Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom podstawowy

18 marca 2023

Czas pracy: 180 minut

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczbę $\sqrt[7]{25 \cdot \sqrt[3]{5}}$ można zapisać w postaci

A) $5^{\frac{4}{21}}$ B) $5^{\frac{2}{3}}$ C) $\sqrt[3]{5}$ D) $\sqrt[7]{25}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Do 1,6 kg roztworu soli dolano 0,9 litra wody i stężenie procentowe roztworu zmniejszyło się o 4,5 punktu procentowego. Jakie jest stężenie procentowe otrzymanego roztworu?

A) 8% B) 5% C) 9% D) 6%

Zadanie 3 (1 pkt)

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występuje przynajmniej jedna cyfra 2, jest

A) 648 B) 171 C) 252 D) 351

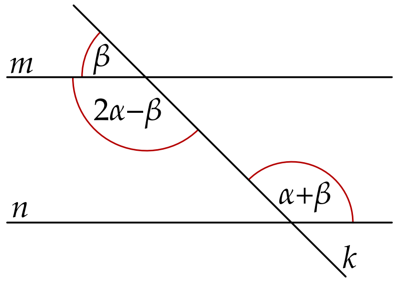
Zadanie 4 (1 pkt)

Liczby rzeczywiste x i y są dodatnie oraz $x \neq y$. Wyrażenie $\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}$ można przekształcić do postaci

A) $\frac{2}{x-y}$ B) $\frac{2y}{x^2-y^2}$ C) $\frac{2x}{x^2-y^2}$ D) $\frac{-2xy}{x+y}$

ZADANIE 5 (2 PKT)

Na rysunku zaznaczono niektóre z kątów utworzonych przez prostą k i dwie równoległe do siebie proste m i n. (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Układem równań, w którym zapisano prawidłowe zależności między miarami kątów utworzonych przez te proste, jest układ

A) $\begin{cases} (\alpha+\beta)+\beta=90^\circ \\ \alpha+\beta=2\alpha-\beta \end{cases}$

B) $\begin{cases} (\alpha+\beta)+\beta=180^\circ \\ 2\alpha-\beta=\alpha+\beta \end{cases}$

C) $\begin{cases} (\alpha+\beta)+\beta=90^\circ \\ \beta=2\alpha-\beta \end{cases}$

D) $\begin{cases} \alpha+\beta=2\alpha-\beta \\ 180^\circ-\beta=(2\alpha-\beta) \end{cases}$

E) $\begin{cases} \alpha+\beta=90^\circ \\ \beta=2\alpha-\beta \end{cases}$

F) $\begin{cases} 3\alpha+2\beta=360^\circ \\ 2\alpha-\beta=2\beta \end{cases}$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -2\log\frac{1}{\sqrt{x}}$ dla wszystkich liczb rzeczywistych dodatnich x. Funkcja f przyjmuje wartość równą $\frac{1}{2}$ dla argumentu x równego

A) 100 B) 0,01 C) $\sqrt{10}$ D) 1 000

ZADANIE 7 (1 PKT)

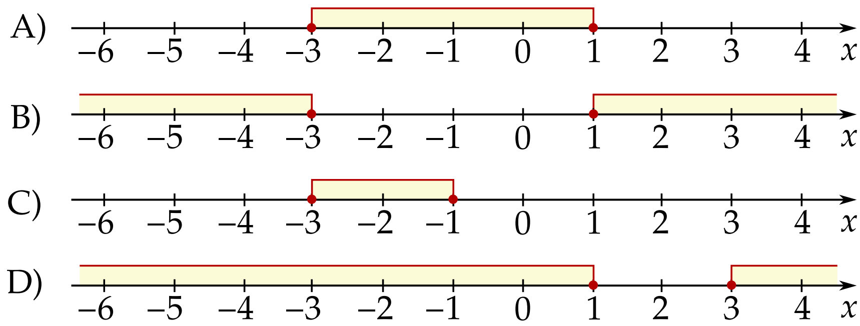
Dla jakiej całkowitej wartości liczby x spełniona jest nierówność $\frac{8}{13} < \frac{x}{7} < \frac{35}{48}$?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 5

Zadanie 8 (1 pkt)

Spośród rysunków A–D wybierz ten, na którym prawidłowo zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność

$$|x+2| \leqslant 1.$$



ZADANIE 9 (2 PKT)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $35n^2 - 21n$ jest podzielna przez 14.

