

ZADANIE 1

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 5 - 2 \sin^2 x$ dla $x \in \mathbb{R}$.

ZADANIE 2

a) Sprawdź, czy równość

$$\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

jest tożsamością trygonometryczną.

b) Udowodnij, że jeżeli α i β są dwoma kątami trójkąta i $\sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$, to trójkąt ten jest trójkątem prostokątnym lub równoramiennym.

ZADANIE 3

Wiedząc, że $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$, oblicz wartość wyrażenia $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

ZADANIE 4

Wykaż, że wyrażenie $\frac{-\cos 2x}{\sin x \cos x} = \operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{tg} x}$ nie jest tożsamością.

ZADANIE 5

Posługując się wzorem $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$ oblicz $\operatorname{tg} 15^\circ$.

ZADANIE 6

Sprawdź tożsamość: $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 + (\cos \alpha - \sin \alpha)^2 = 2$.

ZADANIE 7

Wiedząc, że $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{4}$, oblicz $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

ZADANIE 8

Oblicz $\sin 750^\circ$.

ZADANIE 9

Dana jest funkcja $f(x) = \sin^2 x + \cos x$ dla $x \in \mathbb{R}$.

a) Rozwiąż równanie $f(x) = 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

b) Wyznacz największą wartość funkcji f .

ZADANIE 10

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Oblicz $3 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha$.

ZADANIE 11

Wykaż, że $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = \operatorname{tg}^{-2} \alpha$.

ZADANIE 12

Kąt α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = 4$. Wyznacz sinus i cosinus tego kąta.

ZADANIE 13

Uzasadnij, że jeżeli $\cos \alpha \neq 0$ to prawdą jest, że $(1 + \sin \alpha) \cdot \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \right) = \cos \alpha$.

ZADANIE 14

Wykaż, że wyrażenie $\frac{-\cos 2x}{\sin x \cos x} = \operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{tg} x}$ nie jest tożsamością.

ZADANIE 15

Sprawdź tożsamość: $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 + (\cos \alpha - \sin \alpha)^2 = 2$.

ZADANIE 16

Sprawdź, czy prawdziwa jest następująca tożsamość $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$. Podaj konieczne założenia.

ZADANIE 17

W trapezie równoramiennym przekątna ma długość d i tworzy z dłuższą podstawą kąt o mierze α . Oblicz pole tego trapezu.

ZADANIE 18

Romb o kącie ostrym 30° jest opisany na okręgu o promieniu 2. Oblicz pole tego rombu.

ZADANIE 19

W trapezie kąty przy dłuższej podstawie to 60° i 30° , a długość wysokości trapezu wynosi 6. Oblicz pole trapezu oraz długości jego podstaw wiedząc, że suma długości ramion jest równa sumie długości podstaw.

ZADANIE 20

Pole rombu jest równe 60 cm^2 . Dłuższa przekątna rombu podzieliła kąt ostry rombu na takie dwa kąty o mierze α , że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{15}$. Oblicz długość boku rombu.

ZADANIE 21

Dany jest trapez, w którym podstawy mają długość 4 cm i 10 cm oraz ramiona tworzą z dłuższą podstawą kąty o miarach 30° i 45° . Oblicz wysokość tego trapezu.

ZADANIE 22

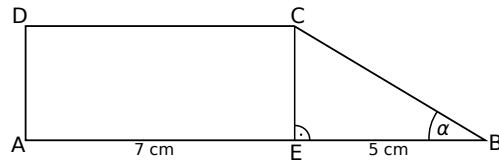
Z punktu A leżącego na okręgu o promieniu $r = 6$ cm i środka O poprowadzono dwie równej długości cięciwy AB i AC tworzące kąt 30° . Oblicz pole czworokąta $ABOC$.

ZADANIE 23

Długości boków równoległoboku $ABCD$ wynoszą 1 i $\sqrt{3}$, a kąt przy wierzchołku B ma miarę 150° . Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie ABD .

ZADANIE 24

Dany jest trapez prostokątny (zobacz rysunek).



Wyznacz obwód tego trapezu, jeżeli miara kąta przy wierzchołku B wynosi 30° .

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/4157_5877R](http://www.zadania.info/4157_5877R)