

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

9 KWIETNIA 2011

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (4 PKT.)

Rozwiąż równanie $||x^2 - 4| - x^2| = 4$.

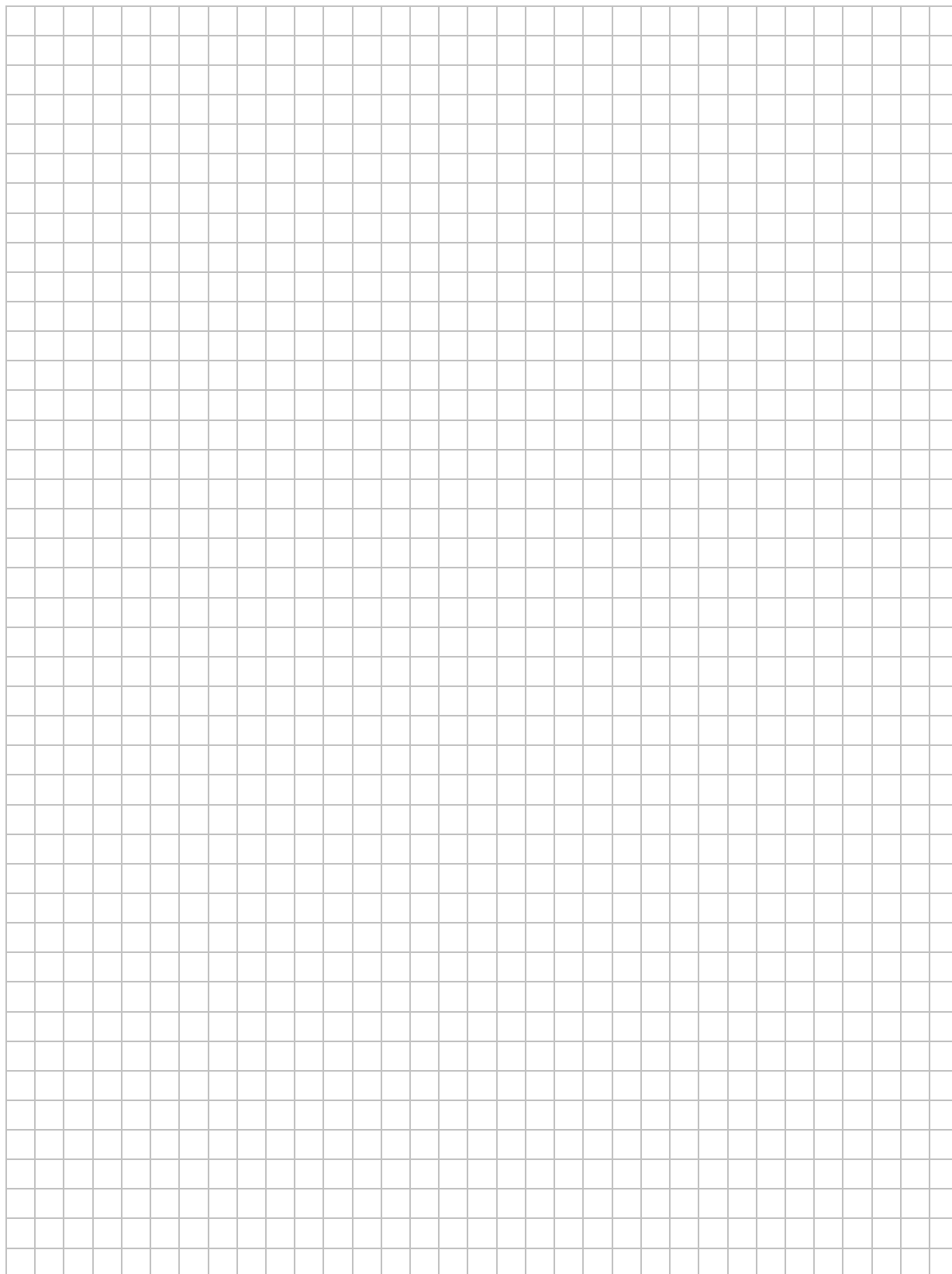


ZADANIE 2 (5 PKT.)

