

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

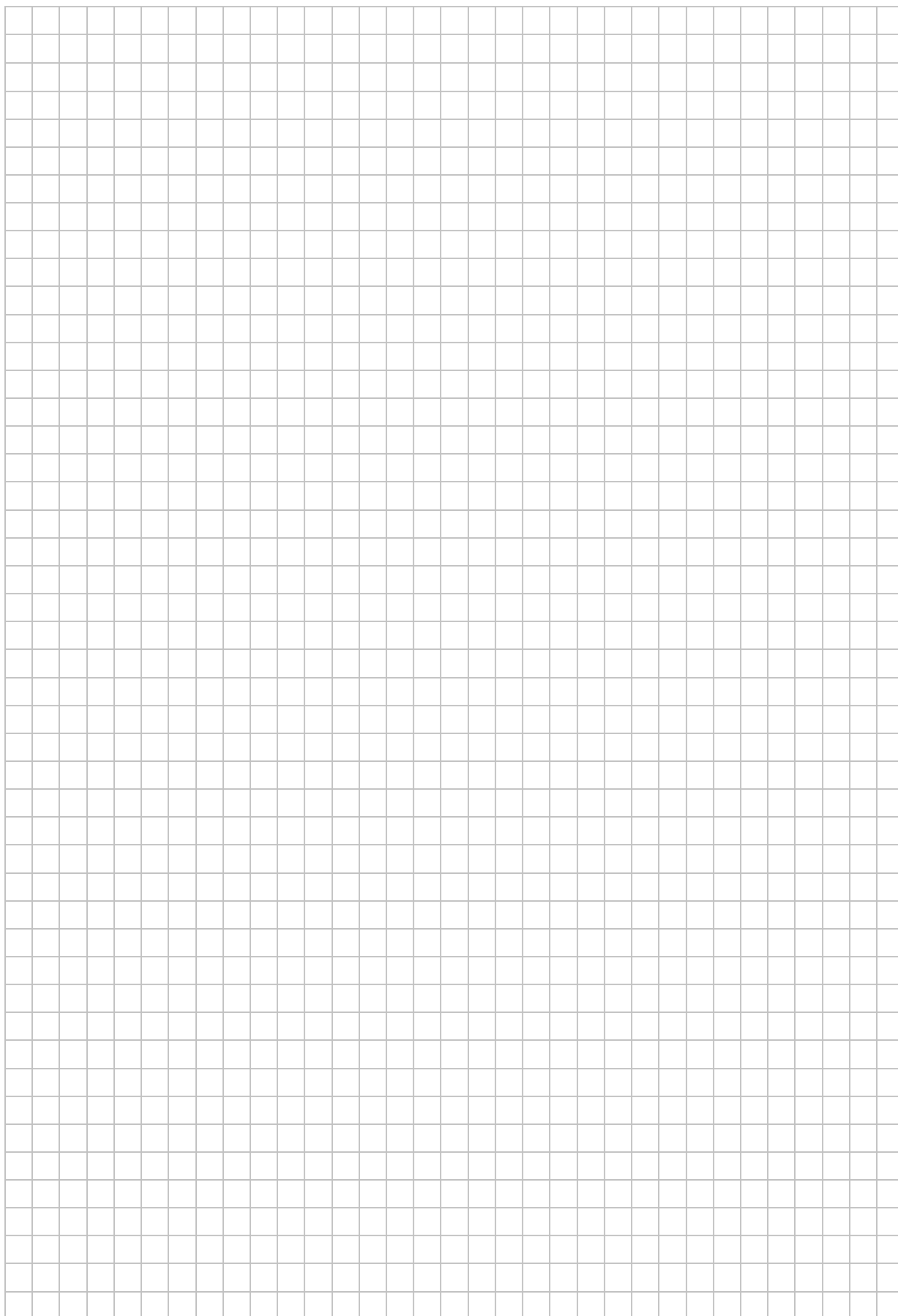
POZIOM ROZSZERZONY

14 KWIETNIA 2012

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

