Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

Poziom podstawowy

27 kwietnia 2024

Czas pracy: 180 minut

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wśród podanych poniżej nierówności wskaż tę, której zbiorem rozwiązań jest przedział $(-2, 3)$.

A) $x(x+2) < 3$ B) $x(x-3) < 6$ C) $x(x+3) < 1$ D) $x(x-1) < 6$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\sqrt[3]{\frac{64}{81}} \cdot \sqrt[3]{-3}$ jest równa

A) $\left(-\frac{3}{4}\right)$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\left(-\frac{4}{3}\right)$

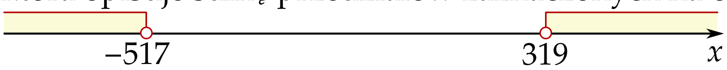
ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba $\log_{64} 2 - \frac{1}{2}\log_{64} 8$ jest równa

A) $\left(-\frac{1}{12}\right)$ B) $\left(-\frac{1}{2}\right)$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{2}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

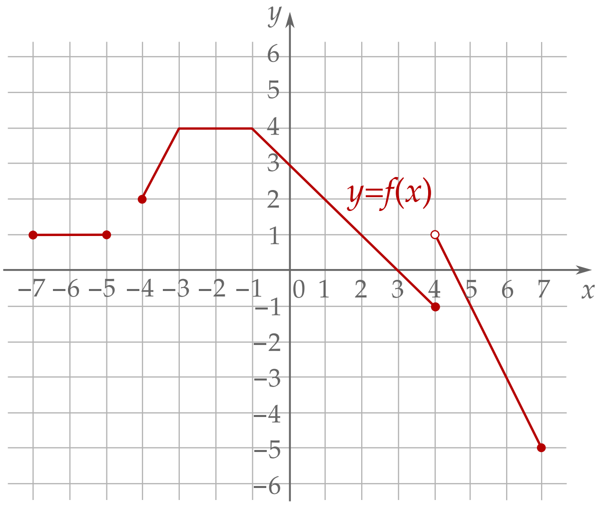
Wskaż nierówność, która opisuje sumę przedziałów zaznaczonych na osi liczbowej.



A) $|x+418| > 99$ B) $|x+99| > 209$ C) $|x-418| > 99$ D) $|x-99| > 209$

Informacja do zadań 5.1 i 5.2

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



ZADANIE 5.1 (1 PKT)

Wyznacz zbiór rozwiązań nierówności $f(x) \leqslant 1$.

ZADANIE 5.2 (1 PKT)

Funkcja f jest malejąca w zbiorze

A) $[5,6]$ B) $[-1,7]$ C) $[4,7]$ D) $[-3,4]$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Wyrażenie $(a+b+c+d)^2-(a-b+c-d)^2$ może być zapisane w postaci

A) $4(a+d)(b+c)$ B) $2a^2+2c^2-2b^2-2d^2$

C) $2a^2+2d^2-2b^2-2c^2$ D) $4(a+c)(b+d)$

Zadanie 7 (2 pkt)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej k reszta z dzielenia liczby $63k^2 - 14k - 3$ przez 7 jest równa 4.

ZADANIE 8 (1 PKT)

Dany jest wielomian $W(x) = -3x^3 - x^2 + kx + 1$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że wielomian W można zapisać w postaci $W(x) = (x-1) \cdot Q(x)$ dla pewnego wielomianu Q. Liczba k jest równa

A) 29 B) (-3) C) 0 D) 3

ZADANIE 9 (1 PKT)

Wykresem funkcji kwadratowej $y = f(x)$ jest parabola o wierzchołku w punkcie $P = (-2, -1)$. Prosta $y = 7$ przecina tę parabolę w punktach $A = (2,7)$ i B. Długość odcinka AB jest równa

A) 18 B) 6 C) 10 D) 8

ZADANIE 10 (1 PKT)

Dwa boki trójkąta ABC są zawarte w prostych k i l o równaniach

$$k:\ y = 0,25 - 0,75x$$
$$l:\ y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$$

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.
Trójkąt ABC

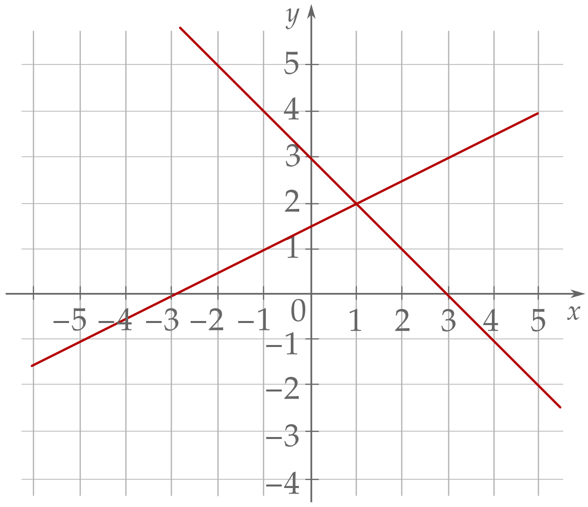
A) jest prostokątny	**B)** nie jest prostokątny

i jeden z jego wierzchołków może mieć współrzędne

1. $(1,-2)$	**2.** $(2,3)$	**3.** $(-5,1)$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono geometryczną interpretację jednego z niżej zapisanych układów równań.



Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A) $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \end{cases}$
B) $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \\ y = -x + 3 \end{cases}$
C) $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \end{cases}$
D) $\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \end{cases}$

Zadanie 12 (1 pkt)

Równanie $\frac{(x^3-5x^2)(x^2+5)}{x^2-25}=0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A) jedno rozwiązanie.
B) dwa rozwiązania.
C) trzy rozwiązania.
D) cztery rozwiązania.

Zadanie 13 (1 pkt)

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-7) i 7 wartość wyrażenia

$$\frac{(49-x^2)^2}{(x^2-14x+49)^2}:\frac{3x+21}{14x-2x^2}$$

jest równa wartości wyrażenia

A) $\frac{21+3x}{14x-2x^2}$ B) $\frac{14x+2x^2}{21-3x}$ C) $\frac{21x+3}{14x^2-2x}$ D) $\frac{7x^2+3x}{2x+14}$

ZADANIE 14 (2 PKT)

Ciąg $(5, -y-5, y+5, x+5)$ jest arytmetyczny. Oblicz x.

ZADANIE 15 (1 PKT)

Proces stygnięcia naparu z ziół w otoczeniu o stałej temperaturze 22°C opisuje funkcja wykładnicza $T(x) = 76 \cdot 2^{-0{,}03x} + 22$, gdzie $T(x)$ to temperatura naparu wyrażona w stopniach Celsjusza po x minutach liczonych od momentu $x = 0$, w którym zioła zalano wrzątkiem. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Temperatura naparu po 35 minutach od momentu zalania ziół wrzątkiem jest większa od 60°C.	**P**	**F**
Temperatura naparu po 2 godzinach od momentu zalania ziół wrzątkiem jest mniejsza od 22°C.	**P**	**F**

ZADANIE 16 (2 PKT)

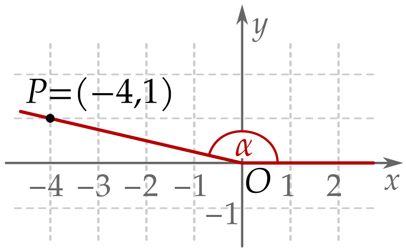
Funkcje A, B, C, D, E oraz F są określone dla każdej liczby rzeczywistej x. Wzory tych funkcji podano poniżej. Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Przedział $[-2, +\infty)$ jest zbiorem wartości funkcji

A) $A(x) = 2x^2 + 4x$ B) $B(x) = -x^2 + 2$ C) $C(x) = (x-3)^2 - 2$
D) $D(x) = -(x-2)^2$ E) $E(x) = -2x^2 - 8x + 10$ F) $F(x) = 5(x-2)^2$

Zadanie 17 (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono kąt α o wierzchołku w punkcie $O = (0, 0)$. Jedno z ramion tego kąta pokrywa się z dodatnią półosią Ox, a drugie przechodzi przez punkt $P = (-4, 1)$ (zobacz rysunek).

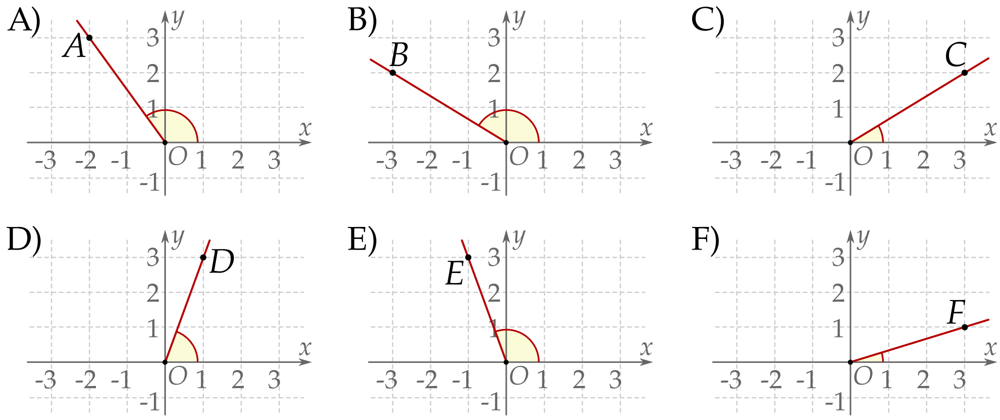


Tangens kąta α jest równy

A) $\left(-\frac{1}{4}\right)$ B) $-\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)$ C) $\left(-\frac{4}{1}\right)$ D) $\frac{1}{\sqrt{17}}$

