

XII POLYGON MATEMATYCZNY

KOMBINATORYKA

STYCZEŃ 2020

ZADANIE 1

Na przyjęciu spotkała się pewna liczba znajomych. Wszyscy znajomi przywitali się podaniem ręki. Nastąpiło 10 powitań. Ilu przyjaciół się spotkało?

ZADANIE 2

Rozwiąż równanie $n! \cdot \binom{2n}{n} = 30240$.

ZADANIE 3

Na okręgu zaznaczono sześć różnych punktów. Ile różnych wielokątów wypukłych o wszystkich wierzchołkach w tych punktach można narysować?

ZADANIE 4

Zbiór A ma tę własność, że poprzez usuwanie z niego jednego lub dwóch elementów można utworzyć 190 różnych zbiorów. Ile elementów ma zbiór A ?

ZADANIE 5

Wyznacz wszystkie liczby naturalne n spełniające równanie

$$\binom{n+8}{n+3} = 6 \cdot \binom{n+6}{n+2}.$$

ZADANIE 6

Na ile sposobów można rozmieścić sześć ponumerowanych kul w pięciu ponumerowanych szufladach tak, aby w każdej szufladzie była przynajmniej jedna kula.

ZADANIE 7

Ile jest liczb naturalnych pięciocyfrowych, których zapis dziesiętny składa się z trzech różnych cyfr?

ZADANIE 8

Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie występują dokładnie trzy cyfry nieparzyste.

ZADANIE 9

Ile jest permutacji zbioru $\{a, A, b, B, c, C, d, D\}$ takich, w których mała litera stoi przed dużą (niekoniecznie obok) np. $acdDbBAC$?

ZADANIE 10

Ile jest liczb naturalnych ośmiocyfrowych, których suma cyfr jest równa 4?

ZADANIE 11

W pewnym budynku biurowym przydzielono pracownikom pięciocyfrowe kody bezpieczeństwa, przy czym każdy kod musiał spełniać następujące dwa warunki:

(1) kod musi zawierać co najmniej 3 różne cyfry

(2) kod musi zawierać co najmniej jedną cyfrę parzystą i co najmniej jedną cyfrę nieparzystą.

Ile jest kodów spełniających powyższe warunki?

ZADANIE 12

Ile jest takich czwórek liczb całkowitych i dodatnich (a, b, c, d) , które spełniają równanie $ab + bc + cd + da = 1004$.