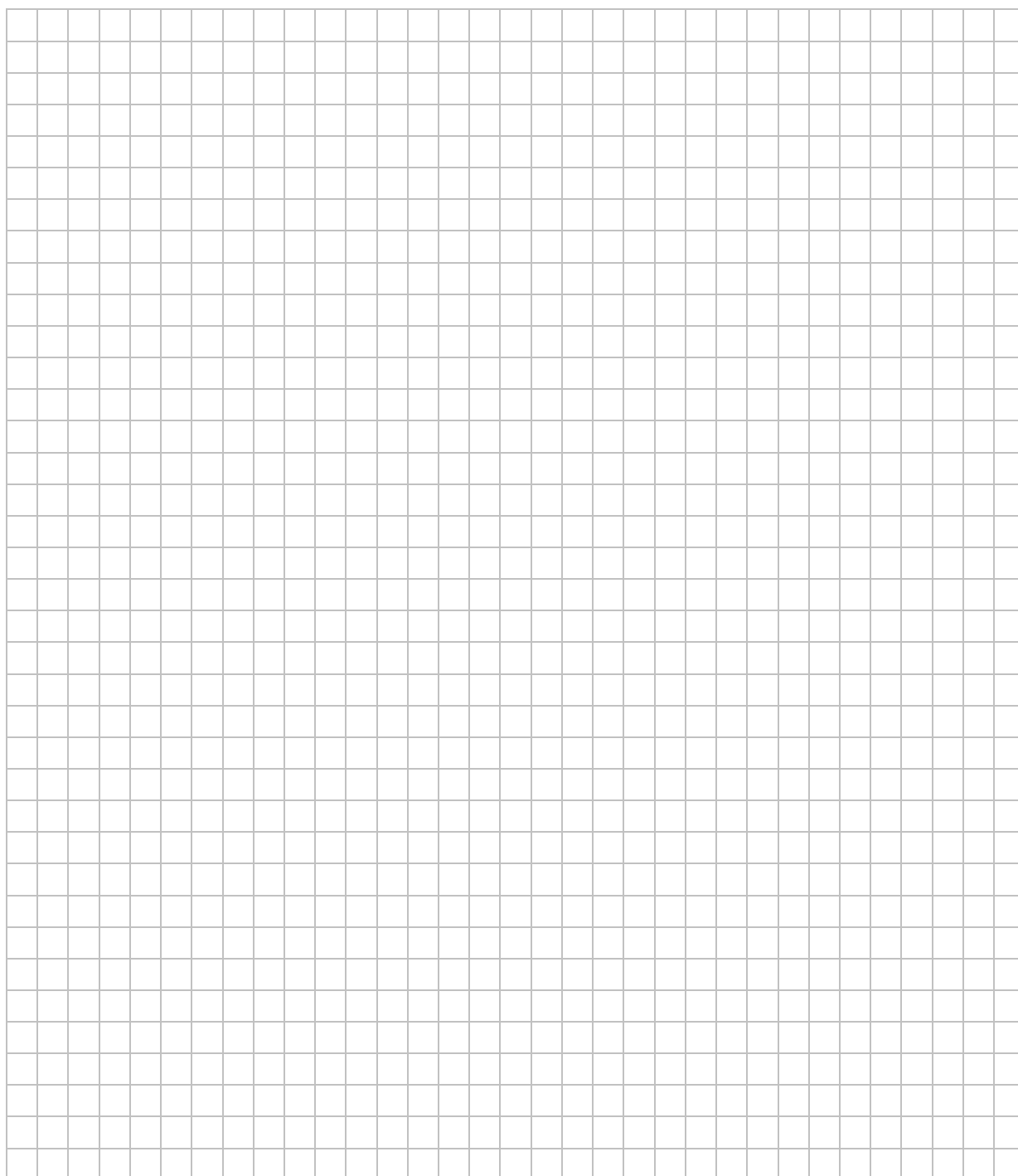
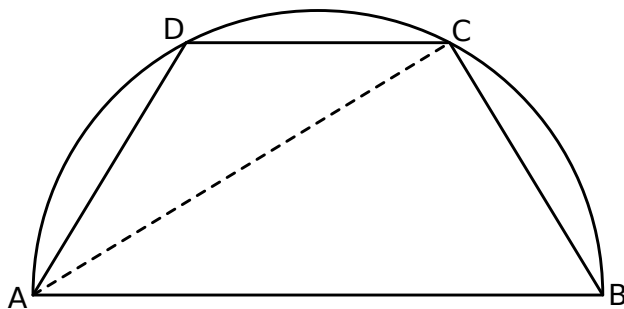
ZADANIE 1 (4 PKT.)

Rozwiąż nierówność  $\frac{|x|}{x} + \frac{|x-2|}{x-2} < 1 + \frac{|x-1|}{x-1}$ .