Wyznacz równanie okręgu, który jest symetryczny do okręgu o równaniu

$$x^2 + 10x + y^2 - 2y + 19 = 0$$

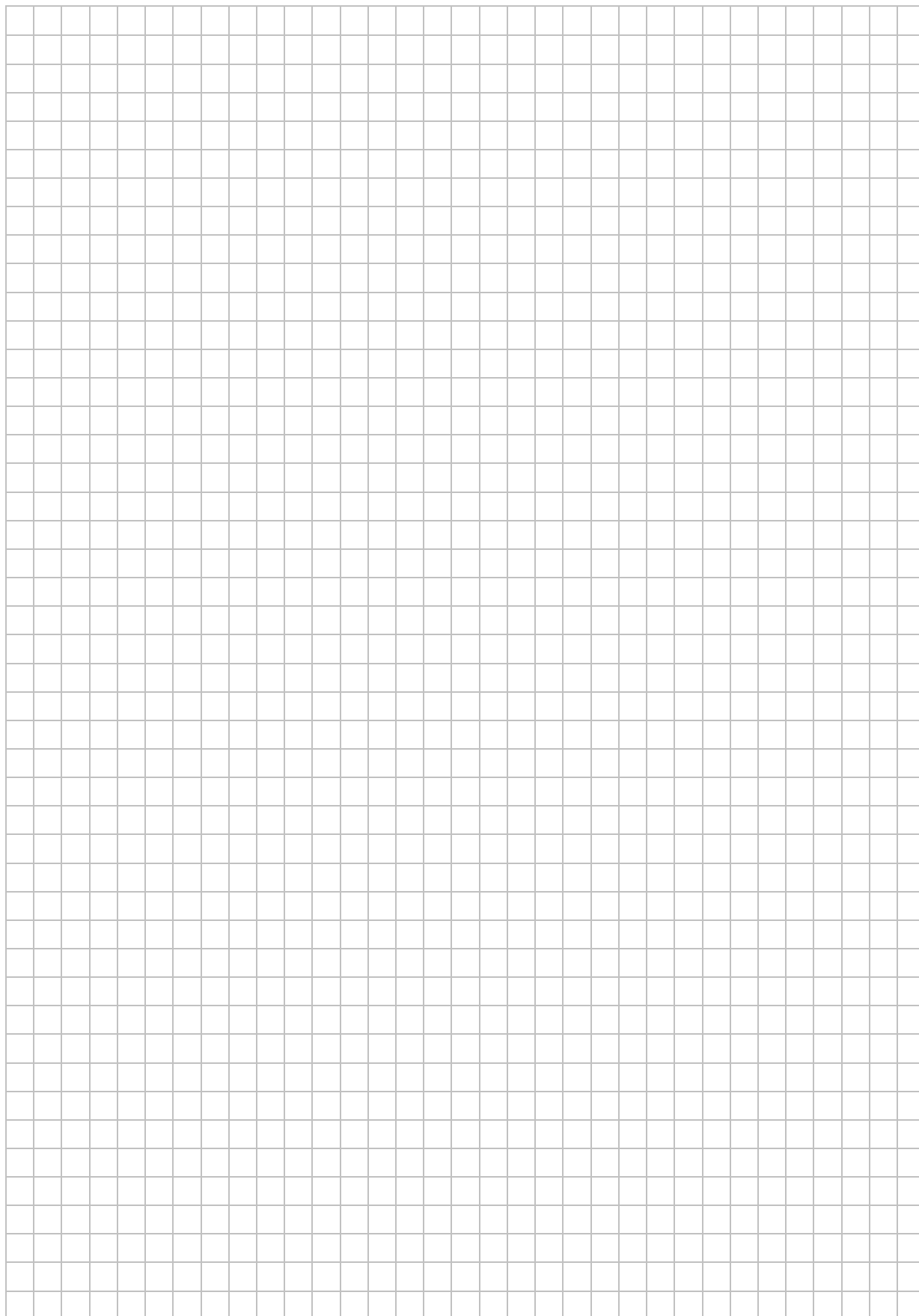
względem prostej $y = 2x + 1$.



ZADANIE 3 (5 PKT.)

