

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

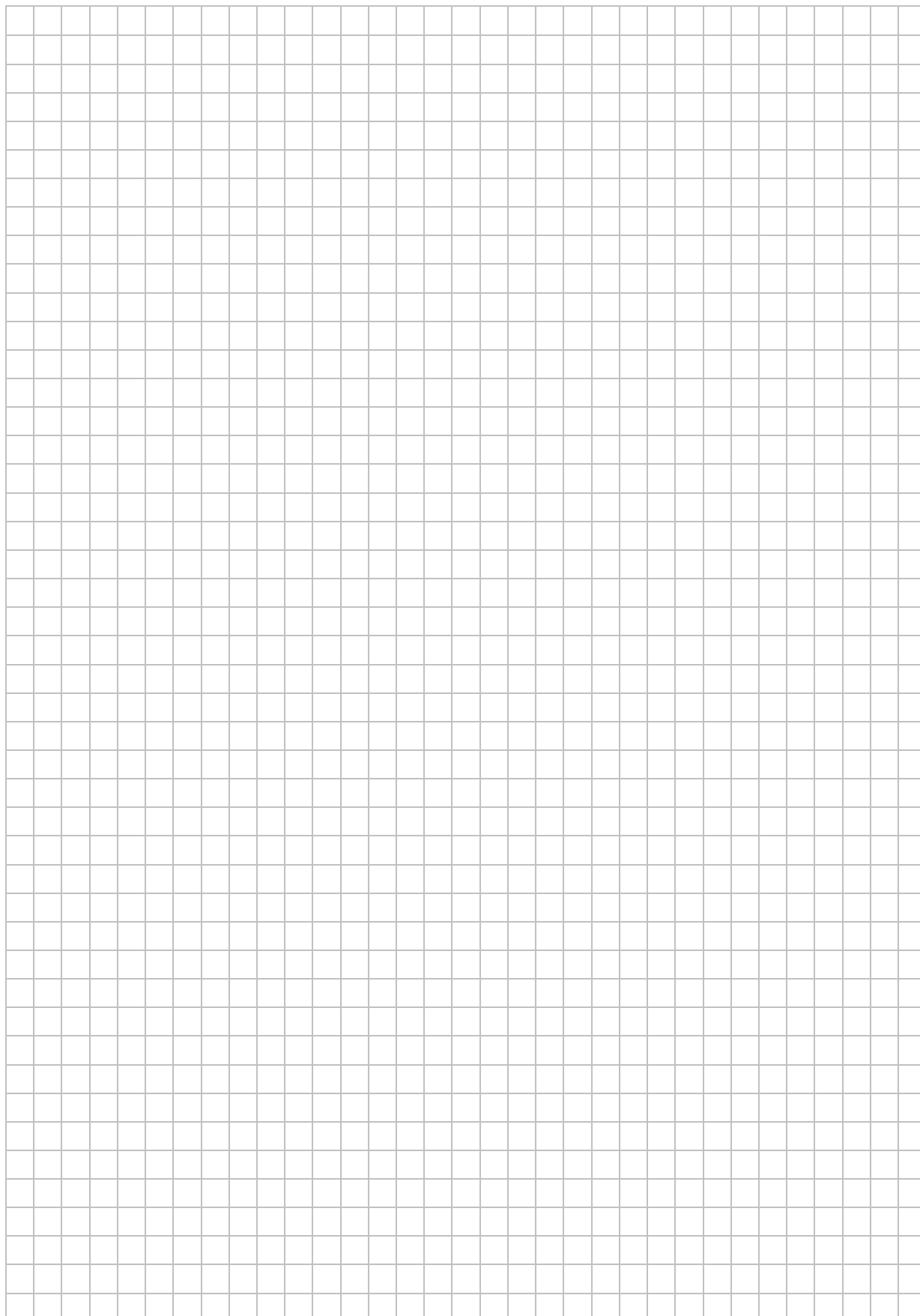
POZIOM ROZSZERZONY

6 MARCA 2010

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

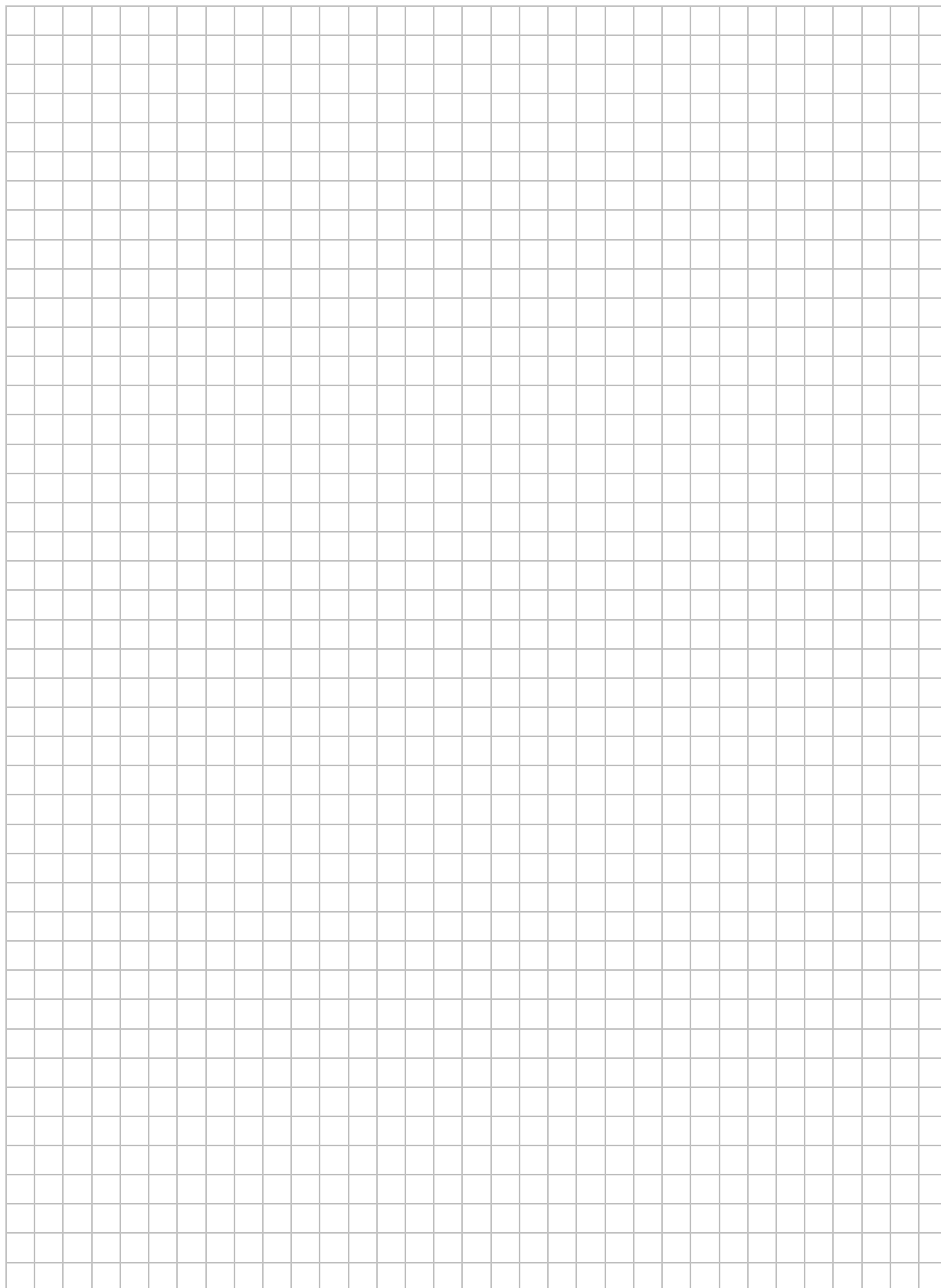
ZADANIE 1 (3 PKT.)

Naszkiuj wykresy funkcji  $f(x) = 1 + \log_3(\sqrt{3}x)$  i  $g(x) = \log_5 \frac{5\sqrt{5}}{x}$ , gdzie  $x \in (0, +\infty)$ .  
Odczytaj z wykresów zbiór rozwiązań nierówności  $f(x) \leq g(x)$ .