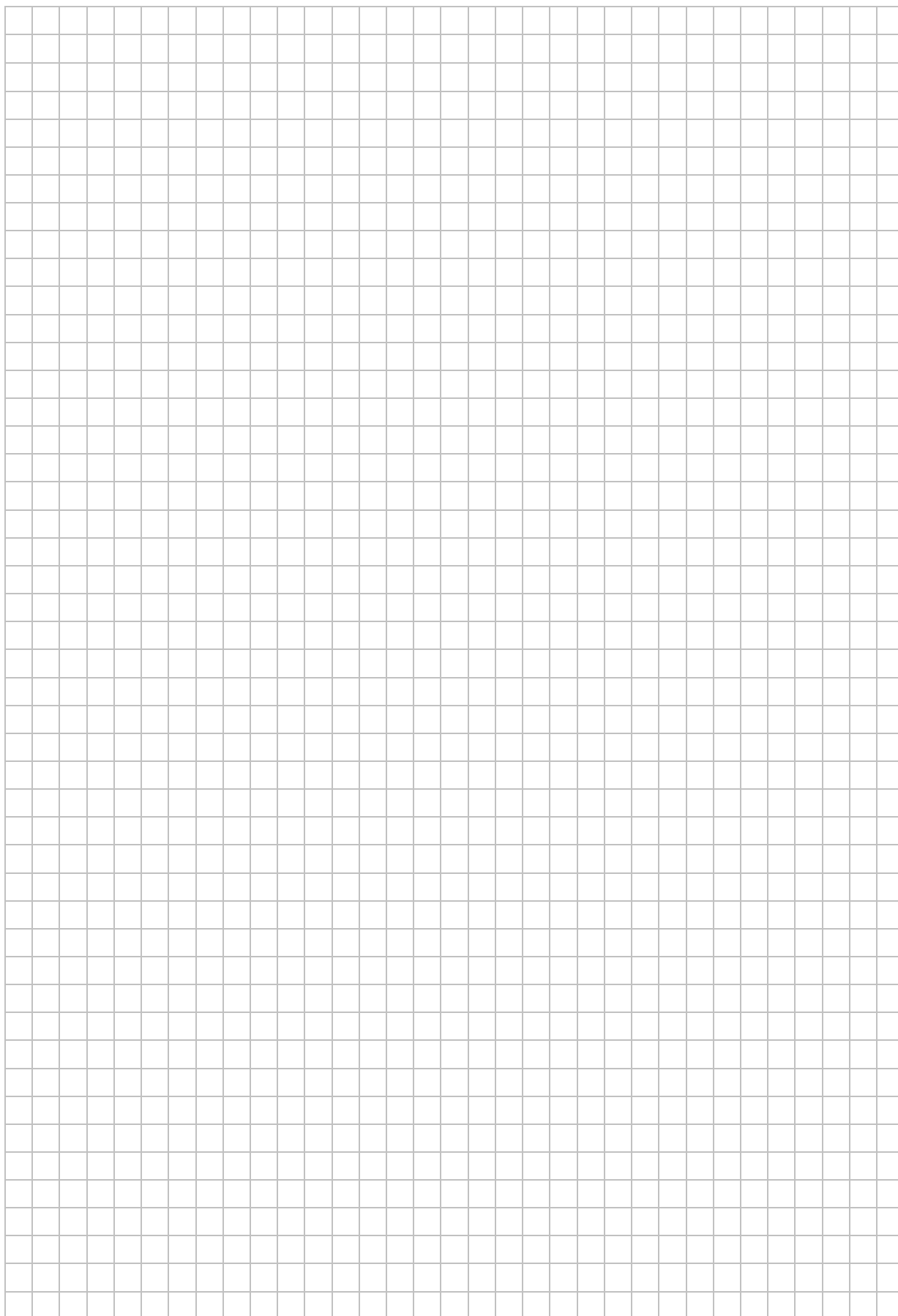
ZADANIE 2 (4 PKT.)

W półkole o promieniu  $r$  wpisano trapez równoramienny o krótszej podstawie długości  $a$ .  
Oblicz długość przekątnej trapezu.



ZADANIE 3 (5 PKT.)

Uzasadnij, że dla każdej liczby dodatniej  $a$  prawdziwa jest nierówność  $a^3 + \frac{3}{a} \geq 4$ .



