Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis zadania.info

poziom podstawowy

5 marca 2022

Czas pracy: 170 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $(\sqrt{2}-\sqrt[3]{3})\cdot(\sqrt{8}-\sqrt{6})-(\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt[3]{3})\cdot(\sqrt{6}-2\sqrt{2})$ jest równa

A) $\sqrt{2}-\sqrt{6}$ B) 2 C) $\sqrt{3}+2\sqrt{6}$ D) $\sqrt[3]{2}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Funkcja wykładnicza określona wzorem $f(x)=(\sqrt{2})^x$ przyjmuje wartość 3 dla argumentu

A) $x=\log_2\sqrt{3}$ B) $x=\log_3 4$ C) $x=\log_3 2$ D) $x=2\log_2 3$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba x stanowi 125% liczby dodatniej y. Wynika stąd, że liczba y to

A) 125% liczby x B) 75% liczby x C) 25% liczby x D) 80% liczby x

ZADANIE 4 (1 PKT)

Suma $3\log\sqrt[3]{100}+\log 100^2$ jest równa

A) 6 B) 3 C) 4 D) 5

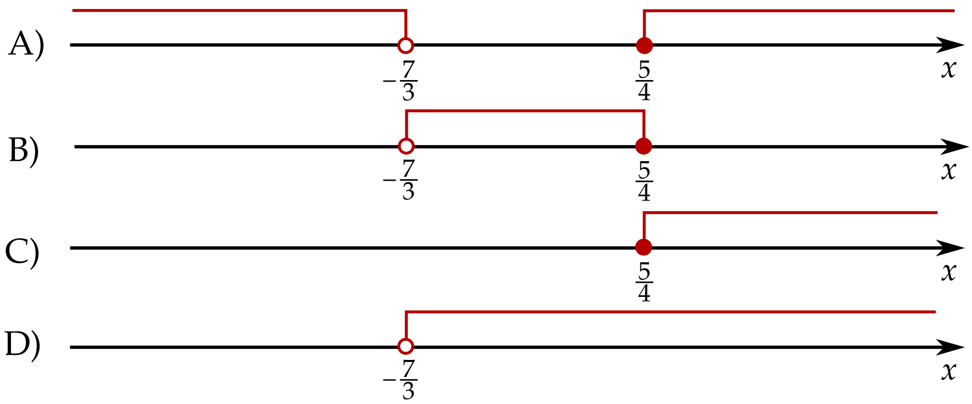
ZADANIE 5 (1 PKT)

Liczbą niewymierną jest liczba

A) $4^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{-2}\cdot 7$ B) $3^{\frac{1}{2}}\cdot 4^{\frac{1}{2}}\cdot 7$ C) $2^{\frac{1}{2}}\cdot 8^{\frac{1}{2}}\cdot 7^2$ D) $9^{\frac{1}{2}}\cdot 4^{-\frac{1}{2}}\cdot 7^2$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Wskaż rysunek, na którym przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających jednocześnie nierówności $0<7+3x$ oraz $7-3x\leqslant 5x-3$.

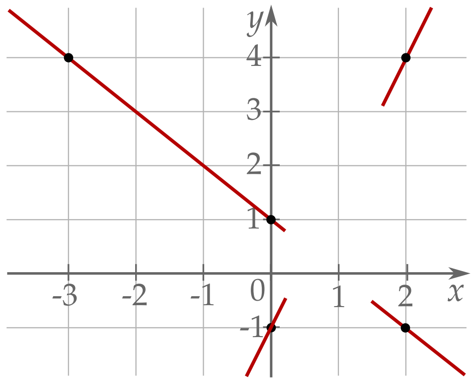


ZADANIE 7 (1 PKT)

Gdy przesuniemy wykres funkcji $y = f(x)$ o 2 jednostki w lewo i o 3 jednostki w dół, to otrzymamy wykres funkcji $y = 2x + 1$. Zatem
A) $f(x) = 2x - 6$ B) $f(x) = 2x$ C) $f(x) = 2x + 3$ D) $f(x) = 2x + 2$

ZADANIE 8 (1 PKT)