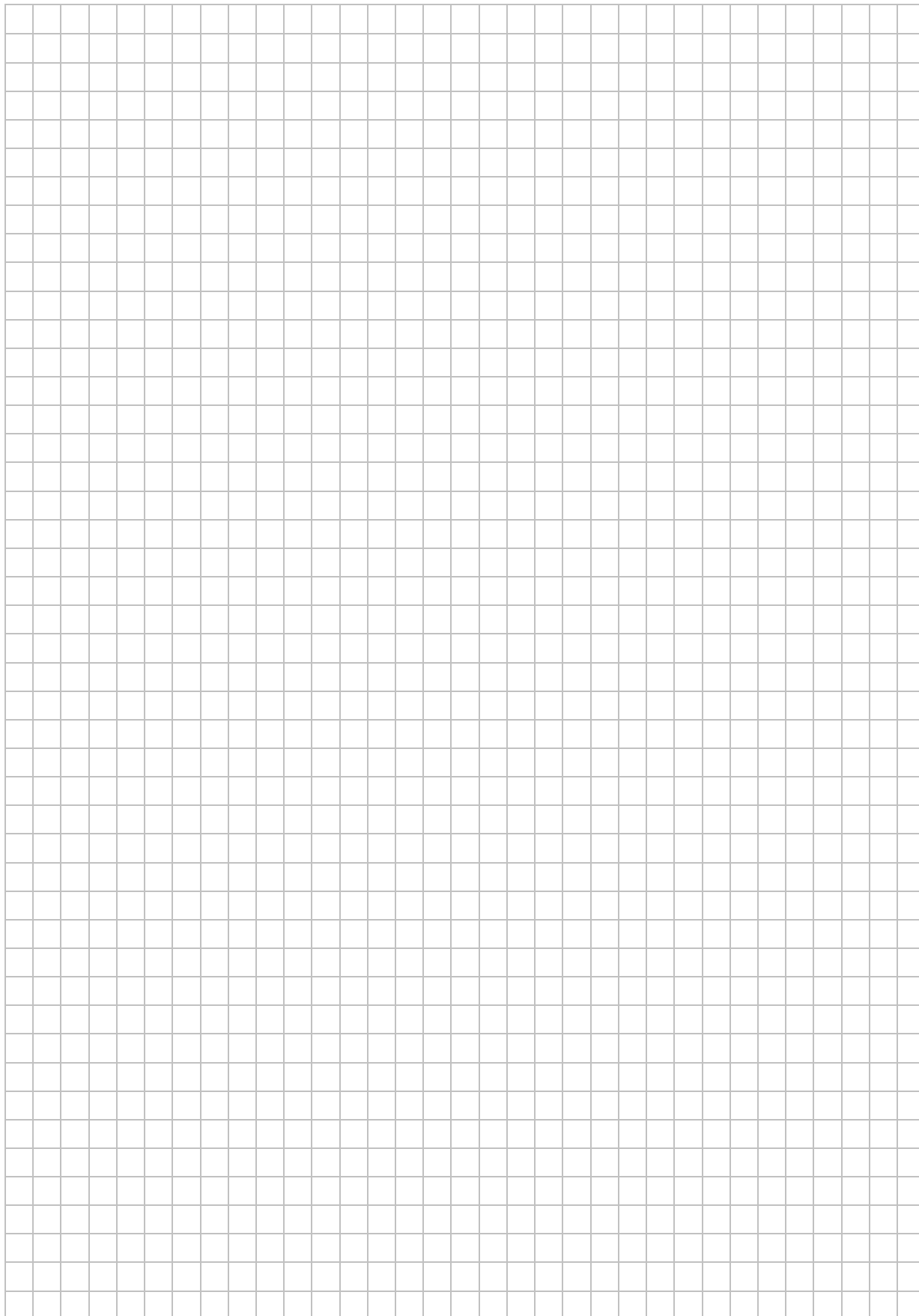
ZADANIE 2 (5 PKT.)