ZADANIE 10 (1 PKT)

Równanie

$$\frac{(x^2+x)(x+3)(x-1)}{x^2-x}=0$$

ma w zbiorze liczb rzeczywistych dokładnie

A) jedno rozwiązanie: $x=-3$

B) dwa rozwiązania: $x=-3,\ x=-1$

C) trzy rozwiązania: $x=-3,\ x=-1,\ x=0$

D) cztery rozwiązania: $x=-3,\ x=-1,\ x=0,\ x=1$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Która z poniższych równości jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej x?

A) $\sqrt{(x+1)^2}=x+1$ B) $|-x|=x$ C) $|x-1|=x-1$ D) $|x-1|^2=(x-1)^2$

Zadanie 12 (3 pkt)

Ze zbioru 26 liter alfabetu łacińskiego $\{A, B, C, \ldots, X, Y, Z\}$ losujemy bez zwracania trzy razy jedną literę. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wśród wylosowanych liter znalazła się przynajmniej jedna z liter X, Y lub Z.

ZADANIE 13 (1 PKT)

Dana jest nierówność

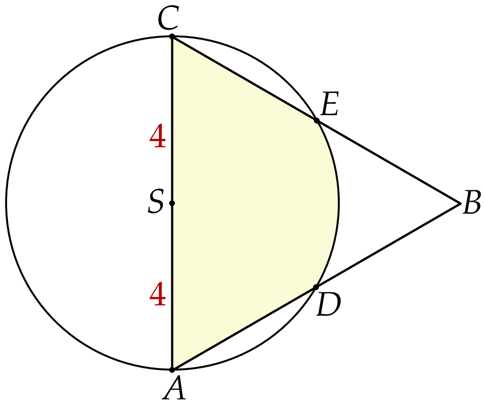
$$3 - \frac{x}{2} \leqslant \frac{x}{3} - 2.$$

Najmniejszą liczbą całkowitą, która spełnia tę nierówność, jest

A) 6 B) 5 C) 7 D) (-6)

Informacja do zadań 14.1 i 14.2

Dany jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 8. Ze środka S boku AC zakreślono koło o promieniu równym połowie boku trójkąta (zobacz rysunek).



ZADANIE 14.1 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Krótsze z łuków wyciętych przez punkty A i D, oraz D i E z danego okręgu, mają tą samą długość.	**P**	**F**
Odcinek AE jest dwa razy dłuższy od odcinka AD.	**P**	**F**

ZADANIE 14.2 (1 PKT)

Pole powierzchni części wspólnej koła i trójkąta jest równe

A) $4\sqrt{3}+\frac{4}{3}\pi$ B) $8\sqrt{3}+\frac{4}{3}\pi$ C) $8\sqrt{3}+\frac{8}{3}\pi$ D) $4\sqrt{3}+\frac{8}{3}\pi$

ZADANIE 15 (3 PKT)

Wysokość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 8. Krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\cos\alpha = \frac{3}{5}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

ZADANIE 16 (1 PKT)

Klient banku wypłacił z okienka kasowego kwotę 4010 zł. Pracownik banku wydał kwotę w banknotach o nominałach 20 zł, 50 zł oraz 100 zł. Banknotów 100–złotowych było trzy razy więcej niż 50–złotowych, a banknotów 20–złotowych było o 3 mniej niż 50–złotowych. Ile banknotów 20–złotowych otrzymał klient?

A) 12 B) 6 C) 8 D) 11

ZADANIE 17 (1 PKT)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = -18 \cdot (-3)^{2-n}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$.
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 42.	**P**	**F**
Ciąg (a_n) jest ciągiem geometrycznym o ilorazie równym $\left(-\frac{1}{3}\right)$.	**P**	**F**

ZADANIE 18 (1 PKT)

Punkty $A=(1,4)$ i $C=(4,-2)$ wyznaczają przekątną kwadratu $ABCD$. Pole tego kwadratu jest równe

A) 45 B) $22\frac{1}{2}$ C) 18 D) $2\sqrt{45}$

ZADANIE 19 (1 PKT)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = n^2 - 19n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Szesnasty wyraz ciągu (a_n) jest większy od wyrazu piętnastego.	**P**	**F**
Ciąg (a_n) jest rosnący.	**P**	**F**

ZADANIE 20 (2 PKT)

Dany jest równoległobok $ABCD$, w którym $|AB| = 12$, $|AD| = 7$ oraz

$$\sin \measuredangle BAD + \sin \measuredangle ABC = \frac{5}{7}.$$

Oblicz pole równoległoboku $ABCD$.

