Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

POZIOM ROZSZERZONY

28 marca 2020

Czas pracy: 180 minut

Zadania zamknięte

Zadanie 1 (1 pkt)

Parametr m dobrano tak, że żadna liczba rzeczywista nie spełnia równania

$$(1-m^2)\cdot x = m^2+3m+2$$

z niewiadomą x. Wynika stąd, że

A) $m=-2$ B) $m=1$ C) $m=2$ D) $m=-1$

Zadanie 2 (1 pkt)

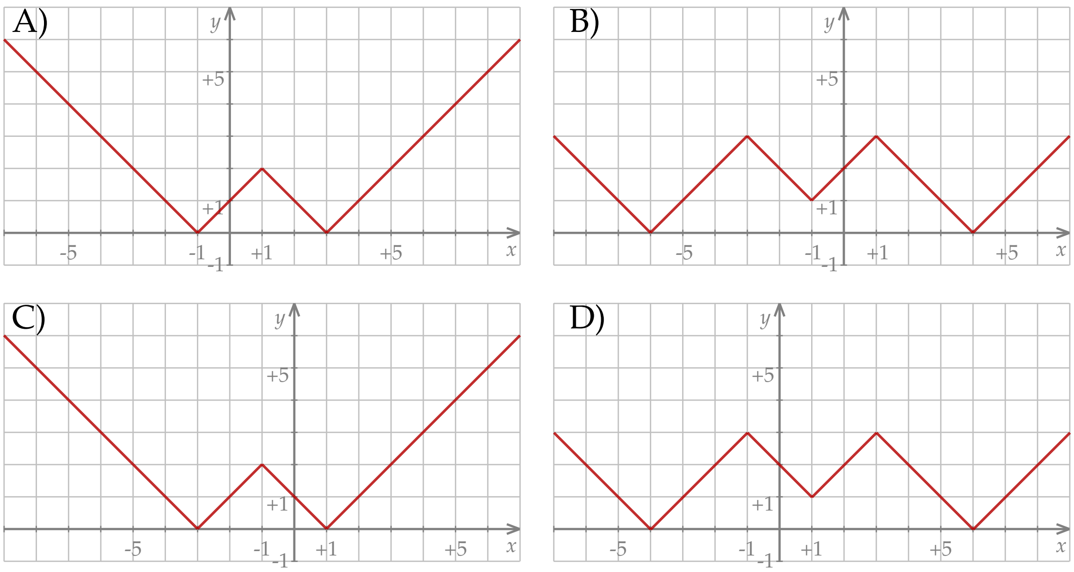
Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)=2x^3-7x^2-x+1$ przez dwumian $3x+1$ jest równa

A) $\frac{13}{27}$ B) $\frac{55}{27}$ C) $-\frac{5}{27}$ D) $\frac{17}{27}$

Zadanie 3 (1 pkt)

Wskaż rysunek, na którym przedstawiono fragment wykresu funkcji

$$f(x)=|||x-1|-2|-3|.$$



Zadanie 4 (1 pkt)

Wskaż liczbę, która spełnia równanie $4^x=9$.

A) $\log_4 3$ B) $\log_2 9$ C) $\log_2 3$ D) $\log_9 4$

Zadanie 5 (1 pkt)

Wykres której z poniższych funkcji nie posiada asymptoty poziomej?

A) $f(x)=\frac{x^2}{2+x^2}$ B) $f(x)=\frac{x^2}{2+x}$ C) $f(x)=\frac{x}{2+x}$ D) $f(x)=\frac{x}{2+x^2}$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Wśród uczniów pewnej szkoły przeprowadzono ankietę dotyczącą posiadanego rodzeństwa i okazało się, że:
– prawdopodobieństwo, że losowo wybrany uczeń ma brata jest równe 0,6;
– jeżeli wybierzemy losowo ucznia, który ma brata, to prawdopodobieństwo, że ten uczeń ma również siostrę jest równe 0,3;
– jeżeli wybierzemy losowo ucznia, który ma brata i ma siostrę, to prawdopodobieństwo, że ten uczeń jest uczniem klasy pierwszej jest równe 0,4.
Oblicz jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany uczeń tej szkoły jest uczniem klasy pierwszej, który ma brata i siostrę.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Punkt $P = (-8, 2420)$ leży na paraboli o równaniu $y = 3x^2 - 2x + 2212$. Prosta o równaniu kierunkowym $y = ax + b$ jest styczna do tej paraboli w punkcie P. Oblicz współczynnik b.

Zadanie 8 (2 pkt)

Iloczyn siedmiu kolejnych początkowych wyrazów pewnego ciągu geometrycznego wynosi $\left(-\frac{59049\sqrt{6}}{2048}\right)$. Oblicz czwarty wyraz tego ciągu.

ZADANIE 9 (3 PKT)

W urnie znajdują się 52 kule, które mogą się różnić wyłącznie kolorem. Wśród nich jest 26 kul białych, 6 kul czarnych, 12 niebieskich i 8 zielonych. Z tej urny losujemy czterokrotnie jedną kulę bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania czterech kul, wśród których są 2 białe i 2 niebieskie. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Udowodnij, że dla każdej liczby nieparzystej n wyrażenie $n^5 + 11n^4 - n + 21$ jest podzielne przez 16.

Zadanie 11 (3 pkt)

Niech $a > 1$ będzie ustaloną liczbą rzeczywistą i $f(x) = \log_{ax} a$.

a) Wyznacz dziedzinę funkcji f.

b) Oblicz $f\left(\frac{1}{b}\right)$ jeżeli $f(b) = 2020$.

ZADANIE 12 (4 PKT)

W n–kącie foremnym, gdzie $n \geqslant 6$, iloczyn liczby najdłuższych przekątnych przez liczbę najkrótszych przekątnych jest o 342 większy niż liczba osi symetrii tego wielokąta. Oblicz n.

ZADANIE 13 (4 PKT)

Wykaż, że

$$\frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{1+\cos\alpha}=\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}.$$

Wyznacz dziedzinę tej tożsamości.

ZADANIE 14 (4 PKT)

W trapezie równoramiennym $ABCD$ dłuższa podstawa AB ma taką samą długość jak jego przekątna BD, a długość krótszej podstawy CD jest równa wysokości trapezu. Oblicz w jakim stosunku dzielą się przekątne tego trapezu.

ZADANIE 15 (5 PKT)

Długości boków trójkąta ABC są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, a jeden z jego kątów ma miarę 120°. Objętość prostopadłościanu, którego trzy krawędzie mają taką samą długość jak boki trójkąta ABC jest równa 840. Oblicz objętość największej kuli jaka może być umieszczona wewnątrz tego prostopadłościanu.

ZADANIE 16 (6 PKT)

Okrąg o równaniu $o:\ x^2+2x+y^2+2y=14$ jest styczny do prostych $k:\ 4y-3x-19=0$ i $l:\ 4y+3x+27=0$ w punktach K i L odpowiednio. Wyznacz równania wszystkich okręgów, które są jednocześnie styczne do okręgu o, prostych k i l, oraz nie przechodzą przez punkty K i L.

ZADANIE 17 (7 PKT)

Rozważmy wszystkie graniastosłupy prawidłowe czworokątne o objętości $V = 4$. Wyznacz długości krawędzi tego z rozważanych graniastosłupów, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.