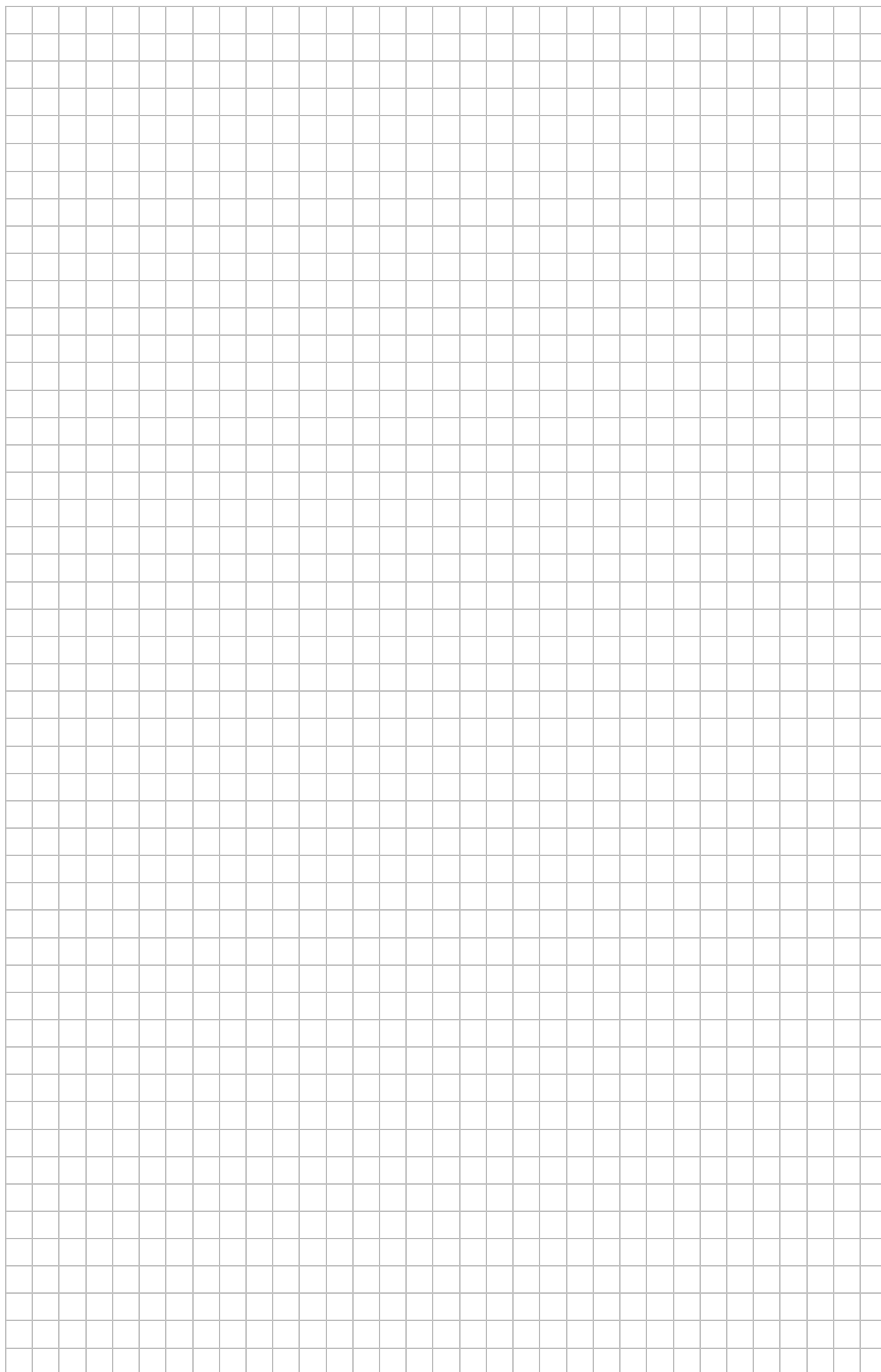
W graniastosłupie prawidłowym trójkątnym o krawędzi podstawy równej 6, poprowadzono płaszczyznę przechodzącą przez wysokość podstawy oraz wierzchołek górnej podstawy. Wiedząc, że płaszczyzna ta tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze  $60^\circ$  oblicz pole otrzymanego przekroju.



ZADANIE 3 (5 PKT.)