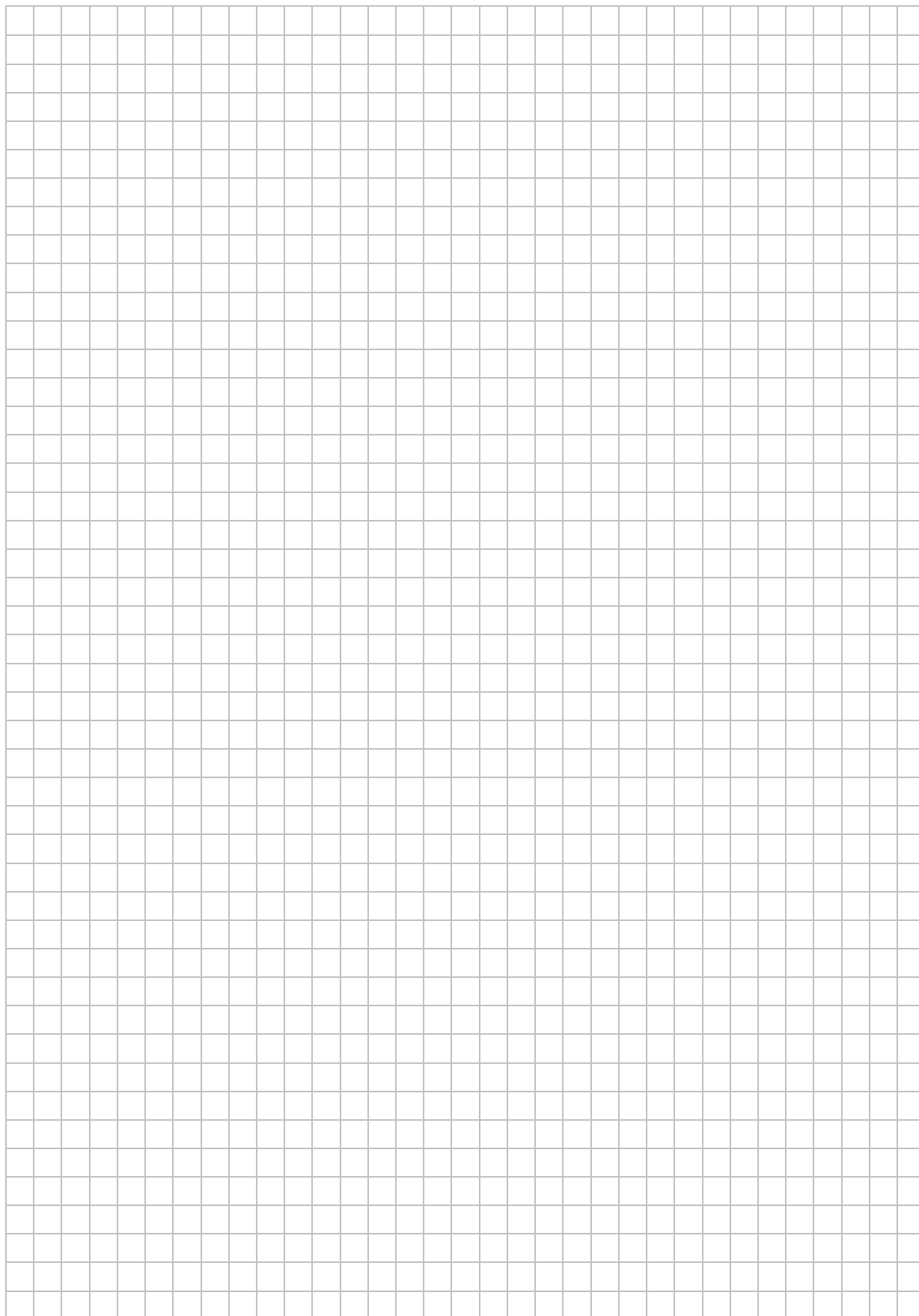
ZADANIE 4 (4 PKT.)

Długości boków  $(a, b, c)$  trójkąta tworzą ciąg geometryczny, przy czym kąt trójkąta leżący naprzeciwko boku długości  $b$  ma miarę  $60^\circ$ . Oblicz miary pozostałych kątów tego trójkąta.



