

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

|            |  |  |              |  |  |  |  |  |  |  |  |
|------------|--|--|--------------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <b>KOD</b> |  |  | <b>PESEL</b> |  |  |  |  |  |  |  |  |
|            |  |  |              |  |  |  |  |  |  |  |  |

*miejsce  
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI  
POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **7 maja 2020 r.**  
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**  
CZAS PRACY: **180 minut**  
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ  
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- |                          |                                    |
|--------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | dostosowania kryteriów oceniania   |
| <input type="checkbox"/> | nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę |

**NOWA FORMUŁA**

**Instrukcja dla zdającego**

- Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
- Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
- Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
- W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
- Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
- Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
- Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
- Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
- Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
- Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
- Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1\_1P-202

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Wielomian  $W$  określony wzorem  $W(x) = x^{2019} - 3x^{2000} + 2x + 6$

- A. jest podzielny przez  $(x-1)$  i z dzielenia przez  $(x+1)$  daje resztę równą 6.
- B. jest podzielny przez  $(x+1)$  i z dzielenia przez  $(x-1)$  daje resztę równą 6.
- C. jest podzielny przez  $(x-1)$  i jest podzielny przez  $(x+1)$ .
- D. nie jest podzielny ani przez  $(x-1)$ , ani przez  $(x+1)$ .

### Zadanie 2. (0–1)

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = \frac{3n^2 + 7n - 5}{11 - 5n + 5n^2}$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .

Granica tego ciągu jest równa

- A. 3
- B.  $\frac{1}{5}$
- C.  $\frac{3}{5}$
- D.  $-\frac{5}{11}$

### Zadanie 3. (0–1)

Mamy dwie urny. W pierwszej są 3 kule białe i 7 kul czarnych, w drugiej jest jedna kula biała i 9 kul czarnych. Rzucamy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek, od jednego oczka do sześciu oczek. Jeśli w wyniku rzutu otrzymamy ściankę z jednym oczkiem, to losujemy jedną kulę z pierwszej urny, w przeciwnym przypadku – losujemy jedną kulę z drugiej urny. Wtedy prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

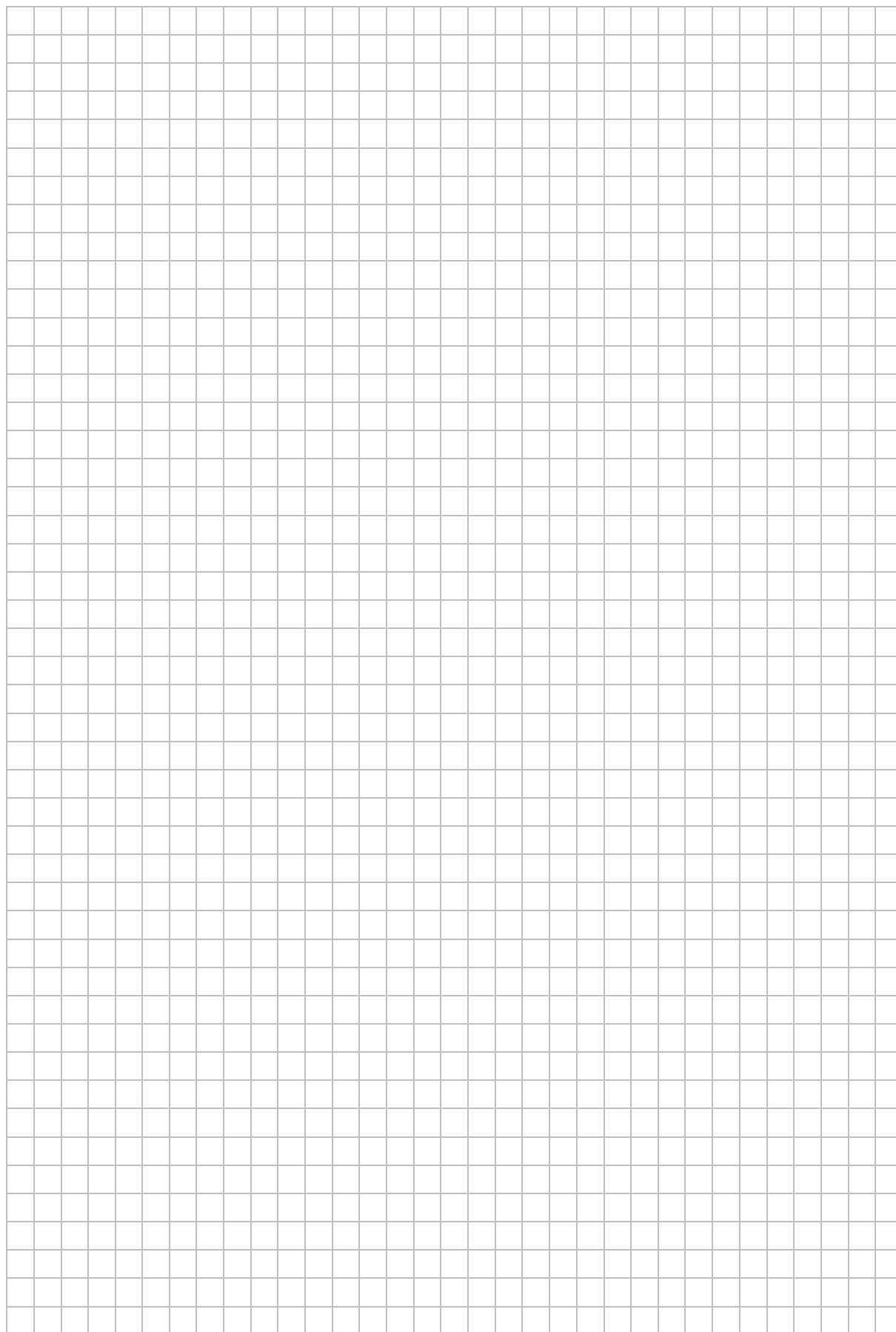
- A.  $\frac{2}{15}$
- B.  $\frac{1}{5}$
- C.  $\frac{4}{5}$
- D.  $\frac{13}{15}$

### Zadanie 4. (0–1)

Po przekształceniu wyrażenia algebraicznego  $(x\sqrt{2} + y\sqrt{3})^4$  do postaci  $ax^4 + bx^3y + cx^2y^2 + dxy^3 + ey^4$  współczynnik  $c$  jest równy

- A. 6
- B. 36
- C.  $8\sqrt{6}$
- D.  $12\sqrt{6}$

# BRUDNOPIS

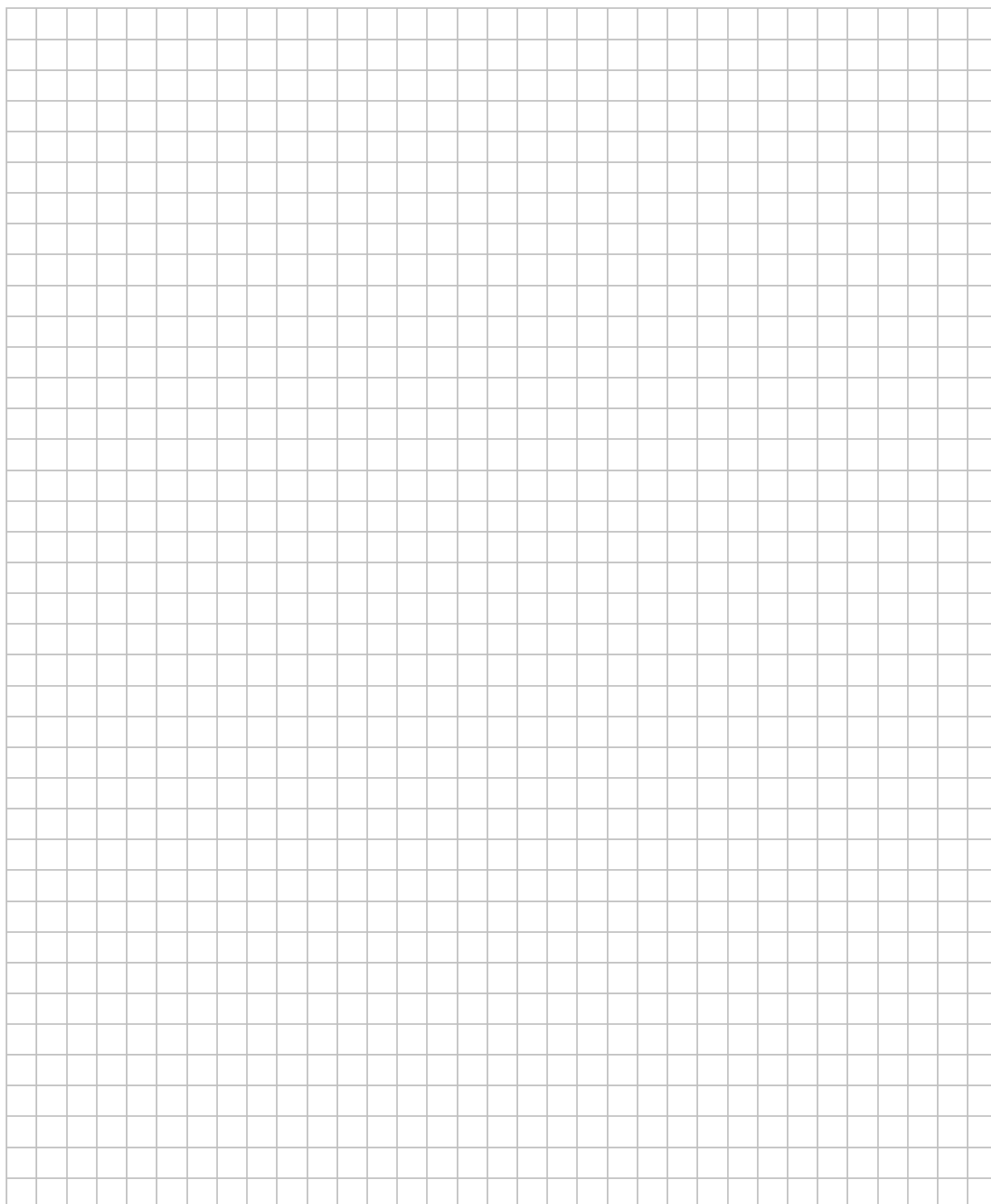


### Zadanie 5. (0–2)

W trójkącie  $ABC$  bok  $AB$  jest 3 razy dłuższy od boku  $AC$ , a długość boku  $BC$  stanowi  $\frac{4}{5}$  długości boku  $AB$ . Oblicz cosinus najmniejszego kąta trójkąta  $ABC$ .