Informacja do zadań 18.1 i 18.2

Na rysunkach A–F w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono różne kąty. Jedno z ramion każdego z tych kątów pokrywa się z dodatnią półosią Ox, a drugie przechodzi przez jeden z punktów o współrzędnych całkowitych: A lub B, lub C , lub D , lub E , lub F.



Zadanie 18.1 (1 pkt)

Na którym rysunku zaznaczono kąt $\alpha \in (0^\circ, 180^\circ)$, spełniający warunek $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{2}$?

ZADANIE 18.2 (1 PKT)

Na którym rysunku zaznaczono kąt $\beta \in (0^\circ, 180^\circ)$, spełniający warunek $\cos\beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$?

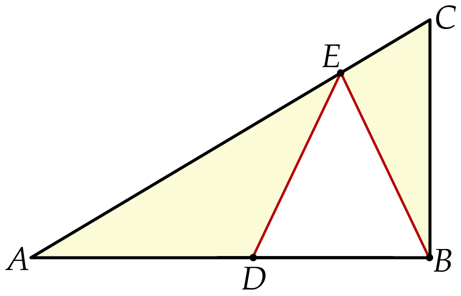
ZADANIE 19 (1 PKT)

Wszystkich różnych liczb naturalnych trzycyfrowych, w których zapisie dziesiętnym przynajmniej jedna cyfra występuje dwa razy jest

A) 252 B) 180 C) 171 D) 396

ZADANIE 20 (4 PKT)

Arkusz blachy ma kształt trójkąta prostokątnego ABC, w którym $|AB| = 4$ m i $|BC| = 2$ m. Z tego arkusza należy wyciąć trójkąt równoramienny DBE w ten sposób, że punkty E i D leżą odpowiednio na odcinkach AC i AB oraz $|DE| = |BE|$ (zobacz rysunek).



Oblicz jaką długość powinna mieć podstawa DB trójkąta DBE tak, aby jego pole było największe możliwe. Oblicz to największe pole.

ZADANIE 21 (1 PKT)

Wszystkie wierzchołki kwadratu $ABCD$ mają współrzędne nieujemne, przy czym $C = (0, 7)$ i $D = (0,3)$. Okrąg wpisany w kwadrat $ABCD$ jest określony równaniem

A) $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$
B) $(x-3)^2 + (y-7)^2 = 2$
C) $(x+3)^2 + (y+7)^2 = 4$
D) $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 2$

ZADANIE 22 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{n-(-1)^n}{3}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Liczba wyrazów tego ciągu mniejszych od 12 jest równa

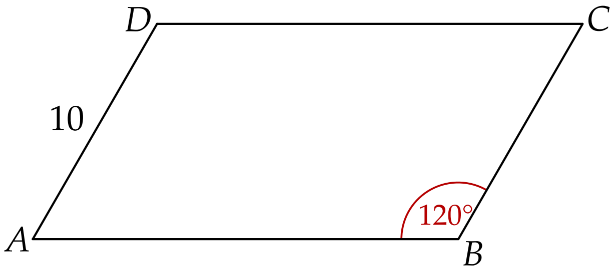
A) 36
B) 34
C) 33
D) 35

ZADANIE 23 (3 PKT)

Rozwiąż równanie $x^3 + 12x^2 - 121x - 1452 = 0$.

ZADANIE 24 (1 PKT)

Pole równoległoboku $ABCD$ jest równe $40\sqrt{6}$. Bok AD tego równoległoboku ma długość 10, a kąt ABC równoległoboku ma miarę 120° (zobacz rysunek).



