

ZADANIE 1

Wiedząc, że α jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg} \alpha = 4\sqrt{3}$ oblicz wartość wyrażenia $\frac{\sqrt{3} + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$.

ZADANIE 2

Znajdź najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$ w przedziale $\langle 0; 2\pi \rangle$.

ZADANIE 3

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = 2$, oblicz wartość wyrażenia $\frac{4 \cos \alpha - 3 \sin \alpha}{3 \cos \alpha + 5 \sin \alpha}$.

ZADANIE 4

Wykaż, że wyrażenie $\frac{-\cos 2x}{\sin x \cos x} = \operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{tg} x}$ nie jest tożsamością.

ZADANIE 5

Wyznacz zbiór wartości funkcji: $f(x) = \cos 2x - 2 \sin x$, gdzie $x \in \mathbb{R}$.

ZADANIE 6

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{(\operatorname{ctg} 44^\circ + \operatorname{tg} 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \operatorname{ctg} 72^\circ \operatorname{ctg} 18^\circ$.

ZADANIE 7

Wyznacz $\sin 2x$ i $\cos 2x$ jeśli wiadomo że $x \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$ i $\operatorname{tg} x = -5$.

ZADANIE 8

a) Sprawdź, czy równość

$$\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

jest tożsamością trygonometryczną.

b) Udowodnij, że jeżeli α i β są dwoma kątami trójkąta i $\sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$, to trójkąt ten jest trójkątem prostokątnym lub równoramiennym.

ZADANIE 9

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 5 - 2 \sin^2 x$ dla $x \in \mathbb{R}$.

ZADANIE 10

Wyznacz najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \frac{(\operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{tg}^2 x) \cdot \sin^2 2x}{4 \cos 2x \cdot \sin^2 x}$.

ZADANIE 11

Uzasadnij, że liczba $\cos \frac{\pi}{12}$ jest niewymierna.

ZADANIE 12

Posługując się wzorem $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$ oblicz $\operatorname{tg} 15^\circ$.

ZADANIE 13

Kąt α jest kątem ostrym. Wiedząc, że $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3}$, oblicz wartość wyrażenia $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha}$.