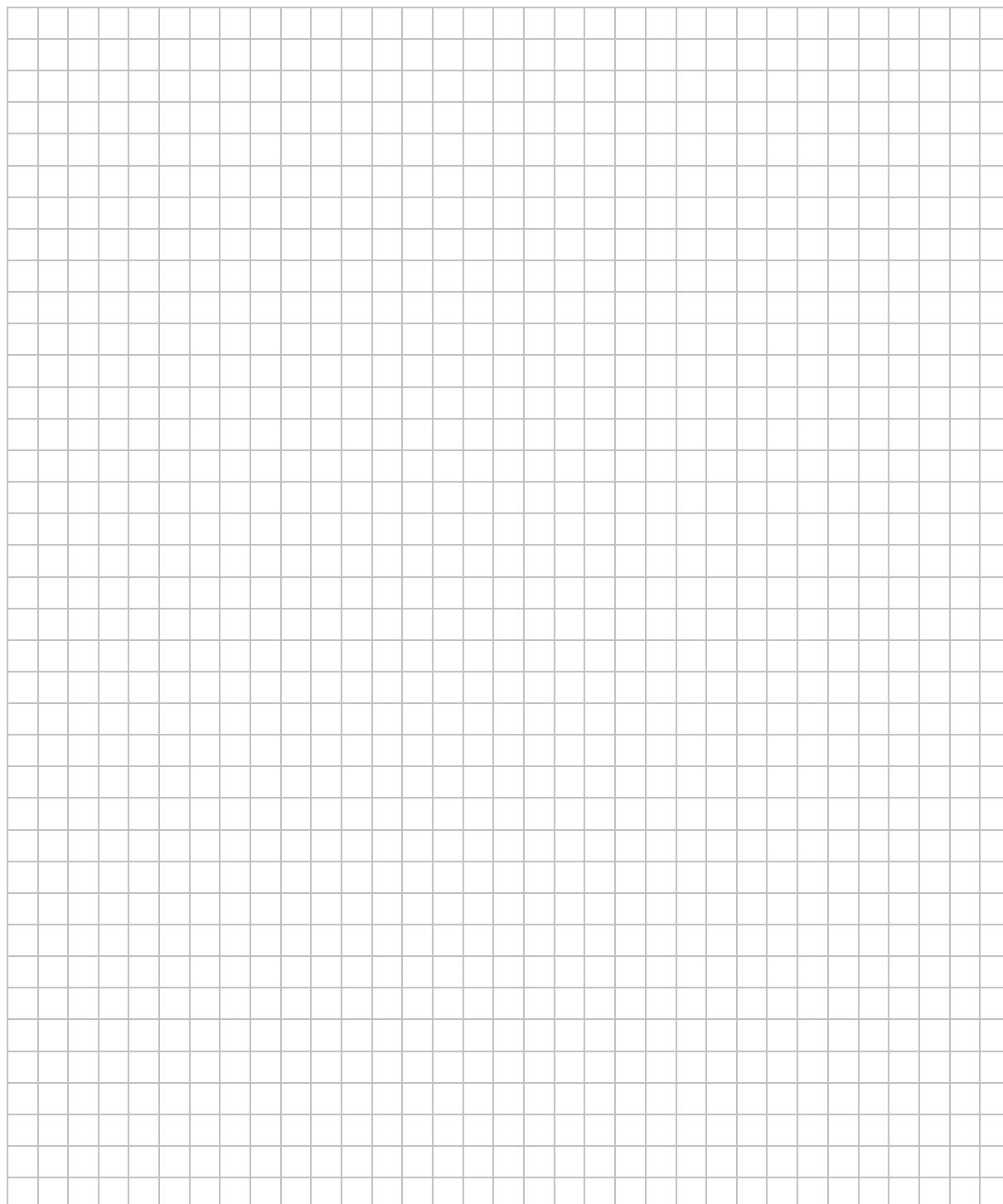
W kratki poniżej wpisz kolejno – od lewej do prawej – pierwszą, drugą oraz trzecią cyfrę po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|



**Zadanie 6. (0–3)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $a$ , dla których równanie  $|x-5|=(a-1)^2-4$  ma dwa różne rozwiązania dodatnie.

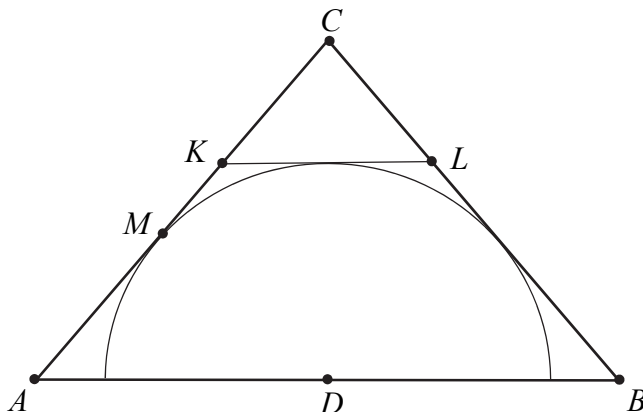


Odpowiedź: .....

|                                 |                            |           |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>5.</b> | <b>6.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>2</b>  | <b>3</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |           |

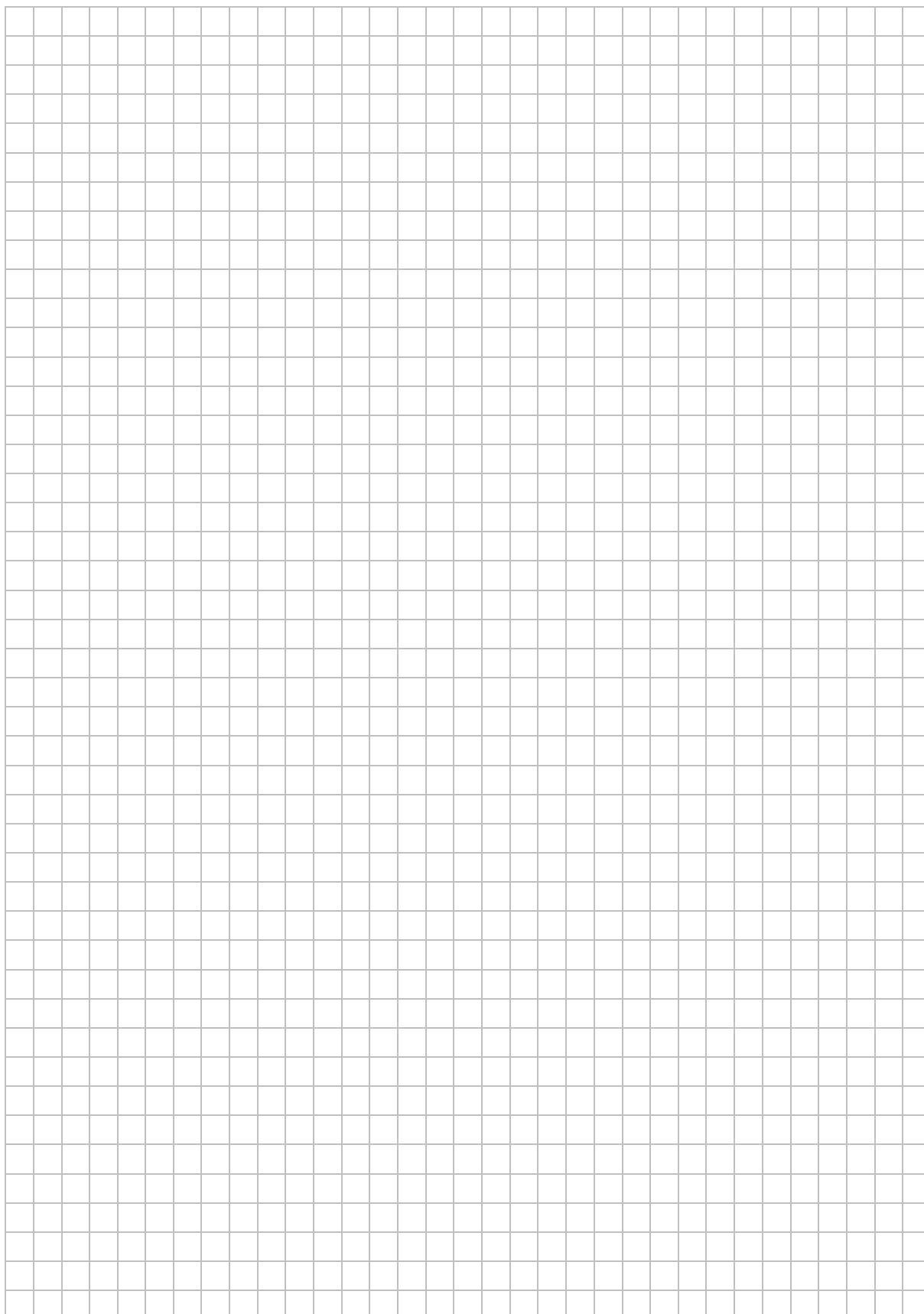
**Zadanie 7. (0–3)**

Dany jest trójkąt równoramienny  $ABC$ , w którym  $|AC| = |BC| = 6$ , a punkt  $D$  jest środkiem podstawy  $AB$ . Okrąg o środku  $D$  jest styczny do prostej  $AC$  w punkcie  $M$ . Punkt  $K$  leży na boku  $AC$ , punkt  $L$  leży na boku  $BC$ , odcinek  $KL$  jest styczny do rozważanego okręgu oraz  $|KC| = |LC| = 2$  (zobacz rysunek).