Rozwiąż nierówność

$$x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 28x - 24 \leq 0.$$



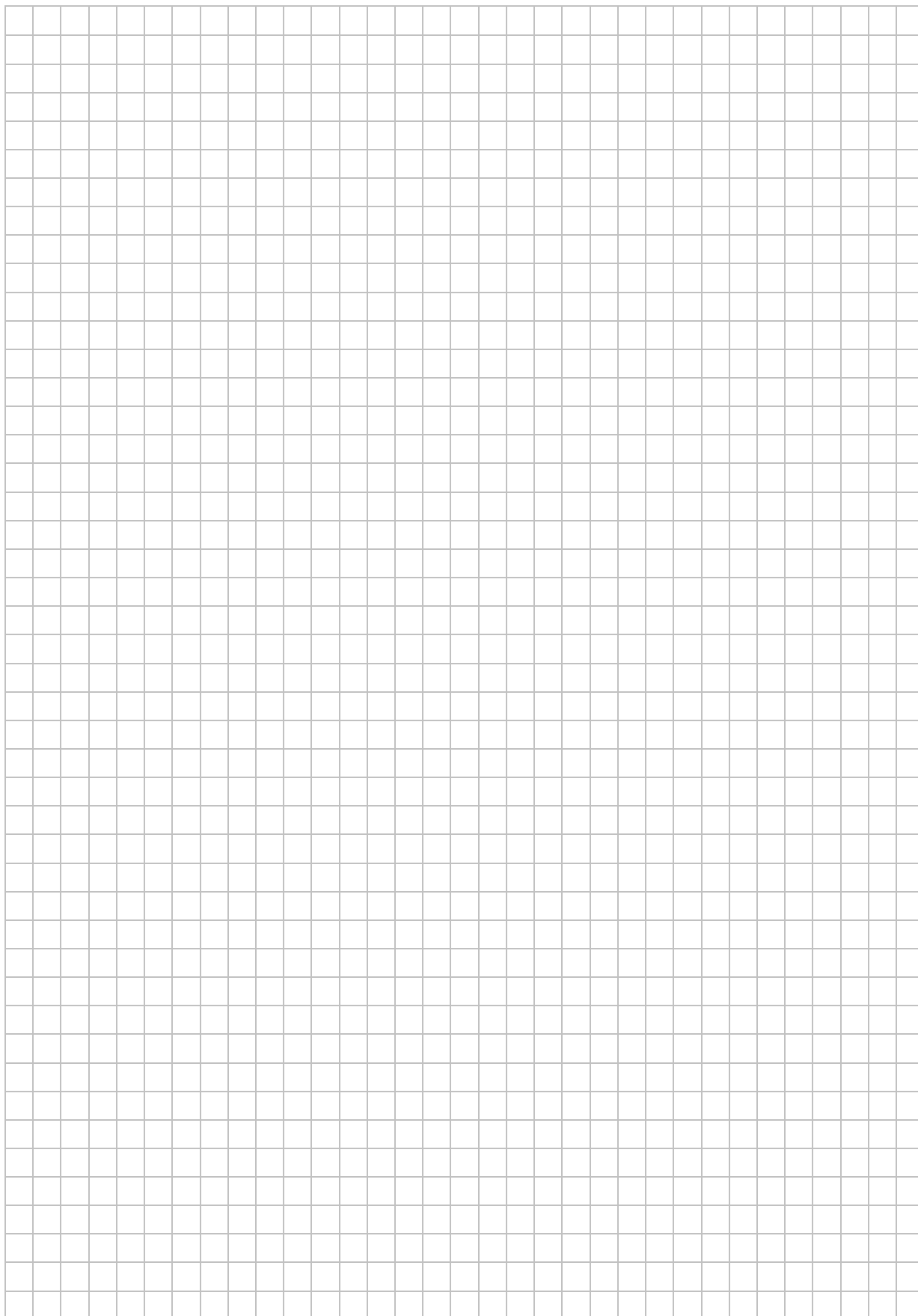
ZADANIE 4 (4 PKT.)