ZADANIE 21 (1 PKT)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są: punkt $A = (5, -5)$ oraz okrąg o równaniu $(x+4)^2 + (y-5)^2 = 25$. Odległość punktu A od środka tego okręgu jest równa

A) $\sqrt{181}$ B) 3 C) $\sqrt{125}$ D) $\sqrt{101}$

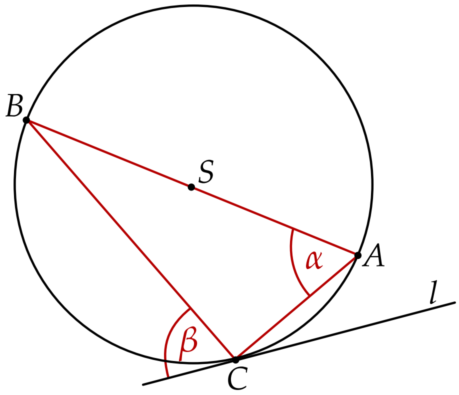
ZADANIE 22 (1 PKT)

Bok DC prostokąta $ABCD$ jest zawarty w prostej o równaniu $y + 2x + 1 = 0$. Jedna z przekątnych tego prostokąta może być zawarta w prostej o równaniu

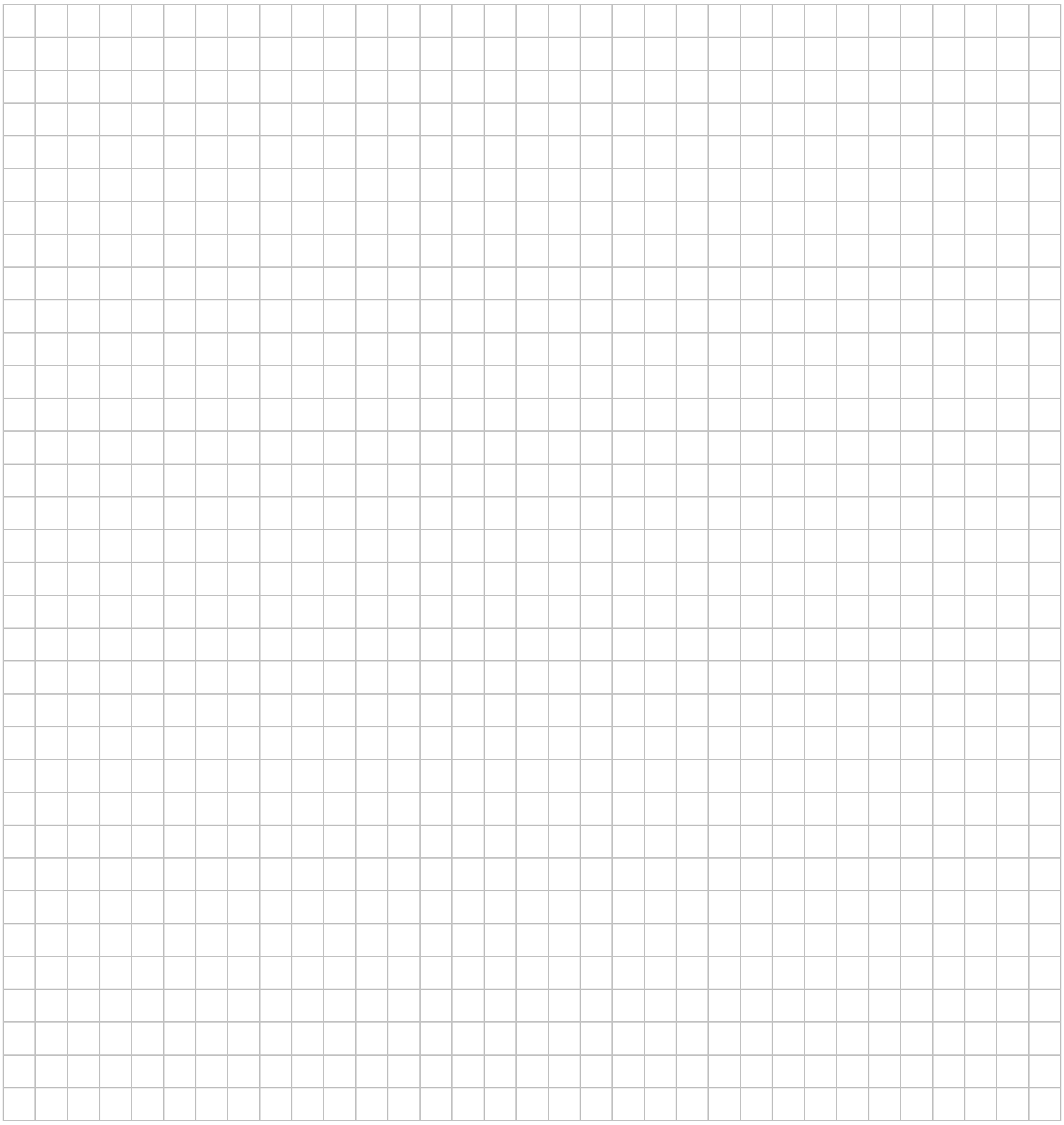
A) $y + 2x - 1 = 0$ B) $2y - x + 1 = 0$ C) $2y + x + 1 = 0$ D) $y - \frac{1}{2}x + 1 = 0$