Wykaż, że  $\frac{|AM|}{|MC|} = \frac{4}{5}$ .

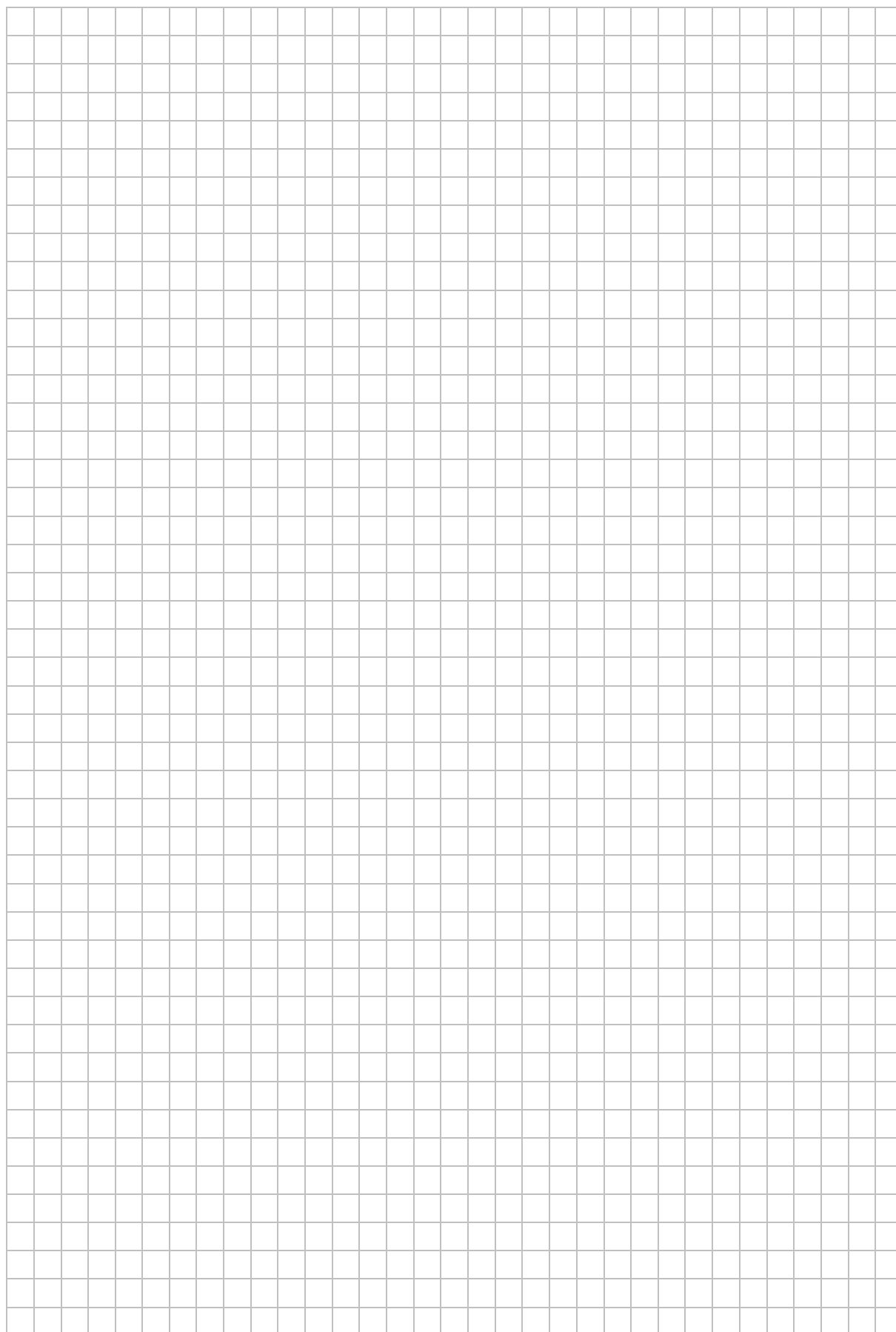




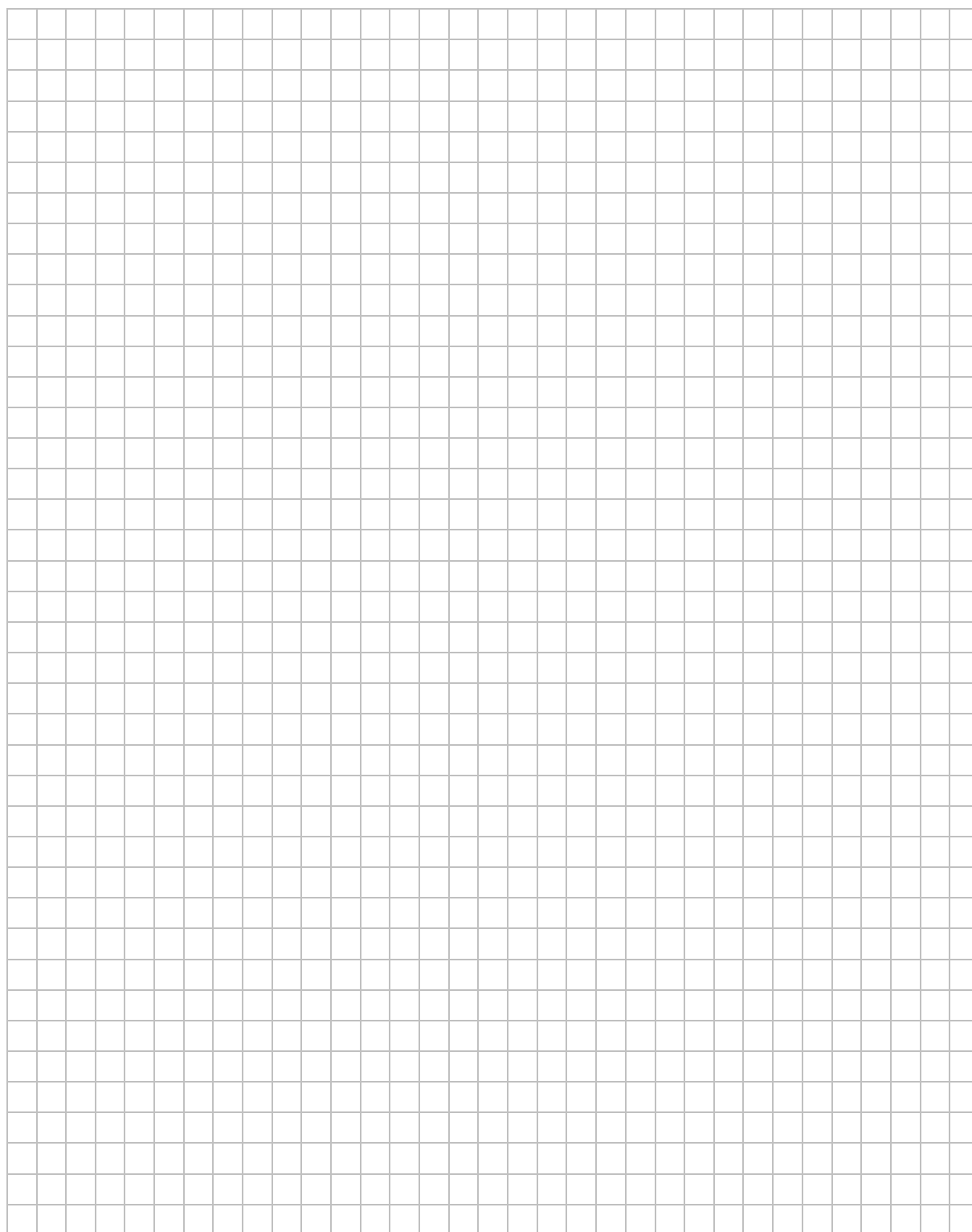
|                                 |                            |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>7.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>3</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 8. (0–3)**

Liczby dodatnie  $a$  i  $b$  spełniają równość  $a^2 + 2a = 4b^2 + 4b$ . Wykaż, że  $a = 2b$ .





**Zadanie 9. (0–4)**Rozwiąż równanie  $3 \cos 2x + 10 \cos^2 x = 24 \sin x - 3$  dla  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ .

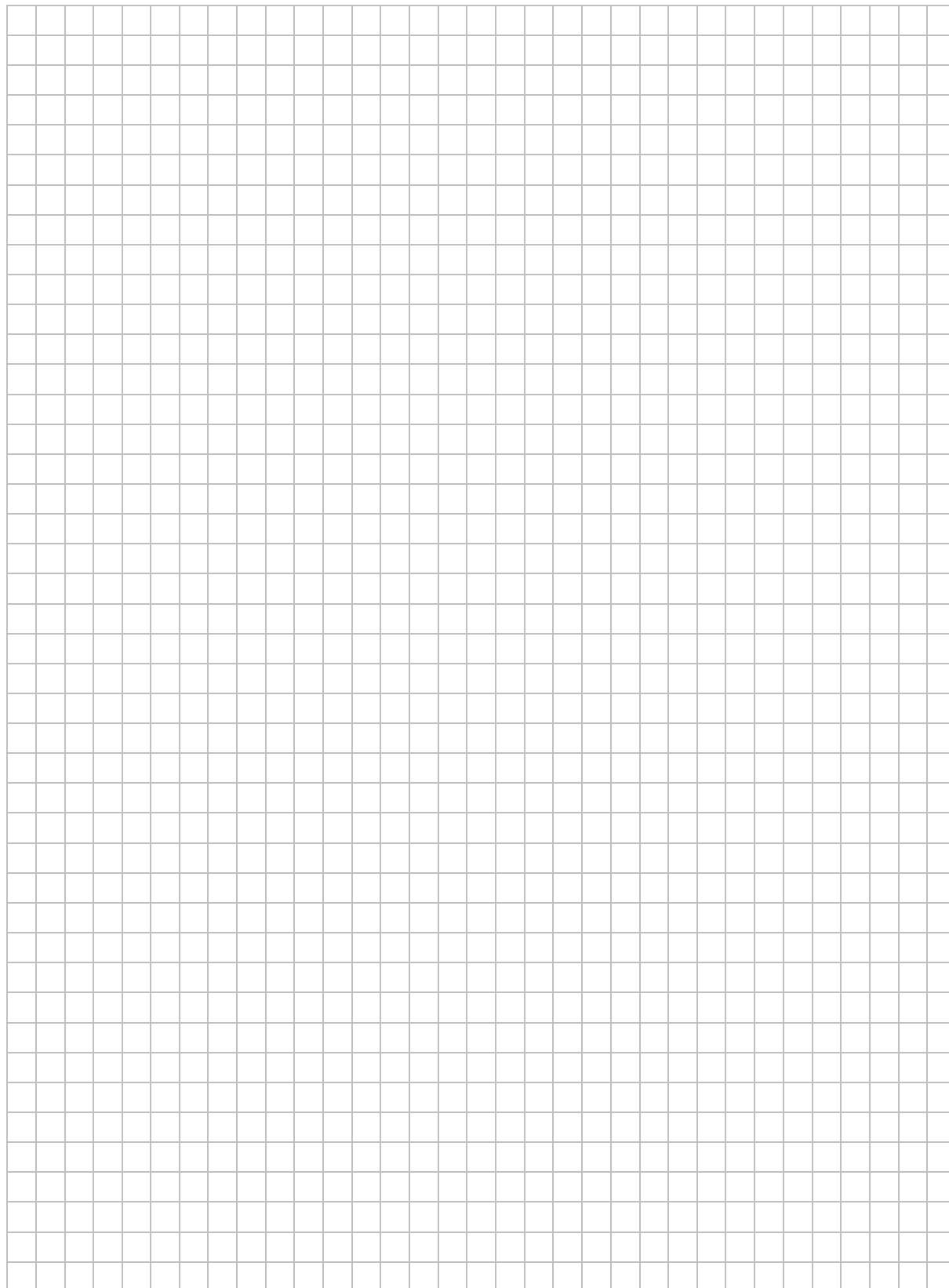
Odpowiedź: .....

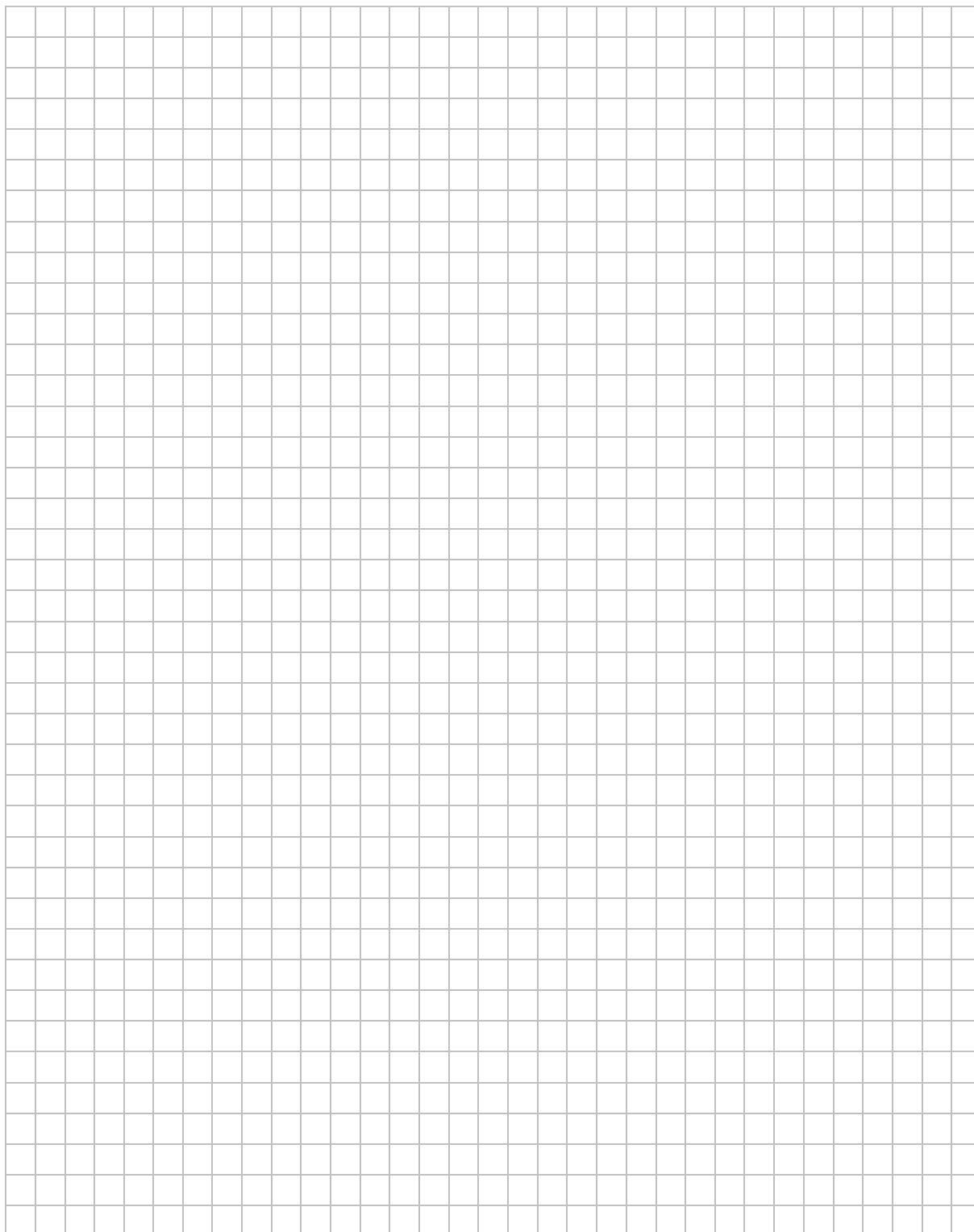
|                         |                     |    |    |
|-------------------------|---------------------|----|----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 8. | 9. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 3  | 4  |
|                         | Uzyskana liczba pkt |    |    |

**Zadanie 10. (0–5)**

W trzywyrazowym ciągu geometrycznym  $(a_1, a_2, a_3)$  spełniona jest równość  $a_1 + a_2 + a_3 = \frac{21}{4}$ .

Wyrazy  $a_1, a_2, a_3$  są – odpowiednio – czwartym, drugim i pierwszym wyrazem rosnącego ciągu arytmetycznego. Oblicz  $a_1$ .





