

MATURA PRÓBNA PODSTAWOWA GEOMETRIA Z TRYGNOMETRIĄ

ZADANIE 1 (1 PKT)

W trójkącie prostokątnym naprzeciw kąta ostrego α leży przyprostokątna długości 3 cm. Druga przyprostokątna ma długość 6 cm. Zatem

- A) $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ B) $\operatorname{tg} \alpha = 2$ C) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ D) $\cos \alpha = \frac{2}{5}\sqrt{5}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Kąt wpisany w okrąg o promieniu 6, który jest oparty na łuku długości 3π ma miarę

- A) 45° B) 90° C) 30° D) 60°

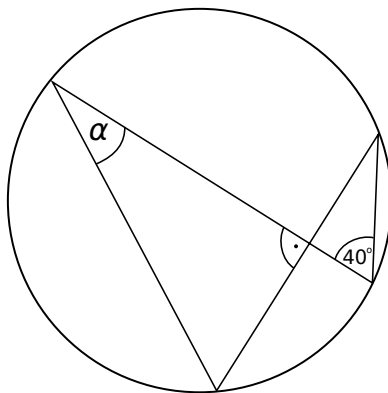
ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba przekątnych jest równa liczbie boków w

- A) prostokącie B) siedmiokącie C) sześciokącie D) pięciokącie

ZADANIE 4 (1 PKT)

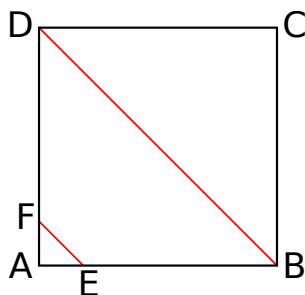
Miara kąta α wynosi



- A) 40° B) 30° C) 60° D) 50°

ZADANIE 5 (1 PKT)

W kwadracie $ABCD$ o boku długości 20 połączono punkty E i F na bokach AB i AD w ten sposób, że odcinek EF jest równoległy do przekątnej BD i jest od niej 5 razy krótszy.



Długość odcinka EB jest równa

- A) 14 B) 12 C) 16 D) 15

ZADANIE 6 (1 PKT)

Z przeciwległych wierzchołków kwadratu o boku 1 zatoczono koła o promieniu 1. Pole części wspólnej tych kół jest równe

- A) $\frac{1}{2}\pi$ B) $\frac{1}{4}\pi$ C) $\frac{1}{4}(\pi - 2)$ D) $\frac{1}{2}(\pi - 2)$

ZADANIE 7 (1 PKT)

Suma miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego jest równa 1800° . Wynika stąd, że liczba boków tego wielokąta jest równa

- A) 7 B) 10 C) 5 D) 12

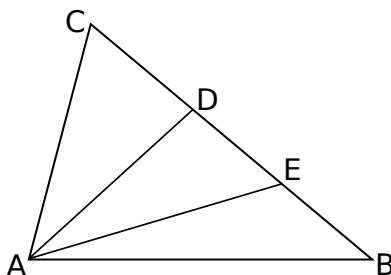
ZADANIE 8 (1 PKT)

Środkiem okręgu opisanego na trójkącie jest punkt przecięcia się

- A) środkowych trójkąta
 B) wysokości trójkąta
 C) dwusiecznych kątów trójkąta
 D) symetralnych boków trójkąta

ZADANIE 9 (1 PKT)

Punkty D i E dzielą bok BC trójkąta ABC na trzy równe części (zobacz rysunek). Stosunek pól trójkątów ABC i ABD jest równy



- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{4}{9}$

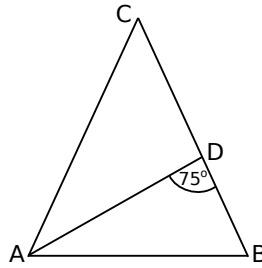
ZADANIE 10 (1 PKT)

Dany jest równoramienny trójkąt ABC o kącie przy podstawie AB równym 40° . Punkt O jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt. Przez punkty A i O poprowadzono prostą, która przecięła bok BC w punkcie D . Jeśli miara kąta ADC jest równa α , to

- A) $\alpha = 30^\circ$ B) $\alpha = 60^\circ$ C) $\alpha = 40^\circ$ D) $\alpha = 20^\circ$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Odcinek AD jest dwusieczną w trójkącie równoramiennym ABC poprowadzoną do ramienia BC .

