Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

www.zadania.info

poziom rozszerzony

5 marca 2016

Czas pracy: 180 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Granica $\lim_{x\to+\infty} \frac{(2-3x^5)^3}{(3-2x^3)^5}$ jest równa

A) $\frac{27}{32}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{8}{243}$ D) $\frac{3}{2}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba punktów wspólnych wykresów funkcji $y = -x$ i $y = \log_{0,2} x$ jest równa

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba $\frac{1}{(2-\sqrt{3})^3}$ jest równa

A) $27 + 24\sqrt{3}$ B) $27 + 30\sqrt{3}$ C) $14 + 7\sqrt{3}$ D) $26 + 15\sqrt{3}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Pochodna funkcji $f(x)$ jest równa $f'(x) = 3x^3 - 2x^2 + x$. Funkcja f może mieć wzór

A) $f(x) = x^4 - x^3 + x^2$ B) $f(x) = \frac{3}{4}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}x$

C) $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2$ D) $f(x) = 9x^2 - 4x + 1$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Liczba $\cos 15^\circ + \sin 15^\circ$ jest równa

A) $\frac{\sqrt{10}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Prosta o równaniu $y = -\frac{4}{3}x + \frac{43}{5}$ jest styczna od okręgu o środku $S = (-1,3)$. Wyznacz promień tego okręgu.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Wyznacz najmniejszą liczbę całkowitą n spełniającą równanie

$$2 \cdot |x - 47| = |x + 61|.$$

Zadanie 8 (2 pkt)

W każdej z dwóch urn jest tyle samo kul białych i czarnych, a trzecia urna jest pusta. Z każdej z dwóch pierwszych urn losujemy jedną kulę i wkładamy je do trzeciej urny. Następnie z trzeciej urny losujemy jedną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że kula wylosowana z trzeciej urny jest biała.

Zadanie 9 (3 pkt)

Oblicz granicę $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[4]{\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-7n}}$.

Zadanie 10 (3 pkt)

Wykaż, że jeżeli $a > b \geqslant 1$, to $\frac{a}{3+a^4} < \frac{b}{3+b^4}$.

ZADANIE 11 (3 PKT)

Niech T_1 będzie trójkątem równobocznym o boku długości a. Konstruujemy kolejno trójkąty równoboczne $T_2, T_3, T_4 \ldots$ takie, że bok kolejnego trójkąta jest równy wysokości poprzedniego trójkąta. Oblicz sumę pól wszystkich tak utworzonych trójkątów $T_1, T_2, T_3, \ldots$.

Zadanie 12 (3 pkt)

Długości boków czworokąta $ABCD$ są równe: $|AB| = 3$, $|BC| = 6$, $|CD| = 5$, $|DA| = 4$. Na czworokącie $ABCD$ opisano okrąg. Oblicz długość przekątnej BD tego czworokąta.

Zadanie 13 (4 pkt)

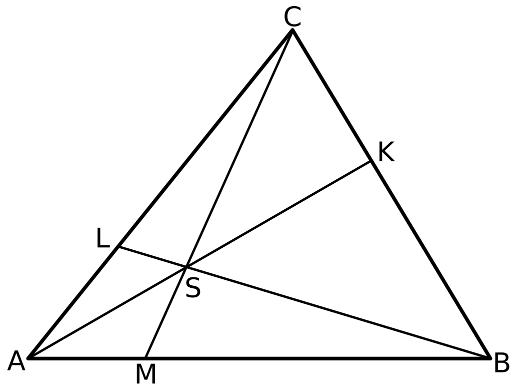
Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 - x + m = 0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $(x_1^2 - x_2^2)(x_1^3 - x_2^3) < 637$.

Zadanie 14 (5 pkt)

Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych nieparzystych, w których zapisie występują co najmniej trzy jedynki.

ZADANIE 15 (6 PKT)

Punkty M i L leżą odpowiednio na bokach AB i AC trójkąta ABC, przy czym zachodzą równości $|MB| = 3|AM|$ oraz $|LC| = 2|AL|$. Punkt S jest punktem przecięcia odcinków BL i CM. Punkt K jest punktem przecięcia półprostej AS z odcinkiem BC (zobacz rysunek).



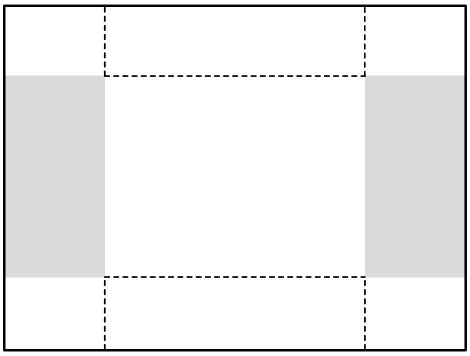
Pole trójkąta ABC jest równe 528. Oblicz pola trójkątów: AMS, ALS, BMS i CLS.

ZADANIE 16 (6 PKT)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest trapez równoramienny $ABCD$, którego ramiona mają długość $|AD| = |BC| = 16\sqrt{2}$ i tworzą z podstawą AB kąt ostry o mierze 45°. Każda ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod tym samym kątem α takim, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{15}{8}$. Oblicz odległość spodka wysokości tego ostrosłupa od jego ściany bocznej SAD.

ZADANIE 17 (6 PKT)

Dany jest prostokątny arkusz kartonu o długości 64 cm i szerokości 40 cm. Po dwóch stronach tego arkusza wycięto prostokąty, w których stosunek boków jest równy 1:2 (zacieniowane prostokąty na rysunku).



Następnie zagięto karton wzdłuż linii przerywanych, tworząc w ten sposób prostopadłościenne pudełko (bez przykrywki). Oblicz długości boków wyciętych prostokątów, dla których objętość otrzymanego pudełka jest największa. Oblicz tę objętość.