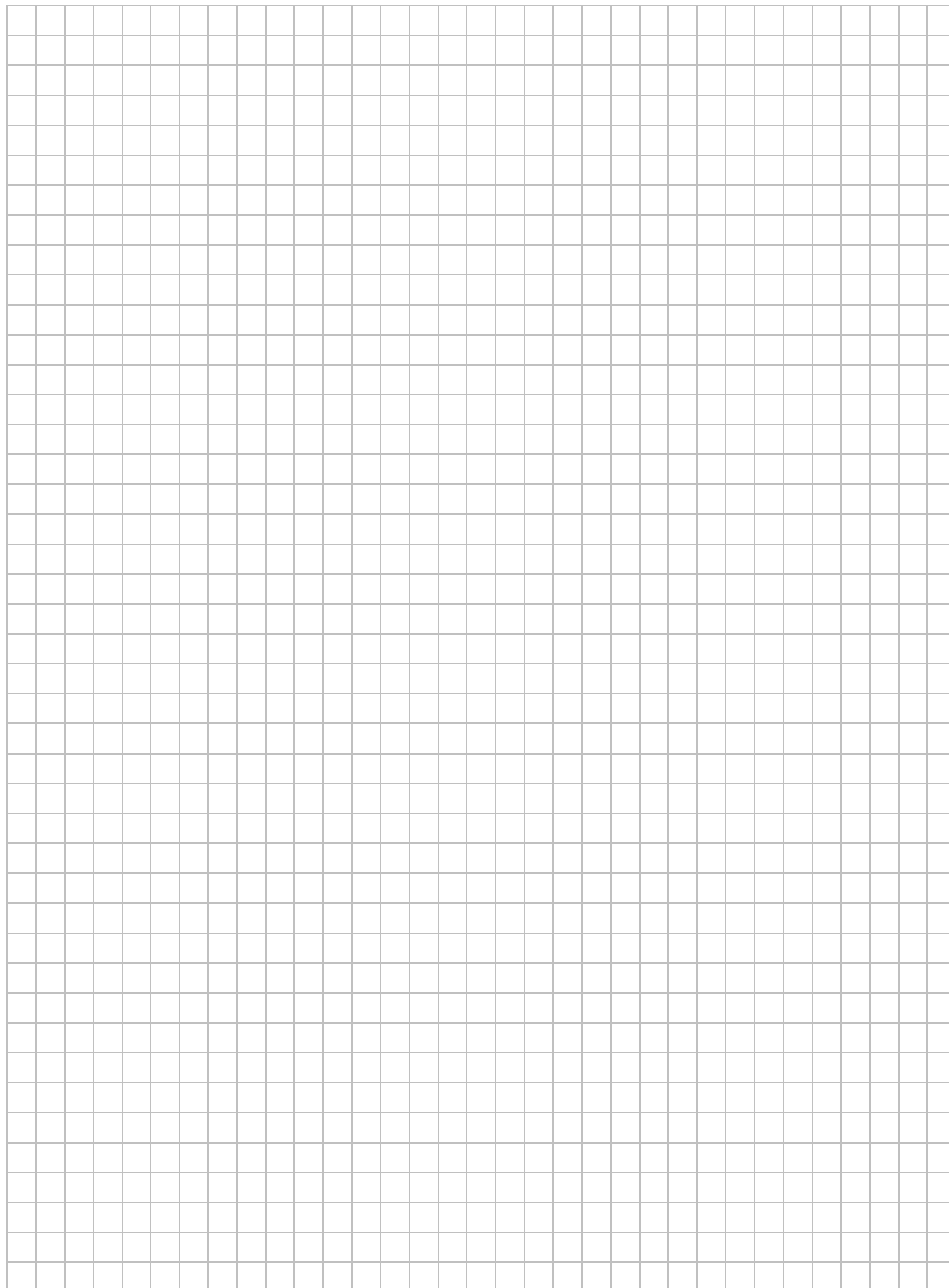
Odpowiedź: .....

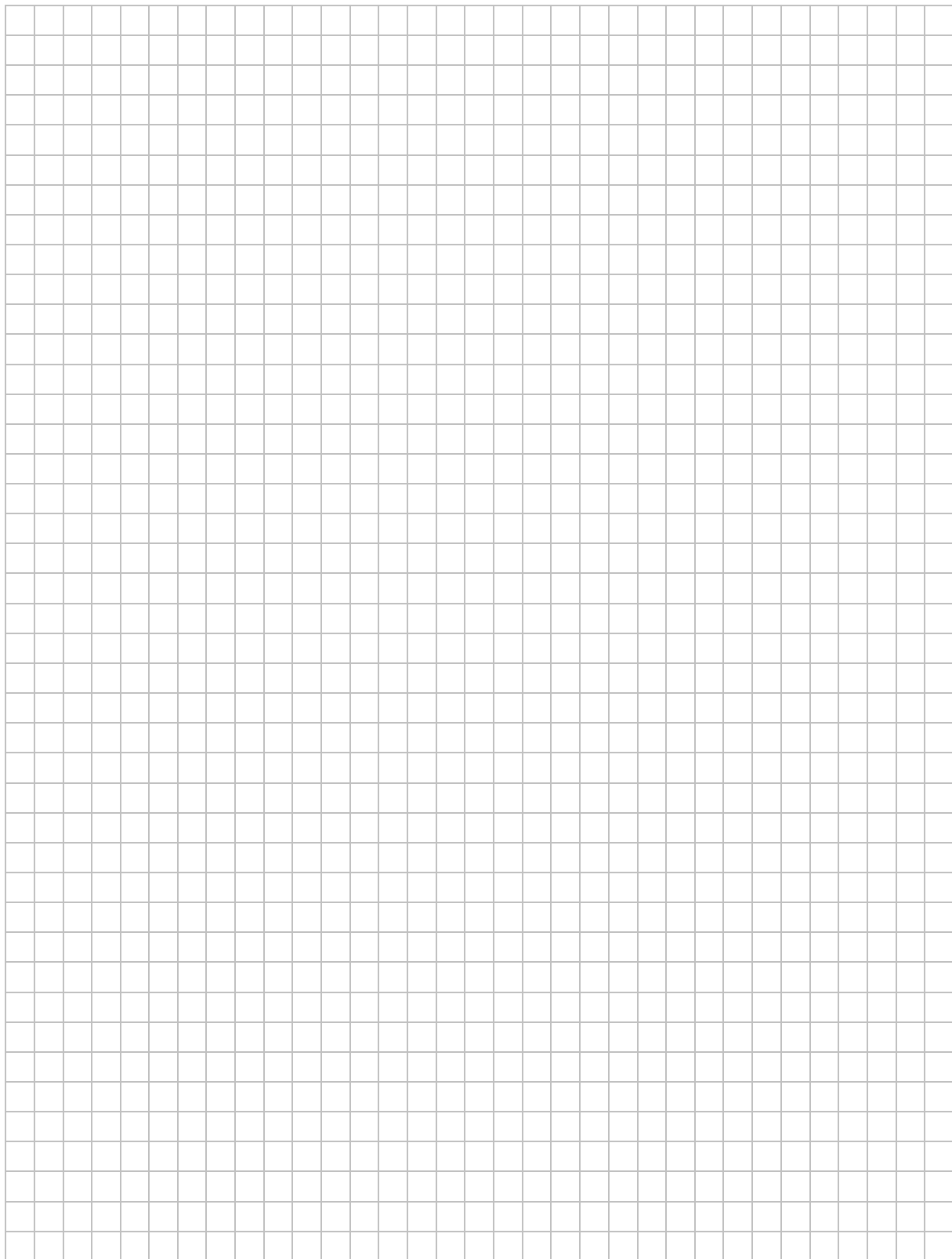
|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>10.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 11. (0–4)**

Dane jest równanie kwadratowe  $x^2 - (3m + 2)x + 2m^2 + 7m - 15 = 0$  z niewiadomą  $x$ . Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których różne rozwiązania  $x_1$  i  $x_2$  tego równania istnieją i spełniają warunek