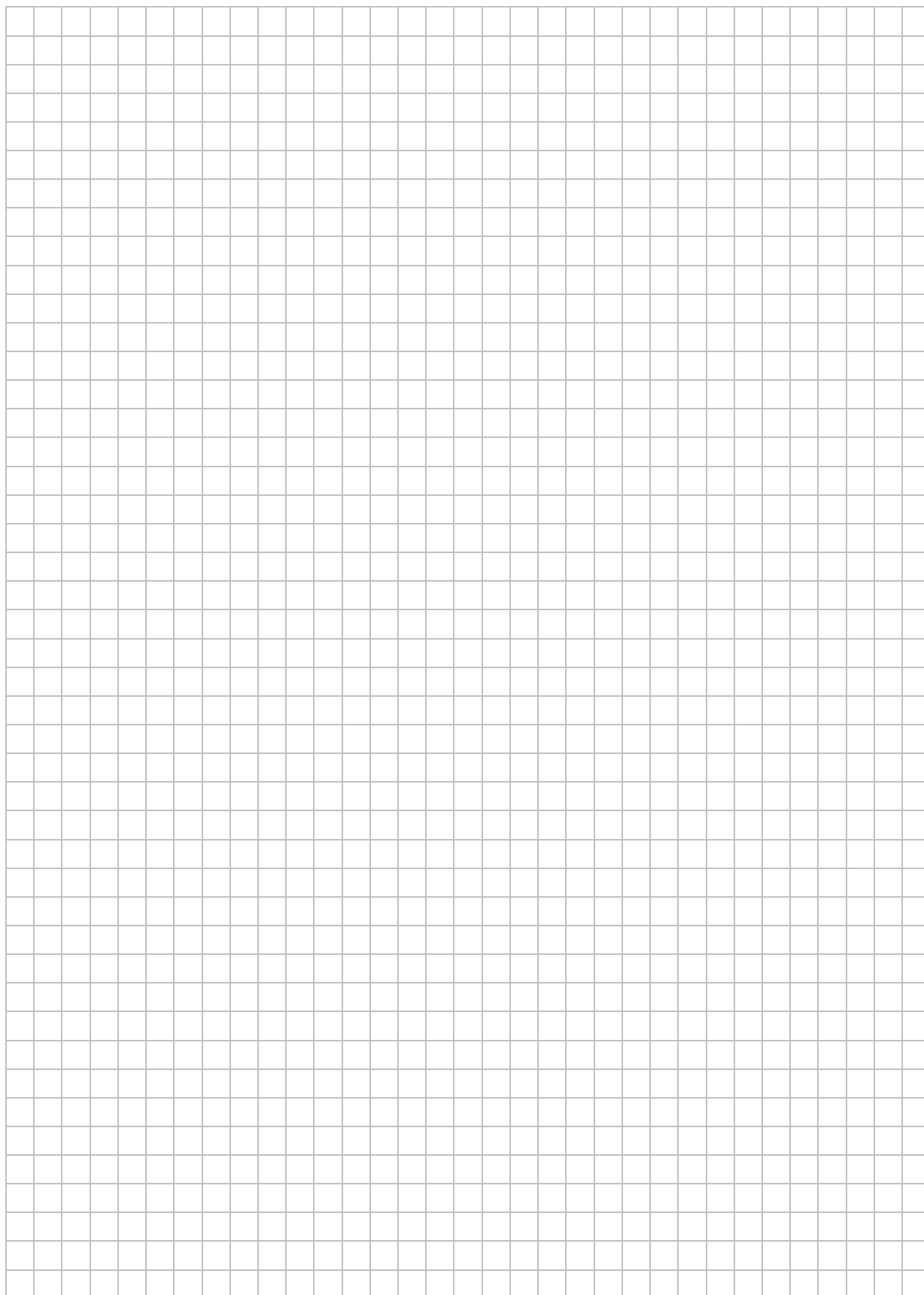
ZADANIE 5 (4 PKT.)

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $k$ , dla których równanie  $5x^2 - kx + 1 = 0$  ma dwa różne pierwiastki, których różnica jest liczbą z przedziału  $(0, 1)$ .