W czworokącie  $ABCD$  dane są  $\vec{AB} = [6, -3]$ ,  $\vec{DA} = [-8, -7]$  oraz środek  $S = (3, 2)$  przekątnej  $DB$ . Wyznacz współrzędne rzutu prostopadłego punktu  $D$  na prostą  $AB$ .



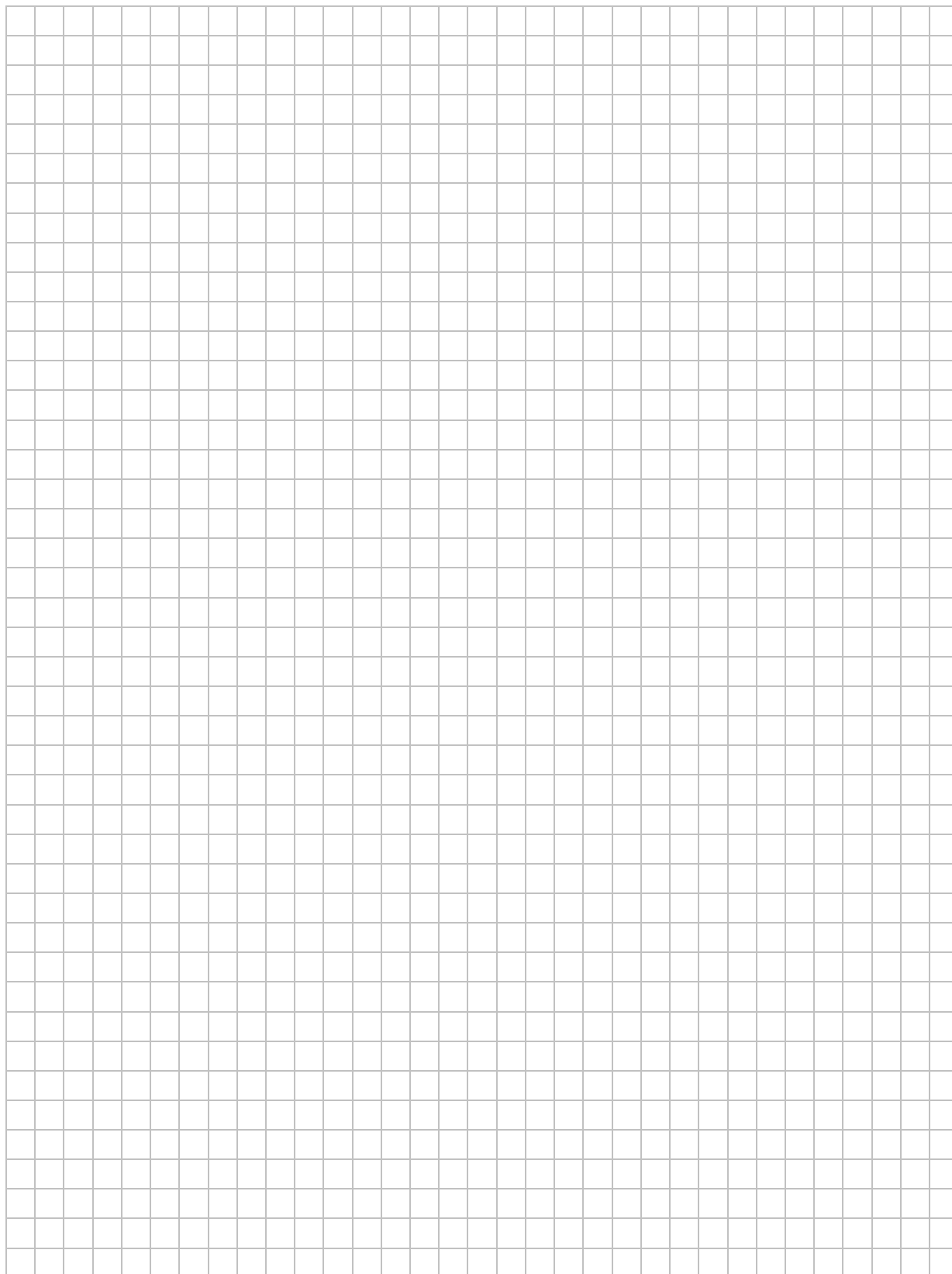


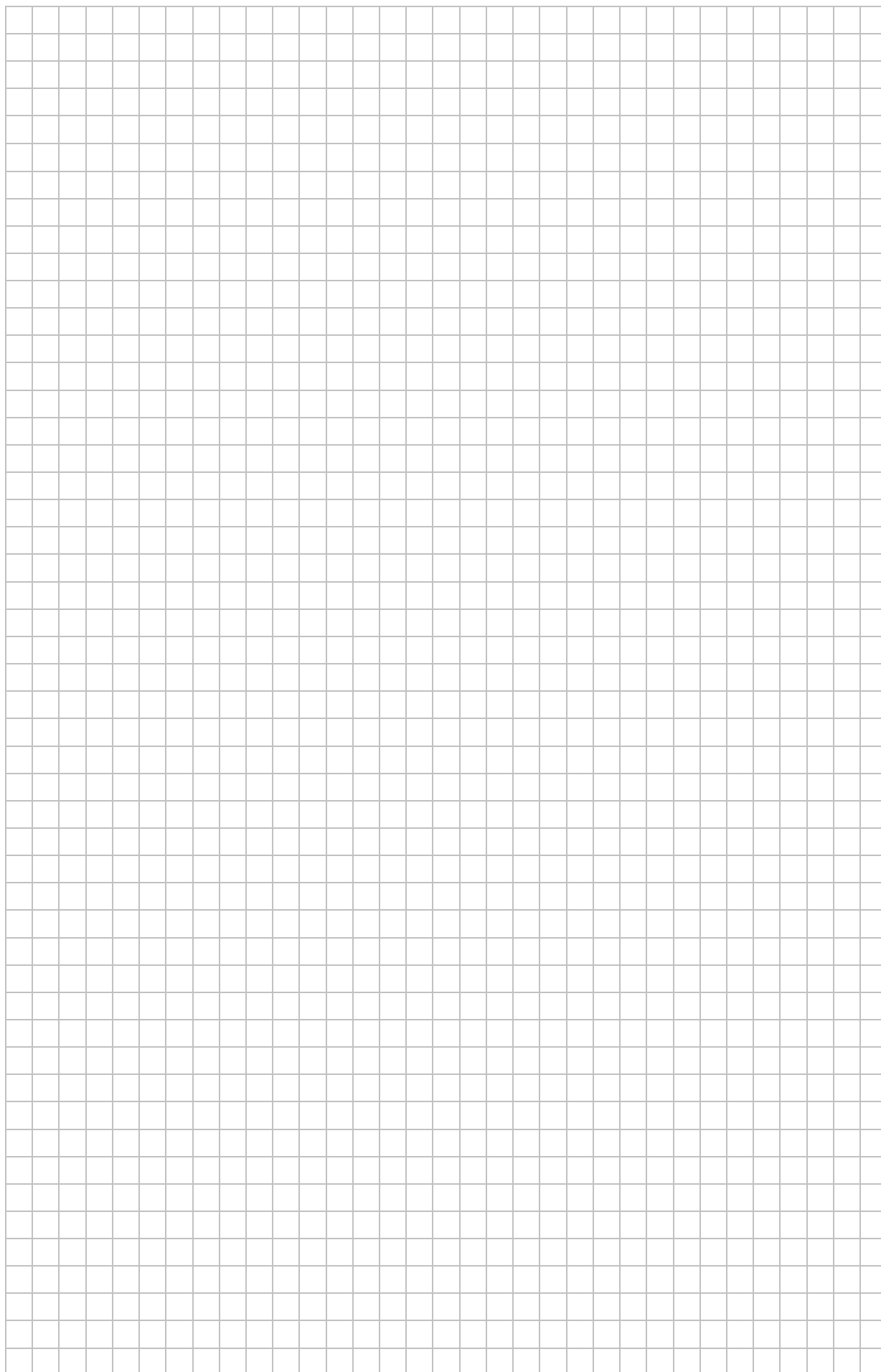
ZADANIE 4 (5 PKT.)