ZADANIE 23 (1 PKT)

Prosta l jest styczna do okręgu w punkcie C. Jeżeli kąt $\alpha = 62^\circ$, to miara kąta β jest równa



A) 28° B) 48° C) 59° D) 62°



ZADANIE 24 (1 PKT)

Dane są punkty $M = (-9, 12)$, $N = (-9, 0)$ oraz $O = (0, 0)$. Tangens kąta ostrego MON jest równy

A) $\frac{4}{3}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $-\frac{4}{3}$

ZADANIE 25 (1 PKT)

W pojemniku są wyłącznie kule białe, czerwone, niebieskie i żółte. Kul białych jest tyle samo co kul niebieskich, kul czerwonych jest dwa razy więcej niż kul żółtych, a stosunek liczby kul żółtych do liczby kul niebieskich jest równy $4 : 5$. Z pojemnika losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli, która nie jest czerwona jest równe

A) $\frac{17}{22}$ B) $\frac{7}{9}$ C) $\frac{4}{11}$ D) $\frac{7}{11}$

ZADANIE 26 (1 PKT)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = a(x-b)^2 + 2$, gdzie $a \neq 0$ i b są liczbami rzeczywistymi. Funkcja f nie przyjmuje wartości większych od 2.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.

Funkcja f

A) ma miejsca zerowe,	**B)** nie ma miejsc zerowych,

	ponieważ
1)	$a < 0$ i $f(b) > 0$.
2)	$a > 0$ i $f(b) > 0$.
3)	$a < 0$ i $f(b) < 0$.

ZADANIE 27 (1 PKT)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są punkty $A = (1, 2)$ i $B = (2m, m)$, gdzie m jest liczbą rzeczywistą, oraz prosta k o równaniu $y = -x - 1$. Prosta przechodząca przez punkty A i B jest prostopadła do prostej k, gdy

A) $m = -1$ B) $m = 1$ C) $m = \frac{1}{2}$ D) $m = 2$

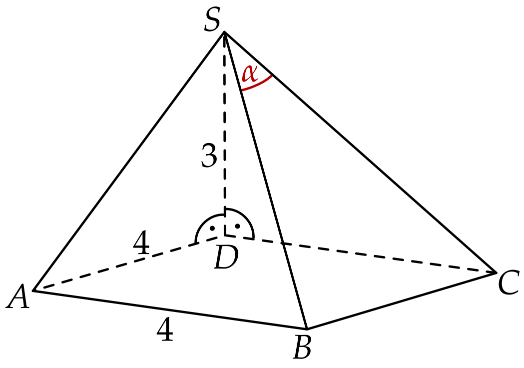
ZADANIE 28 (1 PKT)

Reszta z dzielenia liczby $10^{30} + 10^{20} + 10^{10} + 10$ przez 12 jest równa

A) 8 B) 10 C) 2 D) 4

ZADANIE 29 (1 PKT)

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 4. Krawędź boczna DS jest prostopadła do podstawy i ma długość 3 (zobacz rysunek).