$$2x_1^2 + 5x_1x_2 + 2x_2^2 = 2.$$



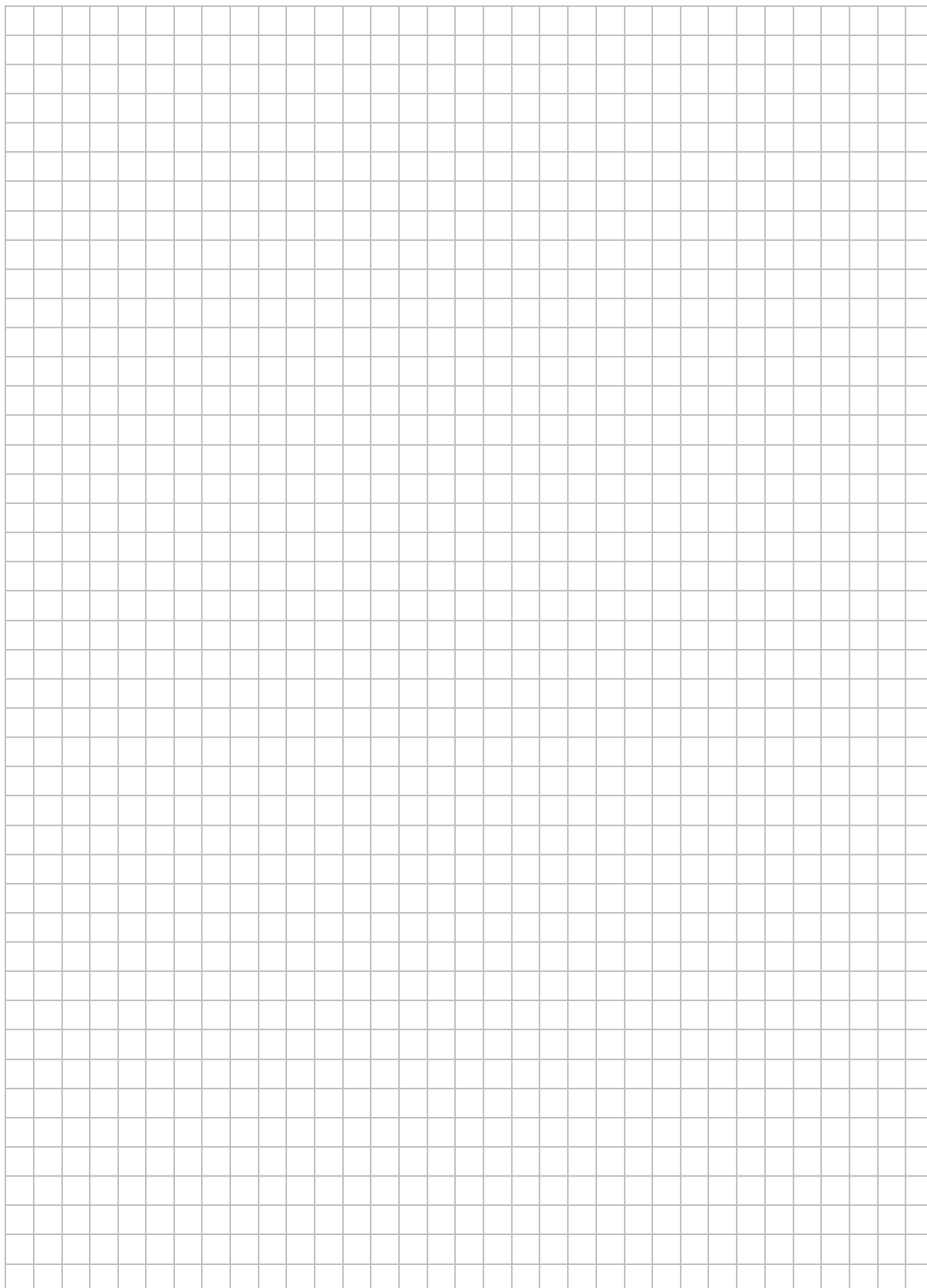


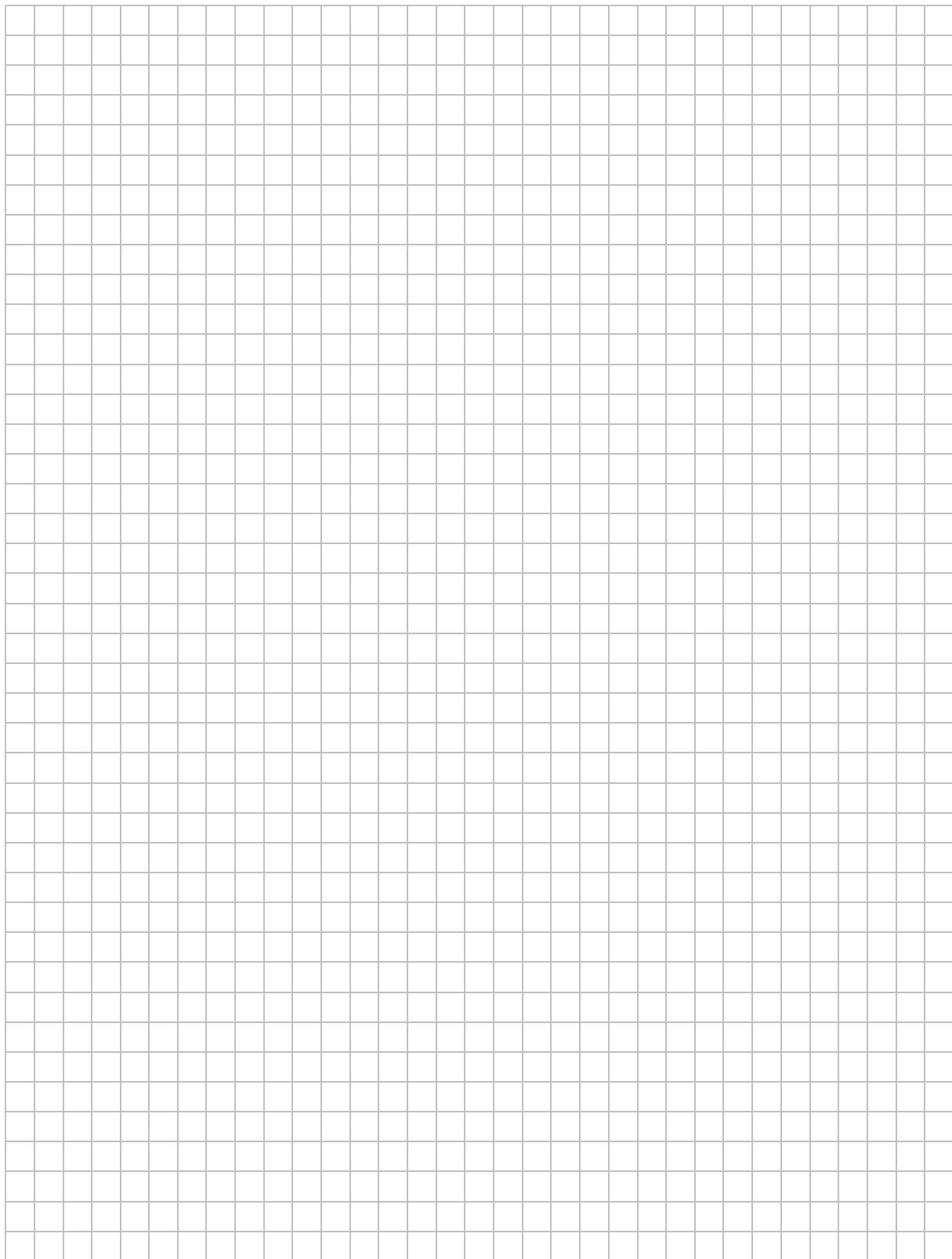
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>11.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 12. (0–5)**

Prosta o równaniu  $x + y - 10 = 0$  przecina okrąg o równaniu  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 8 = 0$  w punktach  $K$  i  $L$ . Punkt  $S$  jest środkiem cięciwy  $KL$ . Wyznacz równanie obrazu tego okręgu w jednokładności o środku  $S$  i skali  $k = -3$ .



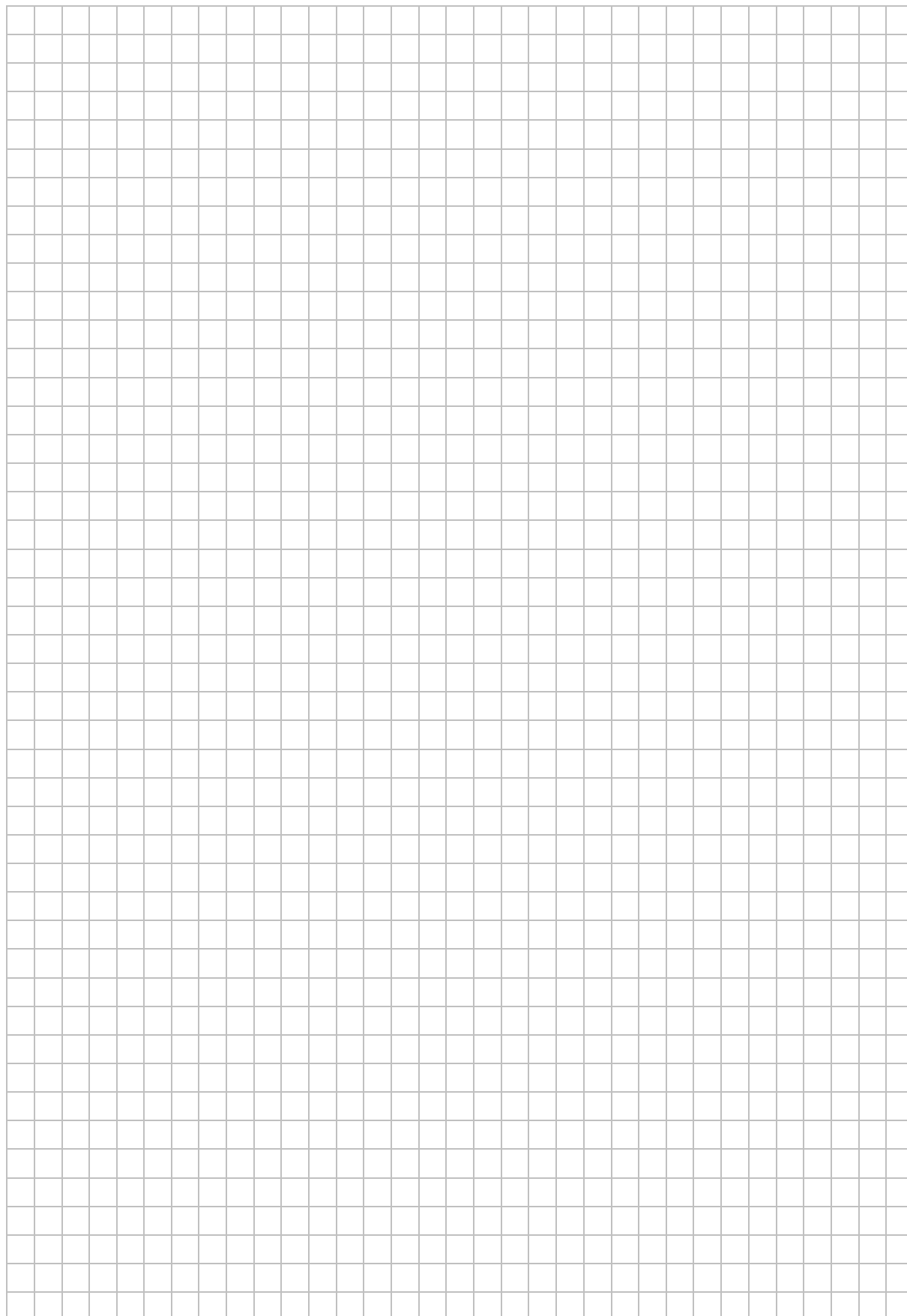


Odpowiedź: .....