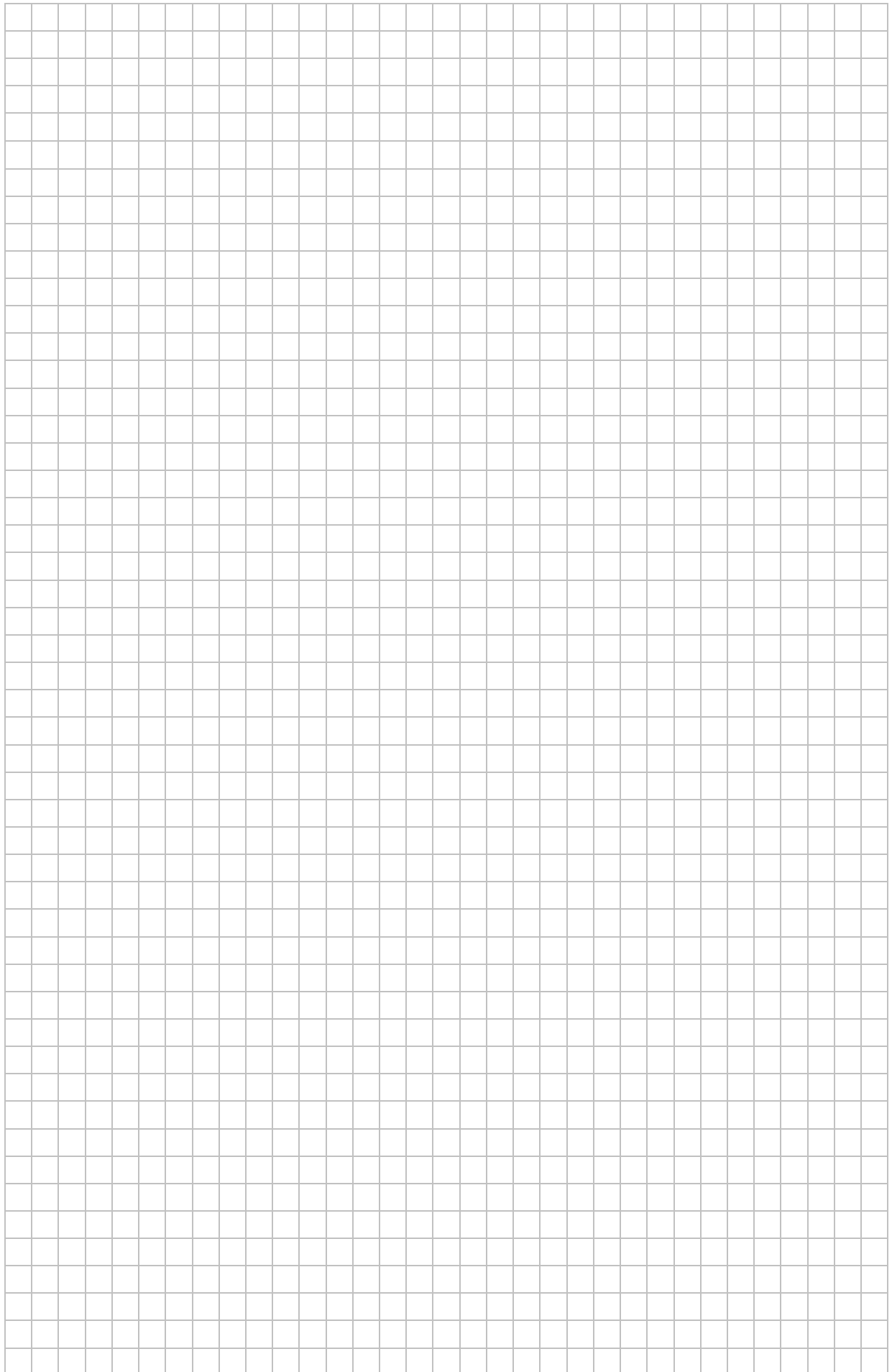
W trapezie $ABCD$ podstawa AB jest 3 razy dłuższa od podstawy CD . Przekątne tego trapezu przecinają się w punkcie E , a proste zawierające ramiona AD i BC przecinają się w punkcie F . Oblicz stosunek pola czworokąta $DECF$ do pola trapezu $ABCD$.



ZADANIE 5 (5 PKT.)

Ciąg (a, b, c) jest geometryczny, a ciągi $(4a - 4, 2b - 2, c - 1)$ i $(a + 5, b + 3, c - 15)$ są arytmetyczne. Oblicz a, b, c .



