 9

Oblicz $\frac{1}{2} \log 4 + \frac{2}{3} \log 8 - \frac{3}{\log_2 10}$.

ZADANIE 10

Oblicz $(\log_2 10)^{-1} + (\log_5 10)^{-1}$.

ZADANIE 11

Wiadomo, że $\log_5 11 = a$. Wykaż, że $\log_{121} 5\sqrt{5} = \frac{3}{4a}$.

ZADANIE 12

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{(\log_7 14 - \log_7 2\sqrt{7})(\log \frac{1}{2} - \log 5)}{\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{27} + \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{81}}$.

ZADANIE 13

Wiedząc, że $\log_2 6 = a$, wyznacz $\log_{36} 24$.

ZADANIE 14

Oblicz $36^{\log_6 5 - \frac{1}{4}}$.

ZADANIE 15

Nie korzystając z kalkulatora uzasadnij, że: $1,5 < \log_2 3 < 1,75$.

ZADANIE 16

Udowodnij, że jeśli liczby dodatnie a i b spełniają warunek $a^2 + b^2 = 23ab$, to $\log_5(a + b) = \log_5 \sqrt{ab} + 1$.

ZADANIE 17

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 3^{1-n}$ dla $n \geq 1$.

- Oblicz iloraz tego ciągu.
- Oblicz $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \log_3 a_3 + \dots + \log_3 a_{100}$ czyli sumę logarytmów, o podstawie 3, stu początkowych, kolejnych wyrazów tego ciągu.

ZADANIE 18

Uporządkuj rosnąco liczby $a = \frac{1}{2\log_3 2} + \frac{1}{\log_5 4}$, $b = \log_5 15$, $c = 3^{\log_9 4}$.

ZADANIE 19

Widząc, że $\log_4 3 = a$ i $\log_5 3 = b$, wyznacz $\log_{0,8} 27$ w zależności od a i b .

ZADANIE 20

Wiadomo, że $\log_6 2 = a$. Wyznacz $\log_{24} 36$ w zależności od a .

ZADANIE 21

Wykaż, że dla liczb spełniających odpowiednie założenia (podaj te założenia) prawdziwy jest wzór: $\log_a b = \log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b}$.

ZADANIE 22

Wiedząc, że $\log a = -3$, a $\log b = 2$ oblicz wartość wyrażenia $a^3 b^4$.

ZADANIE 23

Wiedząc, że $\log_3 4 = a$ i $\log_3 5 = b$, wyznacz $\log_{27} 0,8$ w zależności od a i b .

ZADANIE 24

Udowodnij, że liczby $2^{\log_3 5}$ i $5^{\log_3 2}$ są równe.

ZADANIE 25

Wiedząc, że $\log a = \frac{1}{2}$ i $\log b = -\frac{1}{3}$, oblicz $\log \sqrt{ab}$.

ZADANIE 26

Korzystając ze wzoru

$$1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + nx^{n-1} = \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(1-x)^2},$$

który jest prawdziwy dla dowolnej liczby naturalnej n i dowolnej liczby $x \neq 1$, wykaż, że

$$\log_5 \left(\frac{5^{2 \cdot 7} \cdot 5^{4 \cdot 7^3} \cdot 5^{6 \cdot 7^5} \cdot 5^{8 \cdot 7^7}}{5 \cdot 5^{3 \cdot 7^2} \cdot 5^{5 \cdot 7^4} \cdot 5^{7 \cdot 7^6}} \right) = \frac{8 \cdot 7^9 + 9 \cdot 7^8 - 1}{64}.$$

ZADANIE 27

Nie używając kalkulatora, porównaj liczby: $a = \log 5 \cdot \log 20 + \log^2 2$ oraz $b = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$.

ZADANIE 28

Wiedząc, że $a = \log_3 20$ i $b = \log_3 15$ oblicz $\log_2 360$.

ZADANIE 29

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{\log_6^2 3 + \log_6 16}{\log_6 3 \cdot \log_6 48 + \log_6^2 4}$.

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/3177_7242R](http://www.zadania.info/3177_7242R)