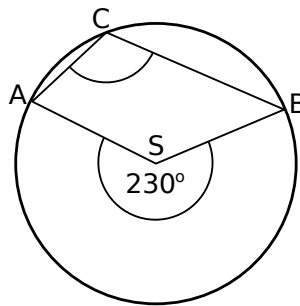


Jeżeli $|\angle ADB| = 75^\circ$ to miara kąta przy wierzchołku C jest równa

- A) 40° B) 45° C) 30° D) 50°

ZADANIE 12 (1 PKT)

Punkty A, B i C leżą na okręgu o środku S (zobacz rysunek).



Miara zaznaczonego kąta wpisanego ACB jest równa

- A) 65° B) 115° C) 130° D) 100°

ZADANIE 13 (1 PKT)

Jeśli przyprostokątne trójkąta prostokątnego są równe 6 i 3, a najmniejszy kąt ma miarę α , to wyrażenie $W = \sin \alpha \cos \alpha$ ma wartość

- A) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

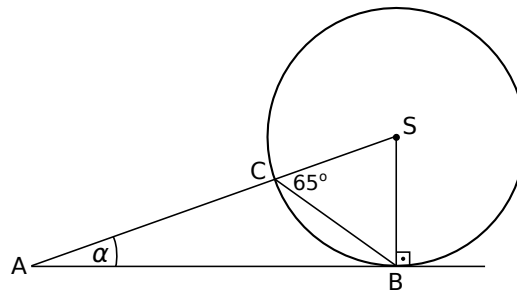
ZADANIE 14 (1 PKT)

Która z liczb **nie może** być równa polu rombu o obwodzie 12?

- A) 2π B) $\frac{9\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{100}$

ZADANIE 15 (1 PKT)

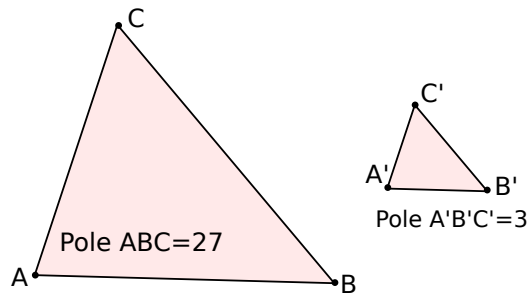
Miara kąta α zaznaczonego na rysunku jest równa



- A) 50° B) $32,5^\circ$ C) 40° D) 30°

ZADANIE 16 (1 PKT)

Znajdź skalę podobieństwa trójkąta $A'B'C'$ do trójkąta ABC :



- A) $\frac{1}{3}$ B) 9 C) $\frac{1}{9}$ D) 3

ZADANIE 17 (1 PKT)

Wierzchołki trójkąta ABC leżą na okręgu i środek O okręgu leży wewnątrz trójkąta. Jeśli kąt ABO ma miarę 20° , to kąt ACB ma miarę

- A) 20° B) 10° C) 40° D) 70°

ZADANIE 18 (1 PKT)

W trapezie równoramiennym podstawy mają długości 10 i 16, a kąt rozwarty ma miarę 120° . Obwód trapezu jest równy

- A) 26 B) $26 + 6\sqrt{3}$ C) 32 D) 38

ZADANIE 19 (1 PKT)

Wiadomo, że tangens kąta ostrego α jest równy $\frac{2}{3}$. Wobec tego:

- A) $\alpha \in (30^\circ, 45^\circ)$ B) $\alpha \in (60^\circ, 90^\circ)$ C) $\alpha \in (0^\circ, 30^\circ)$ D) $\alpha \in (45^\circ, 60^\circ)$

ZADANIE 20 (1 PKT)

Dla kąta ostrego α spełniony jest warunek $\operatorname{tg} \alpha = 7$. Wówczas wartość wyrażenia $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ jest równa

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$

ZADANIE 21 (1 PKT)

Nieprawdą jest, że

- A) $\sin 23^\circ < \sin 44^\circ$ B) $\operatorname{tg} 21^\circ < \operatorname{tg} 54^\circ$ C) $\cos 23^\circ > \cos 44^\circ$ D) $\cos 25^\circ < \cos 34^\circ$

ZADANIE 22 (1 PKT)

Kąt α jest kątem ostrym. Zatem liczba $w = |\sin \alpha - 1|$ spełnia warunek

- A) $1 < w < 2$ B) $-1 < w < 0$ C) $-2 < w < -1$ D) $0 < w < 1$

ZADANIE 23 (1 PKT)

Jeżeli $\sin \alpha = 0,1 + \cos \alpha$ to liczba $\sin \alpha \cos \alpha$ jest równa

- A) 0,5 B) 0,495 C) 0,45 D) 0,99

ZADANIE 24 (1 PKT)

Nie istnieje kąt α , taki, że

- A) $\sin \alpha = \frac{5}{9}$ B) $\sin \alpha = \frac{9}{5}$ C) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{7}{9}$ D) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{9}{5}$