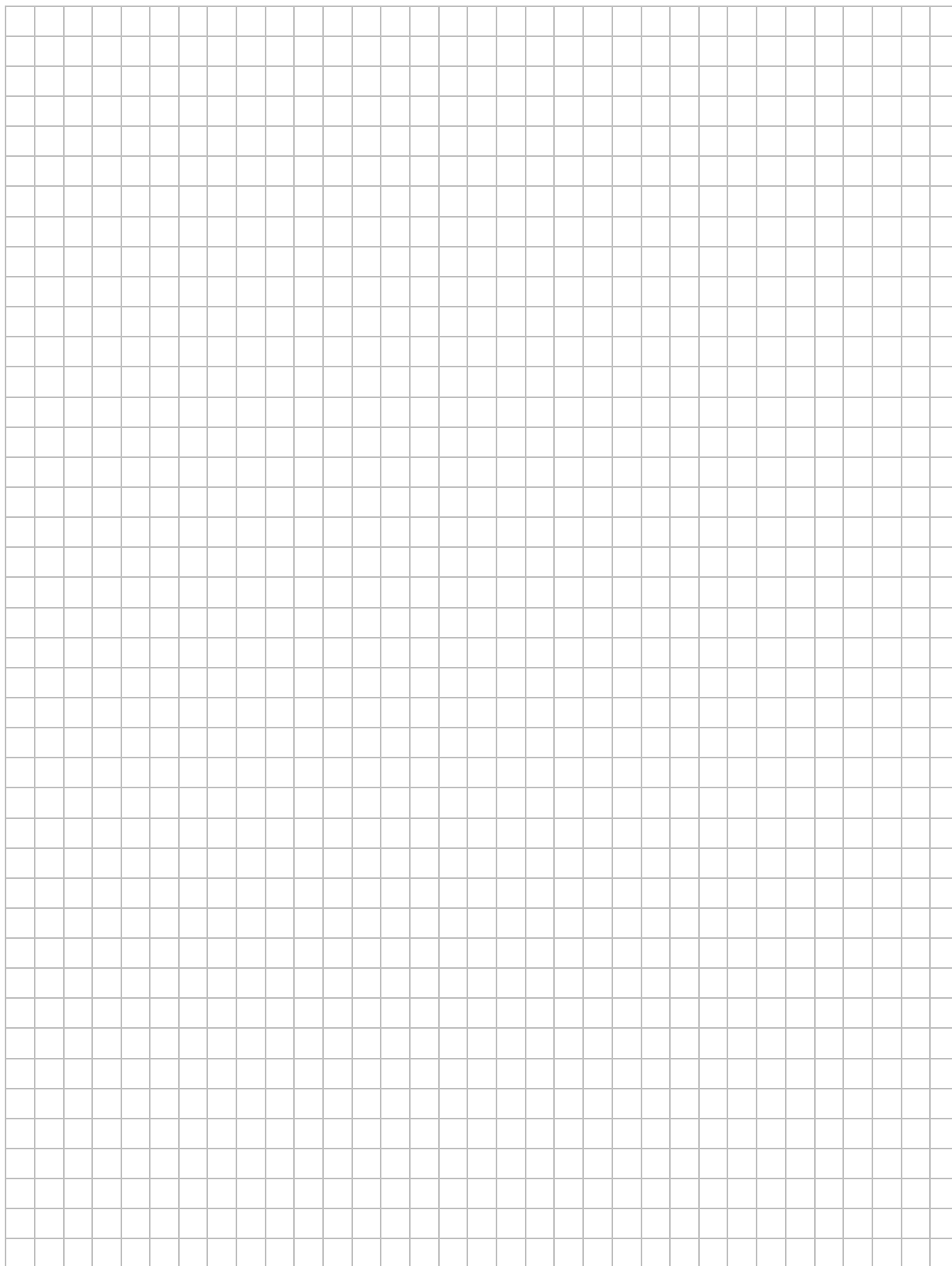
|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>12.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 13. (0–4)**

Oblicz, ile jest wszystkich siedmiocyfrowych liczb naturalnych, w których zapisie dziesiętnym występują dokładnie trzy cyfry 1 i dokładnie dwie cyfry 2.