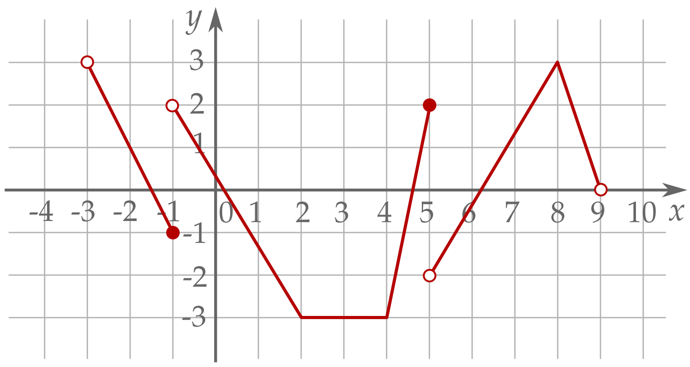
Na rysunku przedstawiono fragmenty dwóch prostych na płaszczyźnie oraz zaznaczono kilka punktów o współrzędnych całkowitych, przez które przechodzą te proste.



Jeżeli $P = (x, y)$ jest punktem wspólnym prostych, których fragmenty przedstawiono na rysunku, to
A) $x = \frac{1}{2}$ B) $x = \frac{4}{7}$ C) $x = \frac{2}{3}$ D) $x = \frac{5}{8}$

ZADANIE 9 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f określonej w zbiorze $(-3, 9)$.



Wskaż zdanie prawdziwe.
A) Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $\langle -3, 3)$
B) Funkcje $y = f(x)$ i $y = f(x) + 1$ mają tyle samo miejsc zerowych
C) Funkcja f osiąga wartość równą 2 w trzech punktach.
D) Wartość funkcji f dla argumentu $x = -1$ jest liczbą dodatnią.

ZADANIE 10 (1 PKT)

Zdanie „kwadrat różnicy dwóch kolejnych liczb naturalnych nieparzystych jest niemniejszy niż 5" można zapisać w postaci nierówności:

A) $[(n+3)-(n+2)]^2 \geqslant 5$ B) $(2n+3)^2-(2n+1)^2 \geqslant 5$

C) $(2n+3)^2-(2n+1)^2 > 5$ D) $[(2n+3)-(2n+1)]^2 \geqslant 5$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -x^2+4x$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A) $(-\infty, -2\rangle$ B) $\langle 2, +\infty)$ C) $\langle -4, +\infty)$ D) $(-\infty, 4\rangle$

ZADANIE 12 (1 PKT)

Funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x+3)$ jest rosnąca w przedziale

A) $\langle -1, +\infty)$ B) $(-\infty, -1\rangle$ C) $(-\infty, -2\rangle$ D) $\langle -2, +\infty)$

ZADANIE 13 (1 PKT)

Liczba rozwiązań równania $\frac{x^2+3x+2}{x+2} = 0$ jest równa

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

ZADANIE 14 (1 PKT)

Suma wszystkich trzycyfrowych liczb parzystych jest równa

A) $\frac{100+1000}{2} \cdot 449$ B) $\frac{200+998}{2} \cdot 450$ C) $\frac{100+998}{2} \cdot 449$ D) $\frac{100+998}{2} \cdot 450$

ZADANIE 15 (1 PKT)

Ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$, jest rosnący i wszystkie jego wyrazy są dodatnie. Ponadto spełniony jest warunek $a_5 = a_1 \cdot a_2$. Niech q oznacza iloraz ciągu (a_n). Wtedy

A) $a_1 = \frac{1}{q}$ B) $a_1 = q$ C) $a_1 = q^2$ D) $a_1 = q^3$

ZADANIE 16 (1 PKT)

Wyrażenie $\frac{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{1-\sin 2\alpha} \cdot \frac{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha + 1}$, gdzie α jest kątem ostrym, jest równe

A) $\sin^2 2\alpha$ B) $1 - \operatorname{tg}^2 2\alpha$ C) $\frac{1}{\cos^2 2\alpha}$ D) $\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha$

ZADANIE 17 (1 PKT)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) o wszystkich wyrazach niezerowych i pierwszym wyrazie $a_1 = 6$. Jeżeli $3a_3 + 4a_4 = 0$, to wzorem ogólnym ciągu (a_n) jest

A) $a_n = 6 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^n$ B) $a_n = 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$ C) $a_n = -8 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^n$ D) $a_n = 8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$