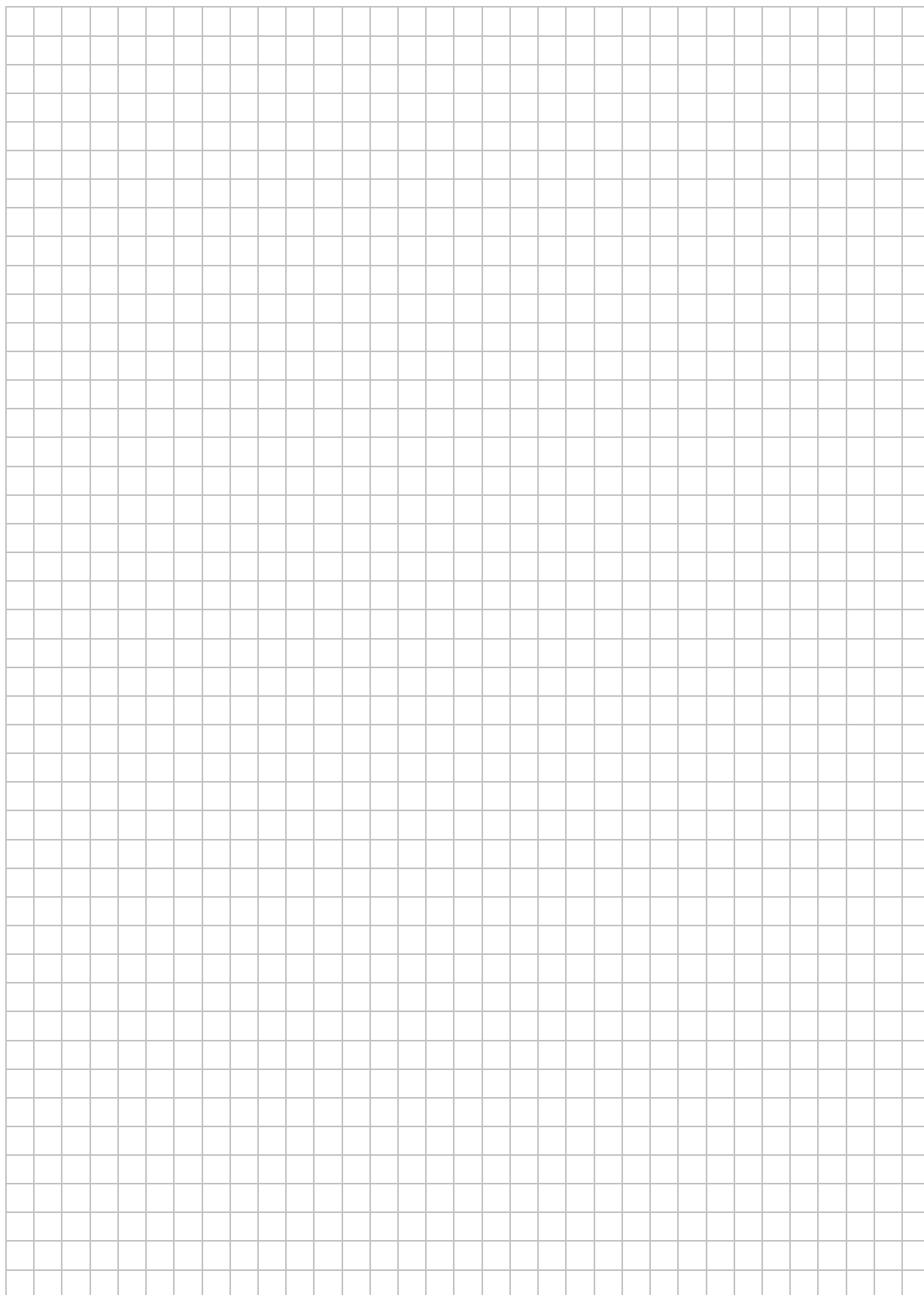
ZADANIE 6 (4 PKT.)

Wykaż, że jeżeli w czworokącie  $ABCD$  dwusieczne kątów przy wierzchołkach  $A$  i  $C$  przecinają dwusieczne kątów przy wierzchołkach  $B$  i  $D$  w czterech różnych punktach, to punkty te leżą na pewnym okręgu.