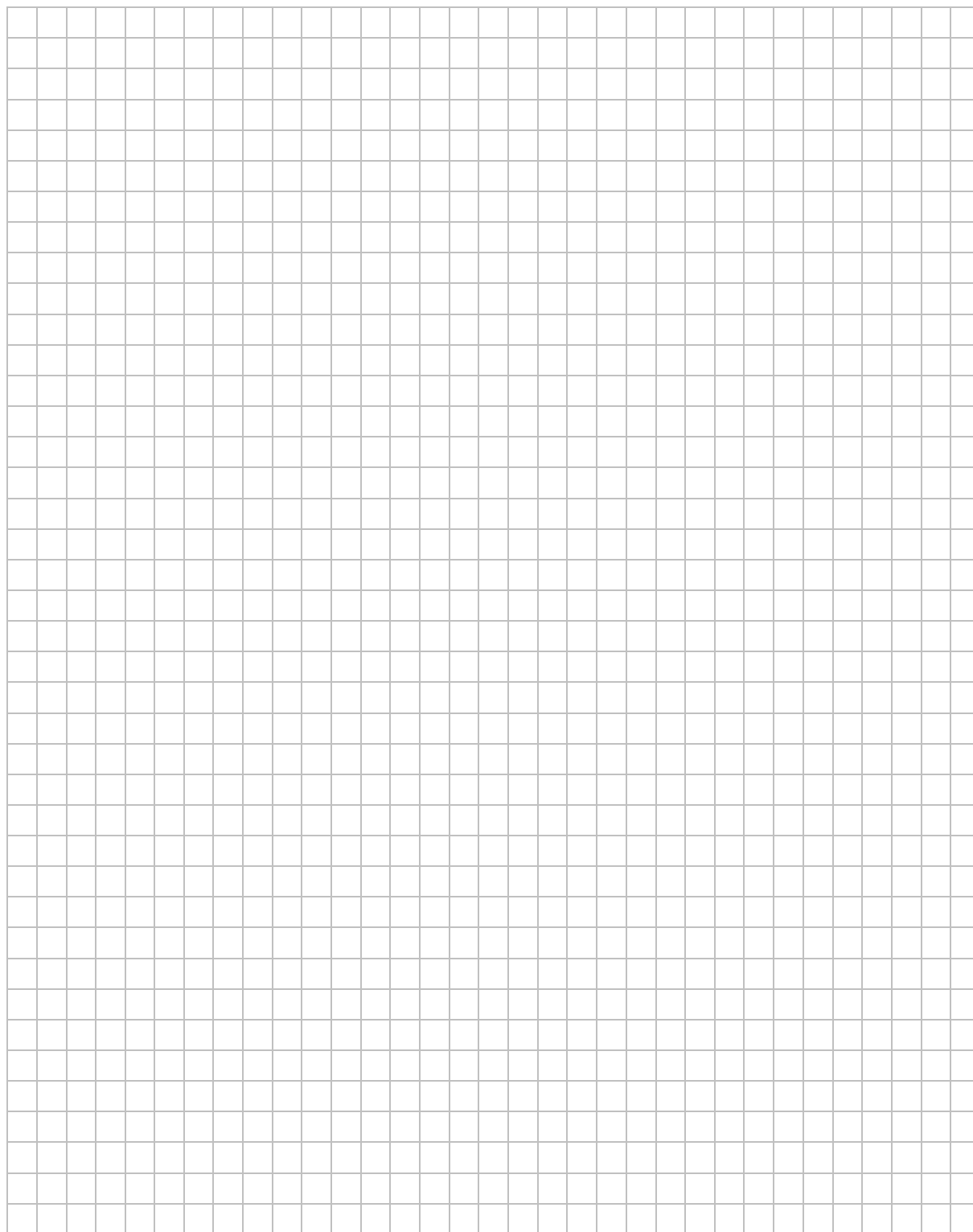


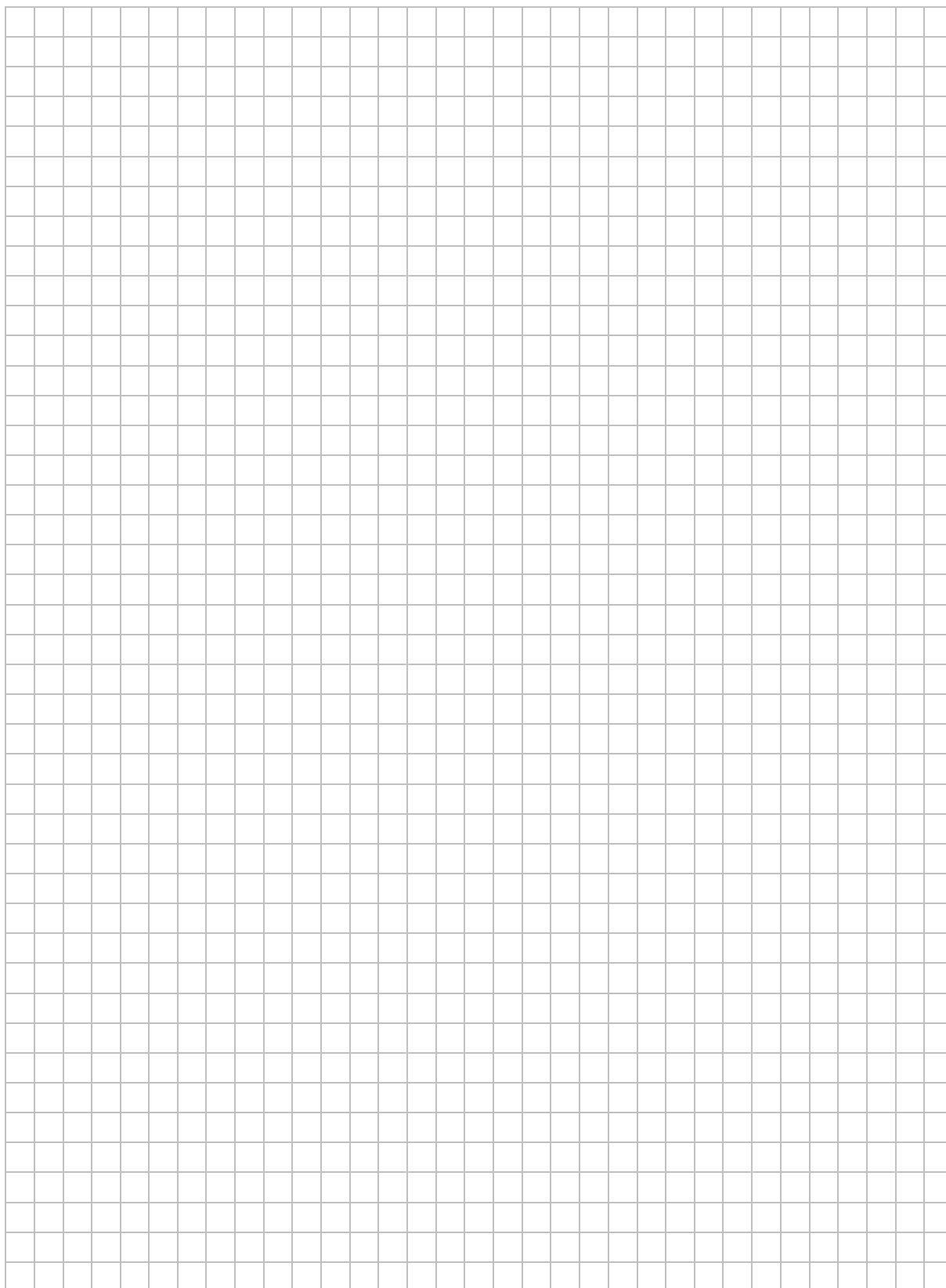
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>13.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 14. (0–6)**

Podstawą ostrosłupa czworokątnego  $ABCDS$  jest trapez  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ). Ramiona tego trapezu mają długości  $|AD|=10$  i  $|BC|=16$ , a miara kąta  $ABC$  jest równa  $30^\circ$ . Każda ściana boczna tego ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt  $\alpha$ , taki, że  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{9}{2}$ . Oblicz objętość tego ostrosłupa.



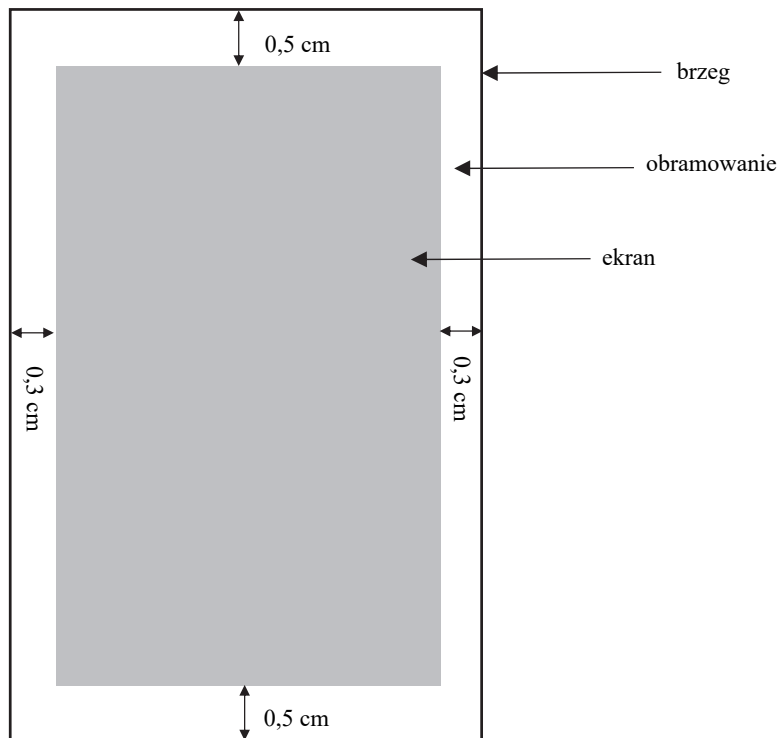


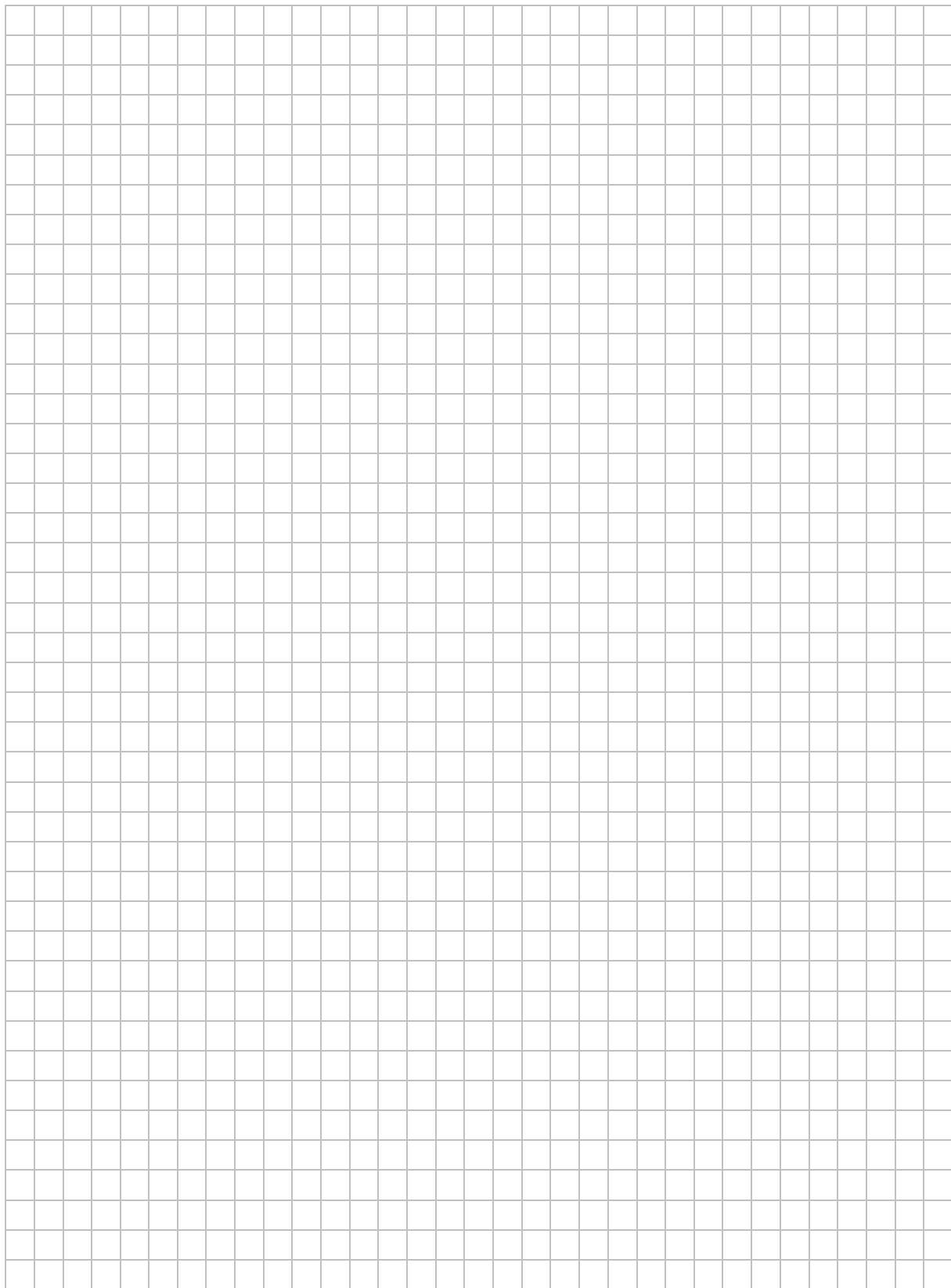
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>14.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>6</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

### Zadanie 15. (0–7)

Należy zaprojektować wymiary prostokątnego ekranu smartfona, tak aby odległości tego ekranu od krótszych brzegów smartfona były równe 0,5 cm każda, a odległości tego ekranu od dłuższych brzegów smartfona były równe 0,3 cm każda (zobacz rysunek – ekran zaznaczono kolorem szarym). Sam ekran ma mieć powierzchnię  $60 \text{ cm}^2$ . Wyznacz takie wymiary ekranu smartfona, przy których powierzchnia ekranu wraz z obramowaniem jest najmniejsza.





Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>15.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>7</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