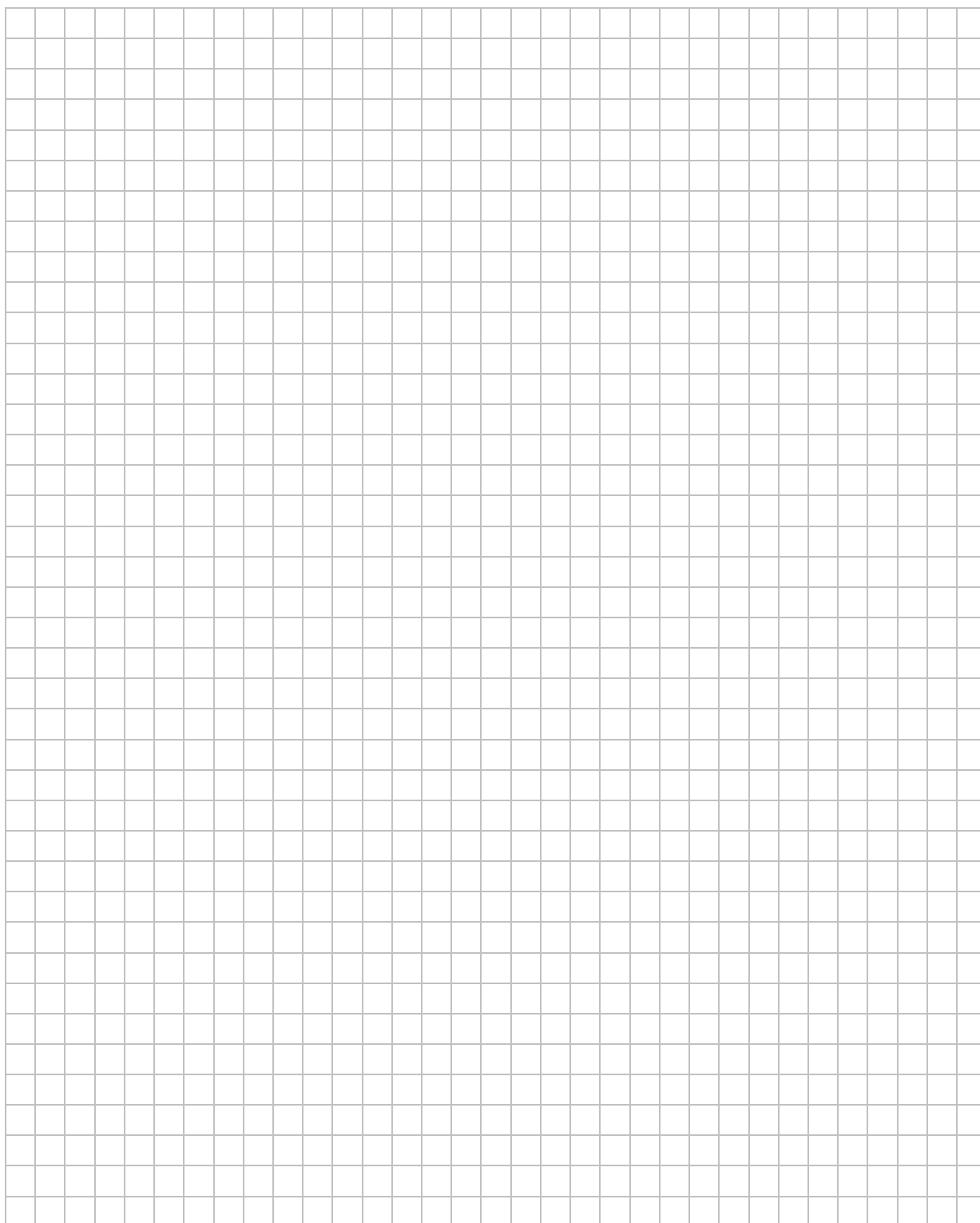


ZADANIE 6 (5 PKT.)

a) Wykaż, że dla dowolnych liczb nieujemnych a i b spełniona jest nierówność

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

b) W zbiorze prostokątów wpisanych w okrąg o promieniu R znajdź prostokąt o największym polu.



ZADANIE 7 (5 PKT.)

Dany jest trójkąt równoramiennym ABC , w którym $|AB| = |AC|$ i $|BC| = 10$. Na boku AC wybrano punkt D w ten sposób, że $|\angle CBD| = |\angle BAC| = \alpha$ oraz $|AD| = \frac{69}{13}$. Oblicz $\sin \alpha$.