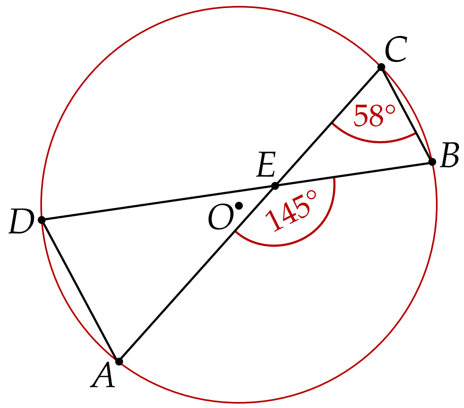
ZADANIE 18 (1 PKT)

Bok rombu ma długość równą $5\sqrt{2}$. Przekątne tego rombu nie mogą mieć długości

A) 14 i 2 B) 10 i 10 C) $8\sqrt{2}$ i $6\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{2}$ i $4\sqrt{2}$

ZADANIE 19 (1 PKT)

Punkty A, B, C i D leżą na okręgu o środku w punkcie O. Cięciwy DB i AC przecinają się w punkcie E, $|\measuredangle ACB| = 58^\circ$ oraz $|\measuredangle AEB| = 145^\circ$ (zobacz rysunek).

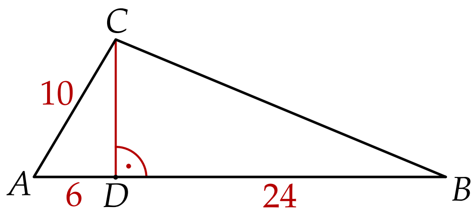


Miara kąta DAC jest równa

A) 58° B) 87° C) 32° D) 85°

ZADANIE 20 (1 PKT)

W trójkącie ABC bok AC ma długość 10, a wysokość CD tego trójkąta dzieli bok AB na odcinki o długościach $|AD| = 6$ i $|BD| = 24$ (zobacz rysunek obok).



Długość boku BC jest równa

A) $\sqrt{10}$ B) $4\sqrt{35}$ C) $8\sqrt{10}$ D) $16\sqrt{2}$

Zadanie 21 (1 pkt)

Dany jest odcinek AB, gdzie $A=(-4,16)$ i $B=(-8,10)$ oraz prosta k o równaniu $y=-3x+b$. Jeżeli prosta k przecina odcinek AB w takim punkcie S, że $|AS|=|SB|$, to liczba b jest równa

A) 31 B) -5 C) 4 D) -14

Zadanie 22 (1 pkt)

Proste o równaniach $y=-\frac{1}{m+2}x-1$ i $y=\frac{1}{3}x+1$ są równoległe. Wynika stąd, że

A) $m=\frac{5}{3}$ B) $m=1$ C) $m=\frac{7}{3}$ D) $m=-5$

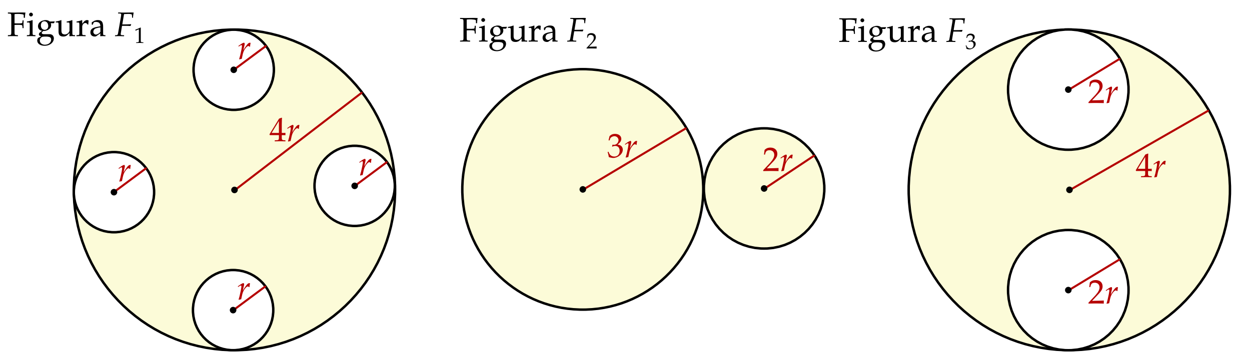
Zadanie 23 (1 pkt)

Punkt $A=(3,-5)$ jest wierzchołkiem sześciokąta foremnego $ABCDEF$ wpisanego w okrąg o środku $S=(1,1)$. Pole tego sześciokąta jest równe

A) $60\sqrt{3}$ B) $10\sqrt{3}$ C) $27\sqrt{3}$ D) $30\sqrt{10}$

Zadanie 24 (1 pkt)

Na rysunku przedstawiono trzy figury. Figura F_1 powstała z koła o promieniu $4r$, z którego wycięto wnętrza czterech kół o promieniu r. Figura F_2 składa się z dwóch stycznych zewnętrznie kół o promieniach $3r$ i $2r$. Figura F_3 powstała z koła o promieniu $4r$, z którego wycięto wnętrza dwóch kół o promieniu $2r$.