ZADANIE 25 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $\frac{\cos 40^\circ}{\cos 50^\circ} \operatorname{tg} 40^\circ$ wynosi

- A) 1 B) $\cos 50^\circ$ C) $\operatorname{tg} 50^\circ$ D) $\frac{1}{2}$

ZADANIE 26 (1 PKT)

Jeśli α jest kątem ostrym i $\sin \alpha = 3\sqrt{5} - 6$, to $\cos \alpha$ jest równy

- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{80 - 36\sqrt{5}}$ C) $\sqrt{36}$ D) $\sqrt{36\sqrt{5} - 80}$

ZADANIE 27 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $\sin^5 \alpha + 2 \sin^3 \alpha \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos^4 \alpha$ jest równa

- A) $\cos^2 \alpha$ B) $\cos \alpha$ C) $\sin^2 \alpha$ D) $\sin \alpha$

ZADANIE 28 (5 PKT)

Uzasadnij, że nie istnieje trójkąt prostokątny, w którym przeciwprostokątna ma długość 24, a kąty ostre α i β są takie, że $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ i $\operatorname{tg} \beta = \frac{4}{3}$.

ZADANIE 29 (5 PKT)

Długość przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego o obwodzie 90 jest liczbą całkowitą i jest o 1 większa od długości jednej z przyprostokątnych. Oblicz pole tego trójkąta.

ZADANIE 30 (5 PKT)

Korzystając z własności trójkąta prostokątnego o kącie ostrym 45° oblicz $\operatorname{tg} 22,5^\circ$.

ZADANIE 31 (5 PKT)

Miara jednego z kątów ostrych w trójkącie prostokątnym jest równa α .

- Uzasadnij, że spełniona jest nierówność $\sin \alpha - \operatorname{tg} \alpha < 0$.
- Dla $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ oblicz wartość wyrażenia $\cos^3 \alpha + \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha$.

ZADANIE 32 (5 PKT)

Długości a i b przyprostokątnych trójkąta prostokątnego spełniają równość

$$a^2 - 6ab - 7b^2 = 0.$$

- Oblicz tangensy kątów ostrych tego trójkąta.
- Uzasadnij, że pole tego trójkąta jest równe $\frac{1}{14}a^2$.

ZADANIE 33 (5 PKT)

W trójkącie prostokątnym, w którym przyprostokątne mają długości 2 i 4, jeden z kątów ostrych ma miarę α . Oblicz $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

ZADANIE 34 (5 PKT)

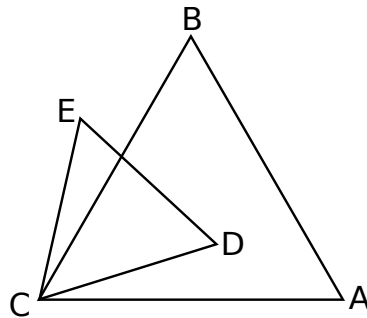
Liczby 6, 10, c są długościami boków trójkąta prostokątnego. Oblicz c .

ZADANIE 35 (5 PKT)

Wyznacz długość przeciwprostokątnej oraz miary kątów trójkąta prostokątnego, którego przyprostokątne mają długości $a = \sqrt{6} + \sqrt{2}$, $b = \sqrt{6} - \sqrt{2}$.

ZADANIE 36 (5 PKT)

Trójkąty równoboczne ABC i CDE są położone tak, jak na poniższym rysunku. Wykaż, że $|AD| = |BE|$.

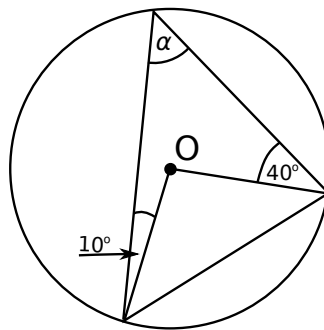


ZADANIE 37 (5 PKT)

W trójkącie równoramiennym podstawa ma długość $20\sqrt{3}$. Pole trójkąta jest równe $100\sqrt{3}$. Oblicz obwód tego trójkąta i miarę kąta przy podstawie.

ZADANIE 38 (5 PKT)

Wiedząc, że punkt O jest środkiem okręgu, oblicz miarę kąta α .



ZADANIE 39 (5 PKT)

Różnica między polem koła opisanego na kwadracie a polem koła wpisanego w kwadrat jest równa 4π . Oblicz pole kwadratu.

ZADANIE 40 (5 PKT)

Pola dwóch kwadratów różnią się o 39 cm^2 . Przekątna jednego z nich jest dłuższa o $3\sqrt{2} \text{ cm}$ od przekątnej drugiego. Oblicz długość boku każdego kwadratu.