Długość boku AB jest równa

A) $8\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{2}$ C) $16\sqrt{2}$ D) $16\sqrt{3}$

ZADANIE 25 (1 PKT)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. W tym ciągu $a_1 = -2,55$ oraz $a_2 = 10,2$. Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa

A) 48,45 B) $(-36,6)$ C) 7,65 D) $(-33,15)$

ZADANIE 26 (1 PKT)

W okręgu O kąt środkowy β oraz kąt wpisany α są oparte na tym samym łuku. Kąt β ma miarę o 50° większą od kąta α. Miara kąta β jest równa

A) 40° B) 80° C) 100° D) 120°

ZADANIE 27 (1 PKT)

Doświadczenie losowe polega na czterokrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek jest liczbą nieparzystą, jest równe

A) $\frac{3}{32}$ B) $\frac{37}{216}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{7}{36}$

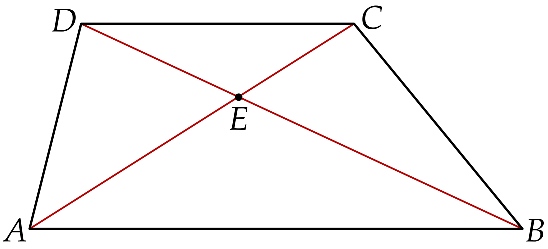
ZADANIE 28 (1 PKT)

Wykresy funkcji $f(x) = 2x^2 - 4$ i $g(x) = \frac{x-k}{x^2+1}$ określonych dla każdej liczby rzeczywistej x przecinają się w dwóch punktach – jednym z nich jest punkt $(1, -2)$. Liczba k jest równa

A) (-5) B) 5 C) (-4) D) 4

Zadanie 29 (1 pkt)

W trapezie $ABCD$ podstawa AB jest dłuższa od podstawy CD. Przekątne trapezu przecinają się w punkcie E (zobacz rysunek).

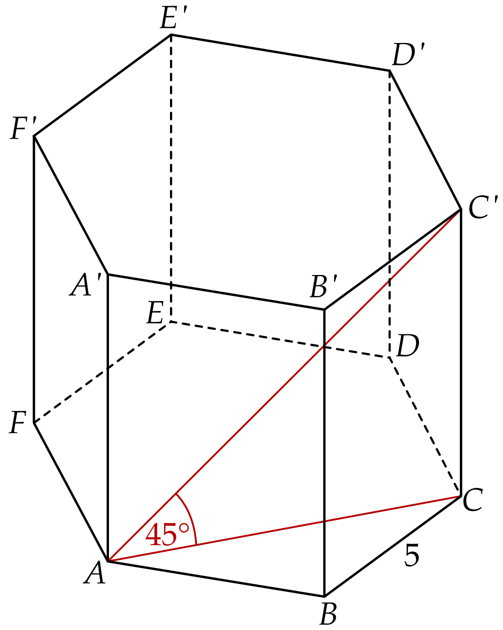


Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Pole trójkąta AED jest równe polu trójkąta DEC.	**P**	**F**
$\|AE\| \cdot \|ED\| = \|BE\| \cdot \|EC\|$	**P**	**F**

ZADANIE 30 (1 PKT)

Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$, w którym krawędź podstawy ma długość 5. Przekątna AC' tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45° (zobacz rysunek).

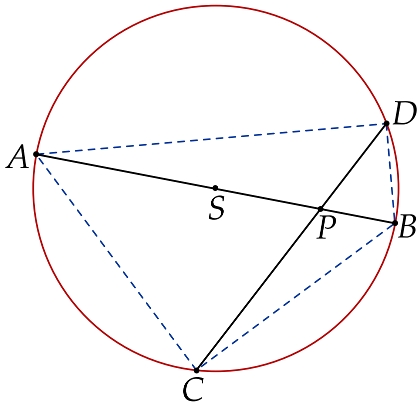


Objętość tego graniastosłupa jest równa

A) 225 B) 562,5 C) 112,5 D) $75\sqrt{3}$

Zadanie 31 (2 pkt)

Dany jest okrąg O o środku w punkcie S. Średnica AB tego okręgu przecina cięciwę CD w punkcie P (zobacz rysunek). Ponadto: $|PB| = 4$, $|PC| = 10$ oraz $|PD| = 6$.



Oblicz promień okręgu O.

Zadanie 32 (1 pkt)

Średnia arytmetyczna liczb: $4x-1, 2x, 2x+2, 4x-1$ i $2x+1$ zwiększa się o 1 jeżeli pominiemy ostatnią liczbę. Wynika stąd, że

A) $x=9$ B) $x=6$ C) $x=11$ D) $x=12$

Zadanie 33 (1 pkt)

Punkty $A=(-12,-3)$, $B=(3,0)$ i $C=(6,3)$ są kolejnymi wierzchołkami rombu $ABCD$. Wierzchołek D tego rombu ma współrzędne

A) $(-3,0)$ B) $(-9,0)$ C) $(-6,3)$ D) $(-4,3)$

ZADANIE 34 (2 PKT)

Ze zbioru liczb $\{3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ losujemy ze zwracaniem kolejno dwa razy po jednej liczbie. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że iloczyn wylosowanych liczb jest podzielny przez 3.