Wyznacz wartości parametrów  $a$  i  $b$  dla których jedynymi rozwiązaniami równania

$$x^4 + (a - b)x^3 - (ab + 1)x^2 - (a - b)x + ab = 0$$

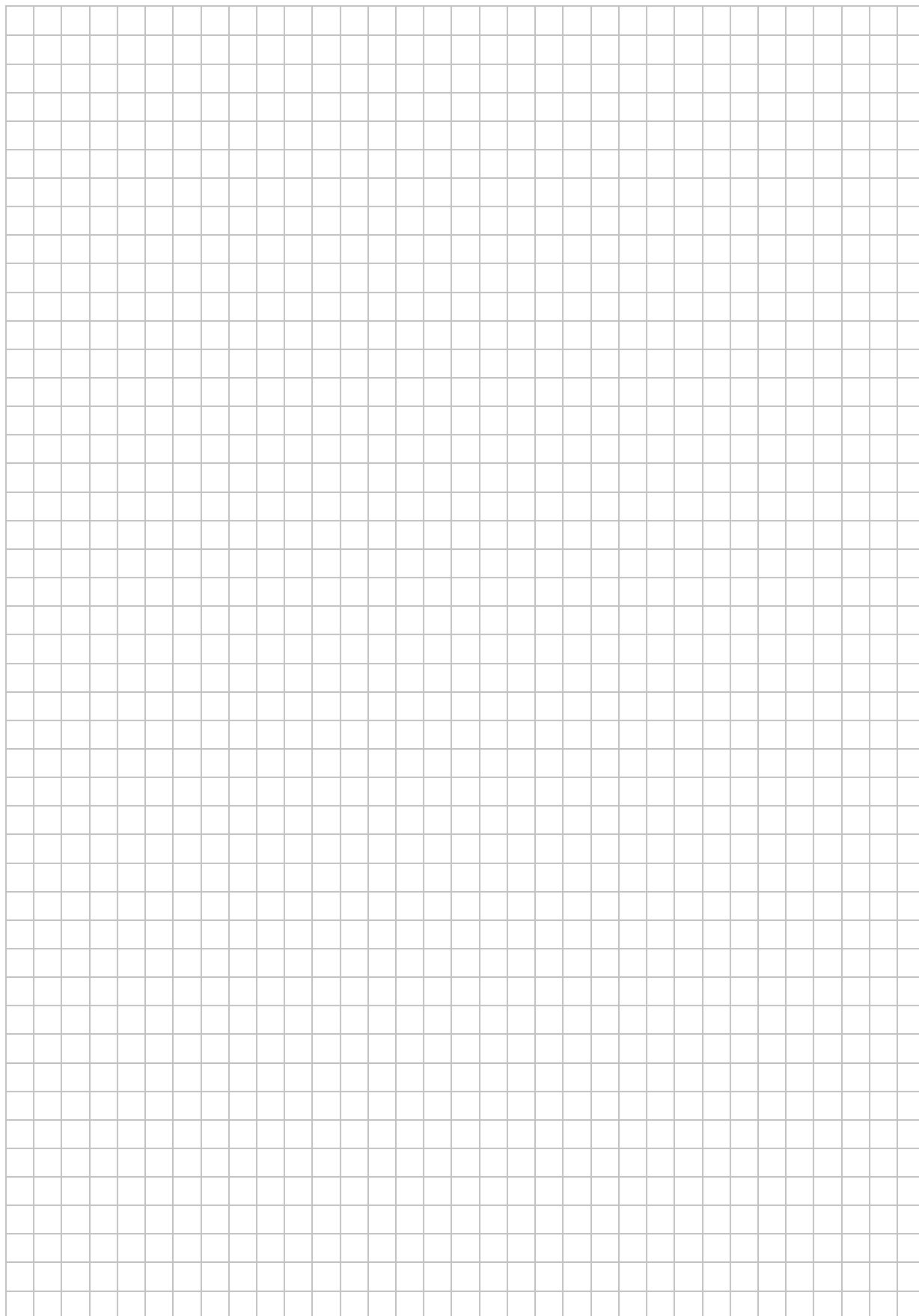
są liczby  $x = -1$  i  $x = 1$ .





ZADANIE 5 (4 PKT.)