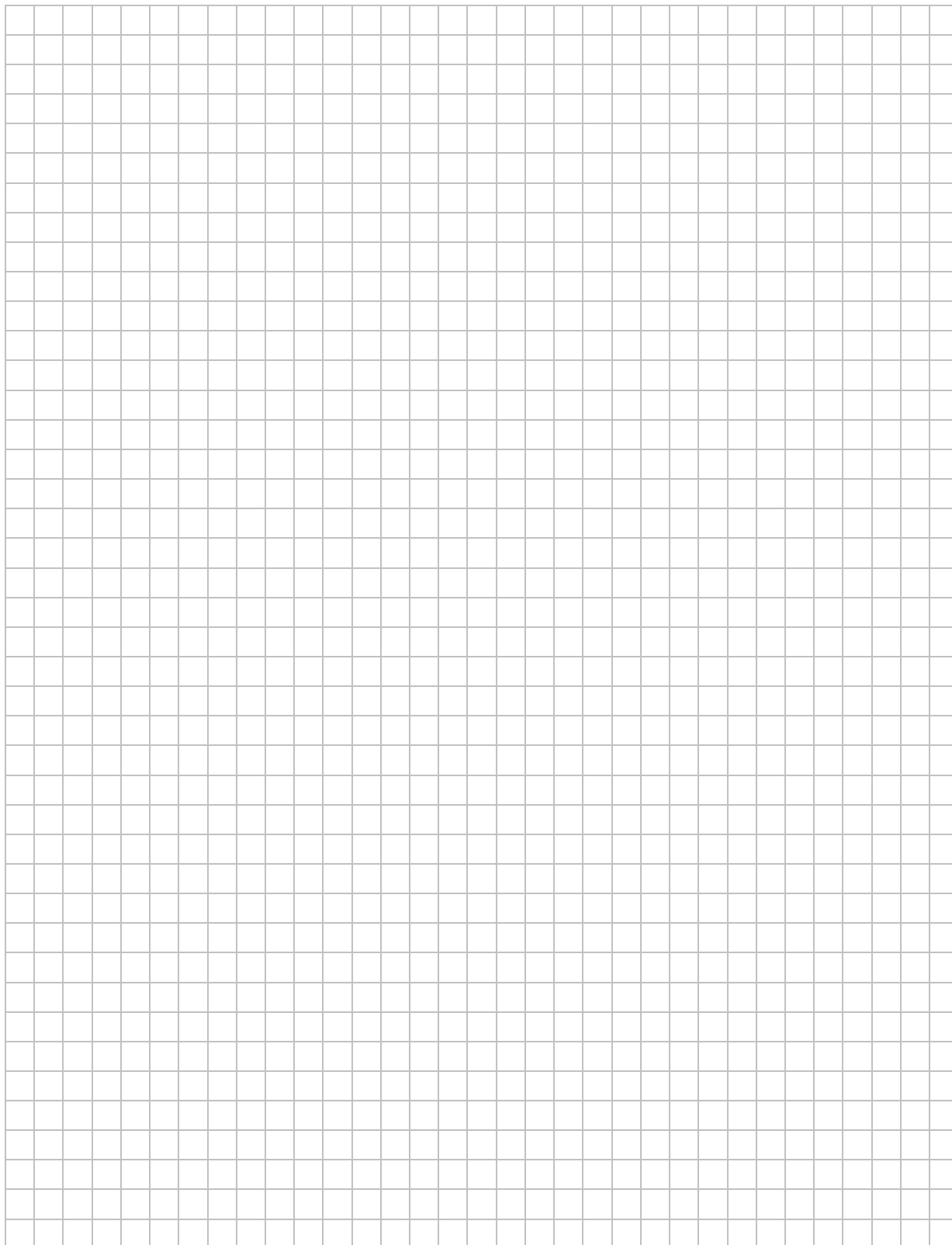


ZADANIE 8 (6 PKT.)

Liczby $x_1 \neq x_2$ są dwoma dodatnimi pierwiastkami równania $3x^2 - \pi x + m = 0$ z niewiadomą x , gdzie m jest pewną ustaloną liczbą rzeczywistą.

a) Wykaż, że $\frac{2x_1x_2}{x_1+x_2} < \frac{\pi}{6}$.

b) Wykaż, że $2 \operatorname{tg} x_1 \operatorname{tg} x_2 + \frac{1}{\cos x_1 \cos x_2} = 2$.



ZADANIE 9 (5 PKT.)

Oblicz prawdopodobieństwo, że w trzech rzutach symetryczną sześcienną kostką do gry suma kwadratów liczb wyrzuconych oczek będzie podzielna przez 4.



ZADANIE 10 (6 PKT.)

Podstawą ostrosłupa $ABCD$ jest trójkąt ABC , a krawędź AD jest wysokością ostrosłupa. Oblicz pole powierzchni całkowitej ostrosłupa $ABCD$, jeśli wiadomo, że jego objętość jest równa 48 oraz $|BC| = 6$, $|BD| = |CD| = 13$. Podaj wszystkie możliwe odpowiedzi.