Jeżeli P_1, P_2 i P_3 oznaczają pola figur odpowiednio F_1, F_2 i F_3, to

A) $P_1=P_2$ i $P_1\neq P_3$ B) $P_1=P_2=P_3$
C) $P_1=P_3$ i $P_1\neq P_2$ D) $P_2>P_1$

Zadanie 25 (1 pkt)

Łukasz dodał do siebie liczby krawędzi, wierzchołków oraz ścian pewnego graniastosłupa. Którą z liczb mógł otrzymać w wyniku?

A) 103 B) 104 C) 105 D) 106

ZADANIE 26 (1 PKT)

Ile jest wszystkich czterocyfrowych liczb naturalnych podzielnych przez 13?

A) 692 B) 691 C) 690 D) 693

ZADANIE 27 (1 PKT)

W pudełku znajdują się tylko kule białe i kule czerwone. Stosunek liczby kul białych do liczby kul czerwonych jest równy 4:5. Wylosowanie każdej kuli z tego pudełka jest jednakowo prawdopodobne. Losujemy jedną kulę. Niech A oznacza zdarzenie polegające na tym, że wylosowana z pudełka kula będzie biała. Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{5}{9}$

ZADANIE 28 (1 PKT)

Sześciowyrazowy ciąg liczbowy $(1, 3, x+3, 2x, 7, 9)$ jest niemalejący. Mediana wyrazów tego ciągu jest równa 6. Wynika stąd, że

A) $x = 3,5$ B) $x = \frac{8}{3}$ C) $x = \frac{10}{3}$ D) $x = 3$

Zadanie 29 (2 pkt)

Rozwiąż równanie: $3(2x+4)(x-1)+5(x-1)^2 = 4(x+2)(x-1)$.

ZADANIE 30 (2 PKT)

W graniastosłupie prawidłowym trójkątnym powierzchnia boczna po rozwinięciu jest kwadratem o polu 324 cm^2. Oblicz objętość tej bryły .

ZADANIE 31 (2 PKT)

Wykaż, że dla dowolnej liczby całkowitej k prawdziwa jest nierówność $16k^2 + 16k + 3 > 0$.

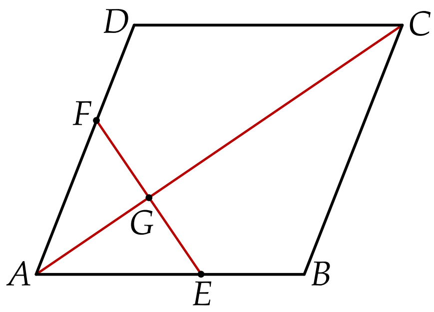
ZADANIE 32 (2 PKT)

Rozwiąż równanie

$$\frac{5x-3}{7x-1} = \frac{3x-1}{4x+2}.$$

ZADANIE 33 (2 PKT)

Na bokach AB i AD rombu $ABCD$ wybrano odpowiednio punkty E i F tak, że $|AE| = |AF|$. Pole pięciokąta $BCDFE$ jest 17 razy większe niż pole trójkąta AEF. Punkt G jest punktem wspólnym odcinka EF i przekątnej AC. Oblicz Oblicz $\frac{|AG|}{|AC|}$.



ZADANIE 34 (2 PKT)

Punkty $A = (2,-4)$, $B = (2,4)$ i $C = (-5,-4)$ są wierzchołkami trójkąta ABC. Napisz równanie prostej zawierającej tą średnicę okręgu opisanego na trójkącie ABC, której końcem jest punkt A.

ZADANIE 35 (5 PKT)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{66-8n}{9}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Trójwyrazowy ciąg $(a_{15}, 1-x^2, a_9)$, gdzie x jest dodatnią liczbą rzeczywistą, jest geometryczny. Oblicz x oraz iloraz tego ciągu geometrycznego.