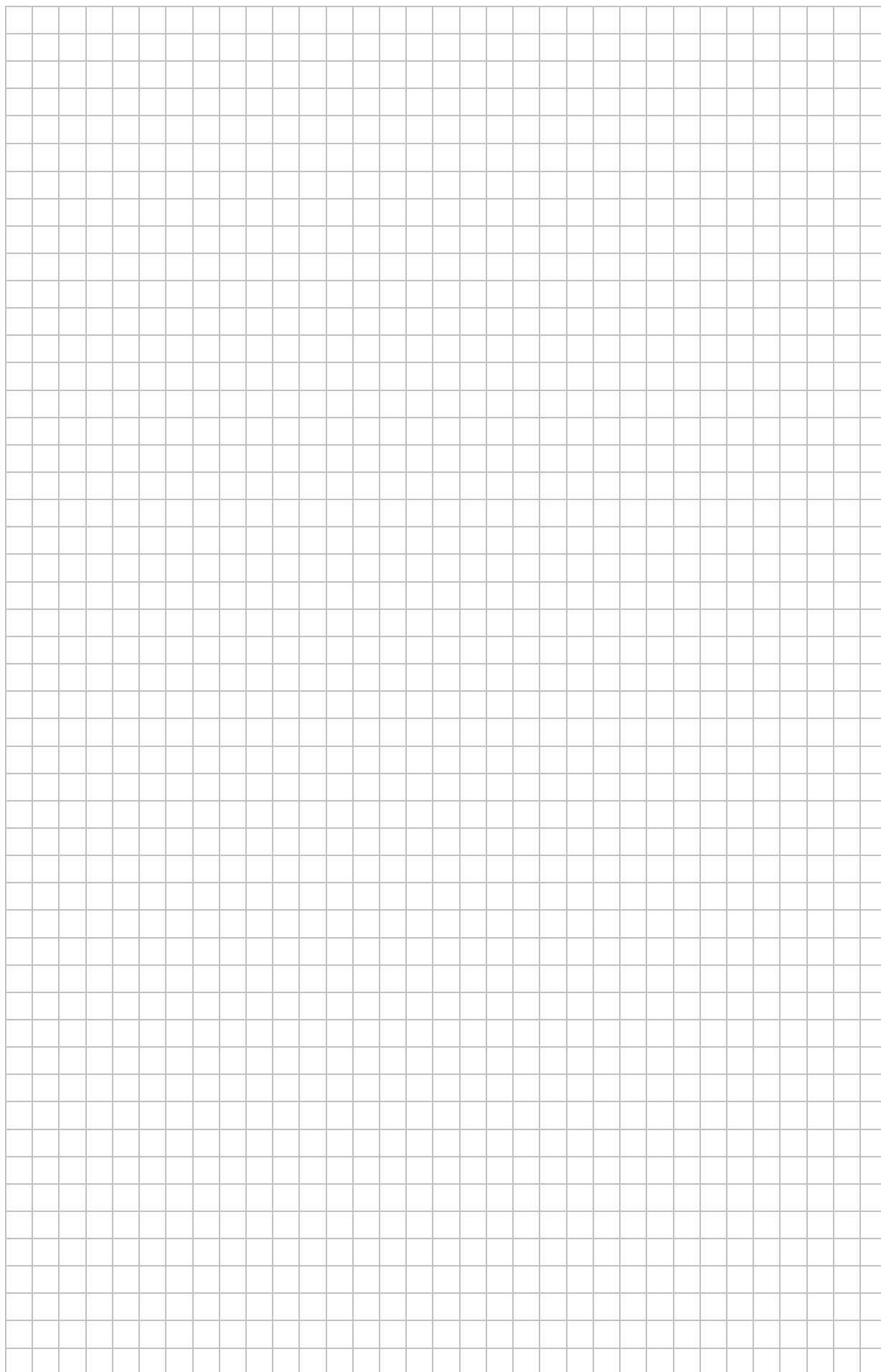


ZADANIE 7 (5 PKT.)

Punkt  $A = (3, 4)$  jest wierzchołkiem kąta prostego w równoramiennym trójkącie prostokątnym  $ABC$ . Przeciwprostokątna tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu  $y = -2x + 15$ . Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków trójkąta  $ABC$ .







ZADANIE 8 (5 PKT.)