Jeżeli α jest katem pomiędzy krawędziami bocznymi SB i SC, to

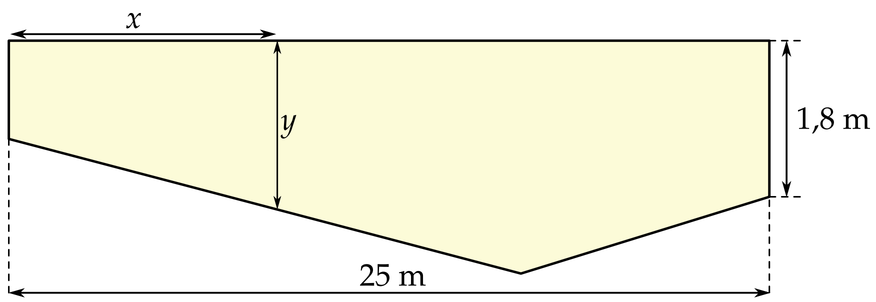
A) $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ B) $\cos\alpha = \frac{5\sqrt{41}}{41}$ C) $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ D) $\cos\alpha = \frac{5\sqrt{34}}{34}$

Informacja do zadań 30.1 i 30.2

Basen ma długość 25 m. Przy głębszym z brzegów jego głębokość jest równa 1,8 m. Przekrój podłużny tego basenu przedstawiono poglądowo na rysunku. Głębokość y basenu zmienia się wraz z odległością x od brzegu w sposób opisany funkcją:

$$y = \begin{cases} 0,08x + 1,2 & \text{dla } 0 \leqslant x \leqslant 15 \text{ m} \\ ax + b & \text{dla } 15 \text{ m} \leqslant x \leqslant 25 \text{ m} \end{cases}$$

Odległość x jest mierzona od płytszego brzegu w poziomie na powierzchni wody (zobacz rysunek). Wielkości x i y są wyrażone w metrach.



Zadanie 30.1 (1 pkt)

Największa głębokość basenu jest równa

A) 5,4 m B) 3,6 m C) 2,4 m D) 1,8 m

Zadanie 30.2 (2 pkt)

Oblicz wartość współczynnika a oraz wartość współczynnika b.

ZADANIE 31 (4 PKT)

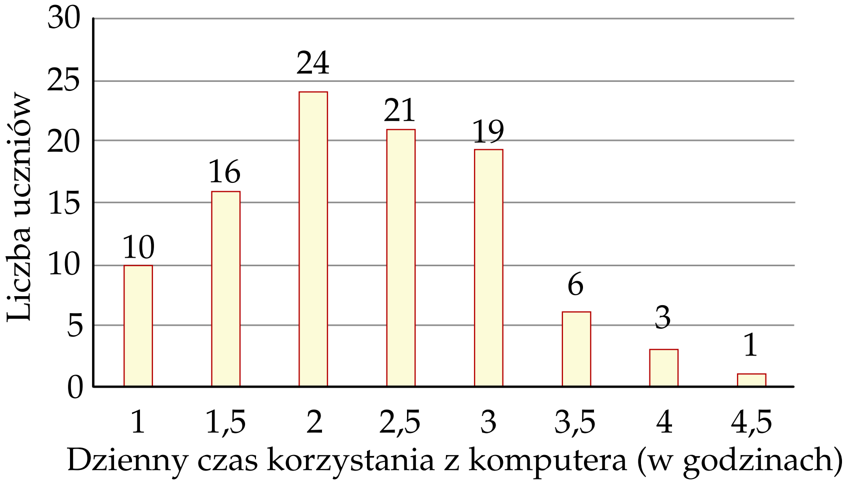
Rozważamy wszystkie trapezy równoramienne o obwodzie równym 96 i kącie ostrym o mierze 30°.

a) Podaj wzór funkcji opisującej zależność pola takiego trapezu od długości x jego ramienia.

b) Oblicz wymiary tego z rozważanych trapezów, który ma największe pole, i oblicz to największe pole.

Informacja do zadań 32.1 i 32.2

W pewnej grupie 100 uczniów przeprowadzono sondaż dotyczący dziennego czasu korzystania z komputera. Wyniki sondażu przedstawia poniższy diagram. Na osi poziomej podano – wyrażony w godzinach – dzienny czas korzystania przez ucznia z komputera. Na osi pionowej przedstawiono liczbę uczniów, którzy dziennie korzystają z komputera przez określony czas.



ZADANIE 32.1 (1 PKT)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Mediana dziennego czasu korzystania przez ucznia z komputera jest równa 2 godziny.	**P**	**F**
Połowa z tej grupy uczniów korzysta dziennie z komputera przez więcej niż 2 godziny.	**P**	**F**

Zadanie 32.2 (1 pkt)

Dominanta dziennego czasu korzystania przez ucznia z komputera jest równa

A) 2,25 godziny B) 2,50 godziny C) 1,5 godziny D) 2 godziny