

MATURA PRÓBNA ROZSZERZONA Z WŁASNOŚCI LICZB

ZADANIE 1 (5 PKT)

Dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b określamy liczby $a \circ b$ i $a * b$ w następujący sposób:

$a \circ b =$ liczba nie mniejsza spośród liczb a i b ,

$a * b =$ liczba nie większa spośród liczb a i b .

Na przykład: $7 \circ 3 = 7$, $15 \circ 15 = 15$, $7 * 3 = 3$, $(-6) * 4 = -6$, $(-3) * (-3) = -3$.

Oblicz

a) $(-5) \circ 4 =$

b) $(2005 * 2007) \circ (-2006) =$

c) $(5 \circ 6) * (2 \circ 7) =$

ZADANIE 2 (5 PKT)

Uzasadnij, że suma kwadratów dwóch kolejnych nieparzystych liczb całkowitych nie może być kwadratem liczby całkowitej.

ZADANIE 3 (5 PKT)

O liczbach a i b wiadomo, że $9^a = 64$ oraz $b = \log_{27} \frac{1}{8}$. Oblicz 3^{a+b} .

ZADANIE 4 (5 PKT)

Uprość wyrażenie

$$\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7}.$$

ZADANIE 5 (5 PKT)

Wiadomo, że liczba a jest rozwiązaniem równania $\frac{1}{x} + x = 5$, gdzie $x \neq 0$. Nie wyznaczając a , oblicz wartość wyrażenia $\frac{1}{a^3} + a^3$.