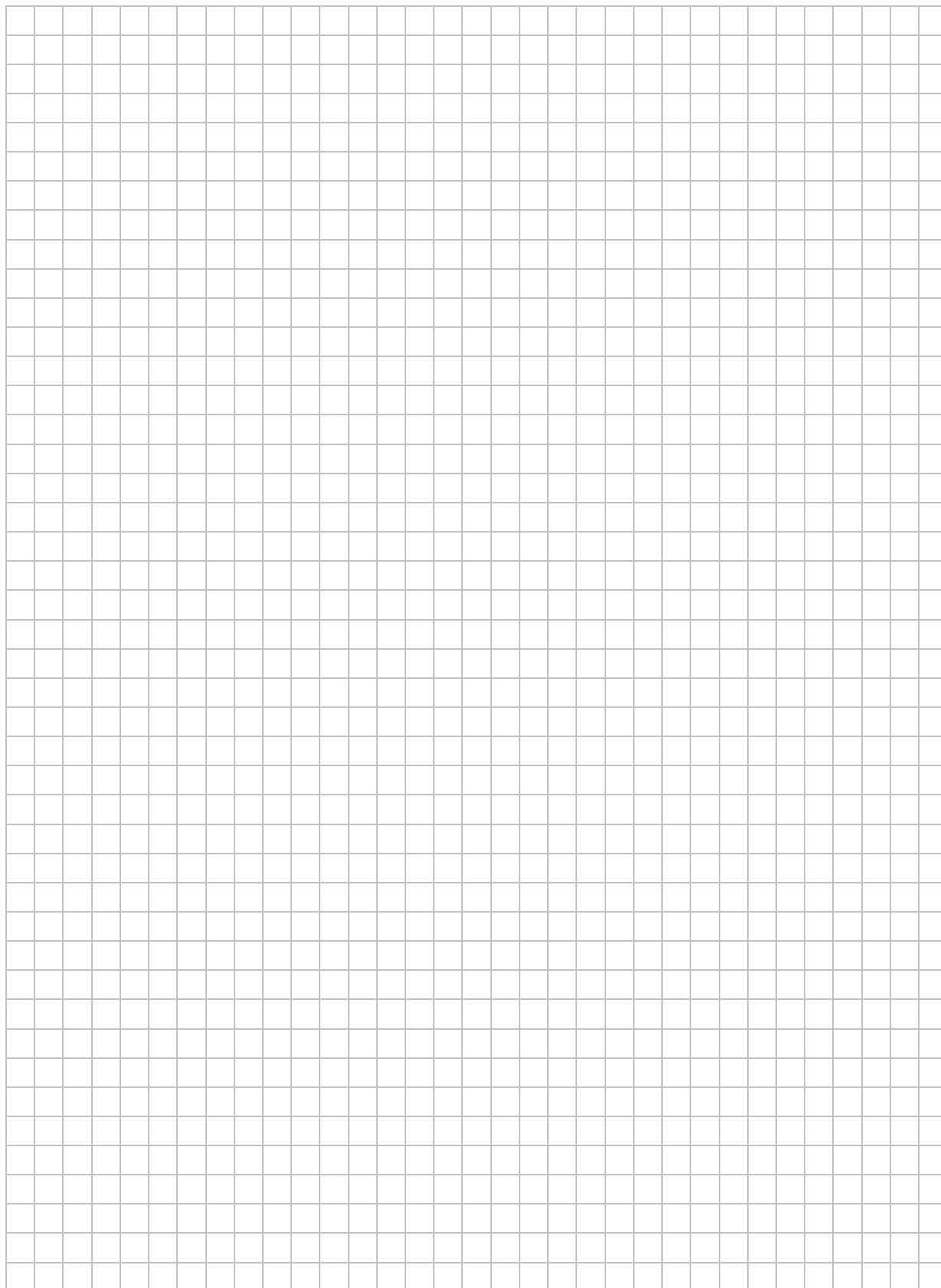
Wielomian  $W(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - x + b$  przy dzieleniu przez każdy z dwumianów:  $x + 1$ ,  $x - 2$  i  $x + 3$  daje tę samą resztę. Wyznacz  $a$  i  $b$ .



ZADANIE 9 (4 PKT.)

Udowodnij, że jeżeli  $\cos \alpha \neq \sin 7\alpha$  i  $\cos 4\alpha \neq \sin 4\alpha$  to

$$\frac{\sin \alpha + \cos 7\alpha}{\cos \alpha - \sin 7\alpha} = \frac{\sin 4\alpha + \cos 4\alpha}{\cos 4\alpha - \sin 4\alpha}.$$



ZADANIE 10 (6 PKT.)

Listonosz losowo rozmieszcza 7 listów w 5 różnych skrzynkach na listy. Oblicz prawdopodobieństwo, że w każdej skrzynce znajdzie się przynajmniej jeden list.



ZADANIE 11 (5 PKT.)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego trójkątnego  $ABCS$  jest trójkąt  $ABC$ . Punkty  $E$  i  $F$  są rzutami punktów  $A$  i  $S$  na przeciwległe ściany. Oblicz w jakim stosunku odcinek  $AE$  dzieli odcinek  $SF$ , jeżeli ściana boczna ostrosłupa jest nachylona do podstawy pod kątem, którego sinus jest równy  $a$ .