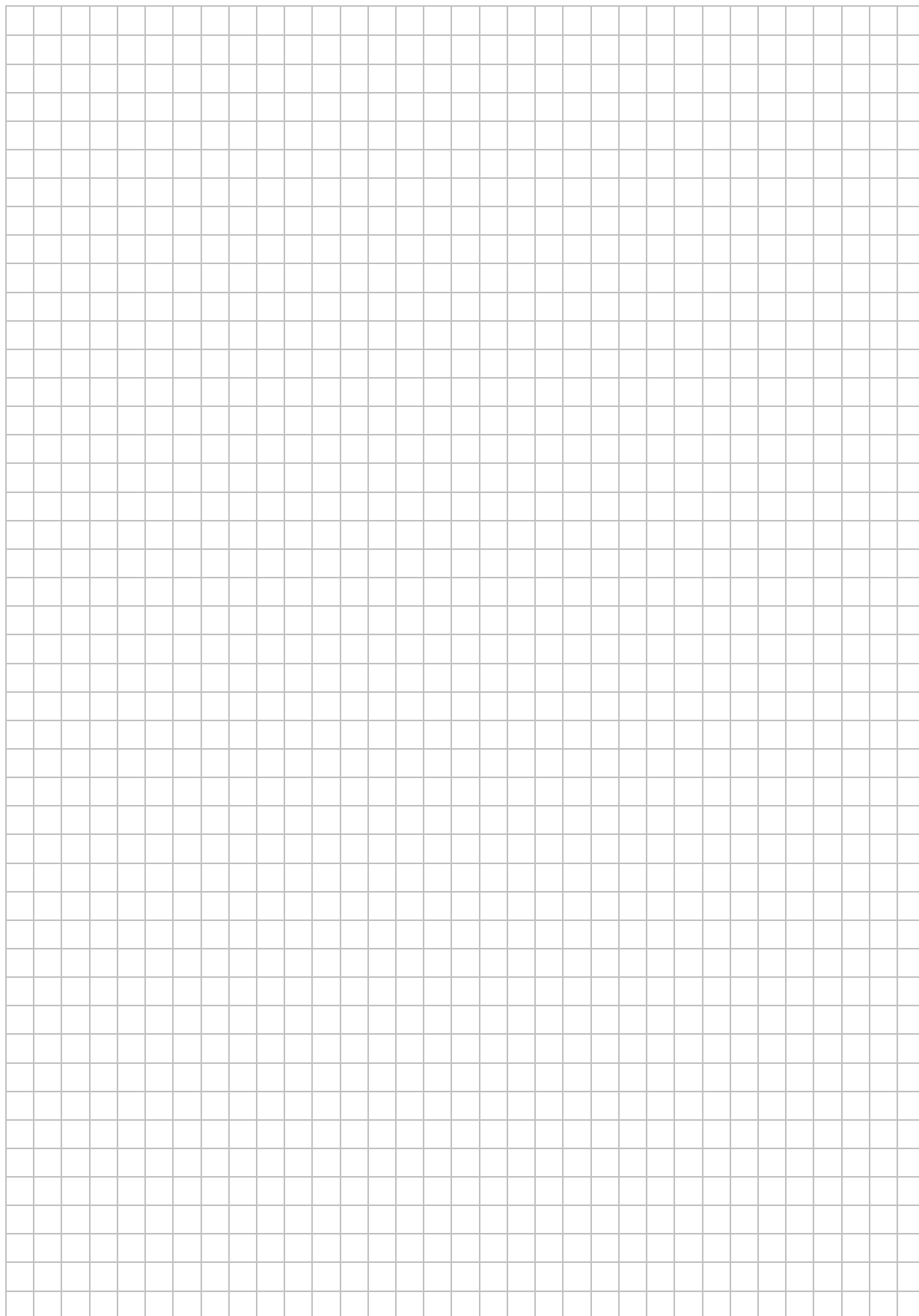
W trójkącie  $ABC$  poprowadzono wysokości  $AD$  i  $BE$  oraz dwusieczną  $CF$ . Wiedząc, że  $|BE| = 3 \cdot |AD|$  oblicz stosunek pól trójkątów  $AFC$  i  $BCF$ .

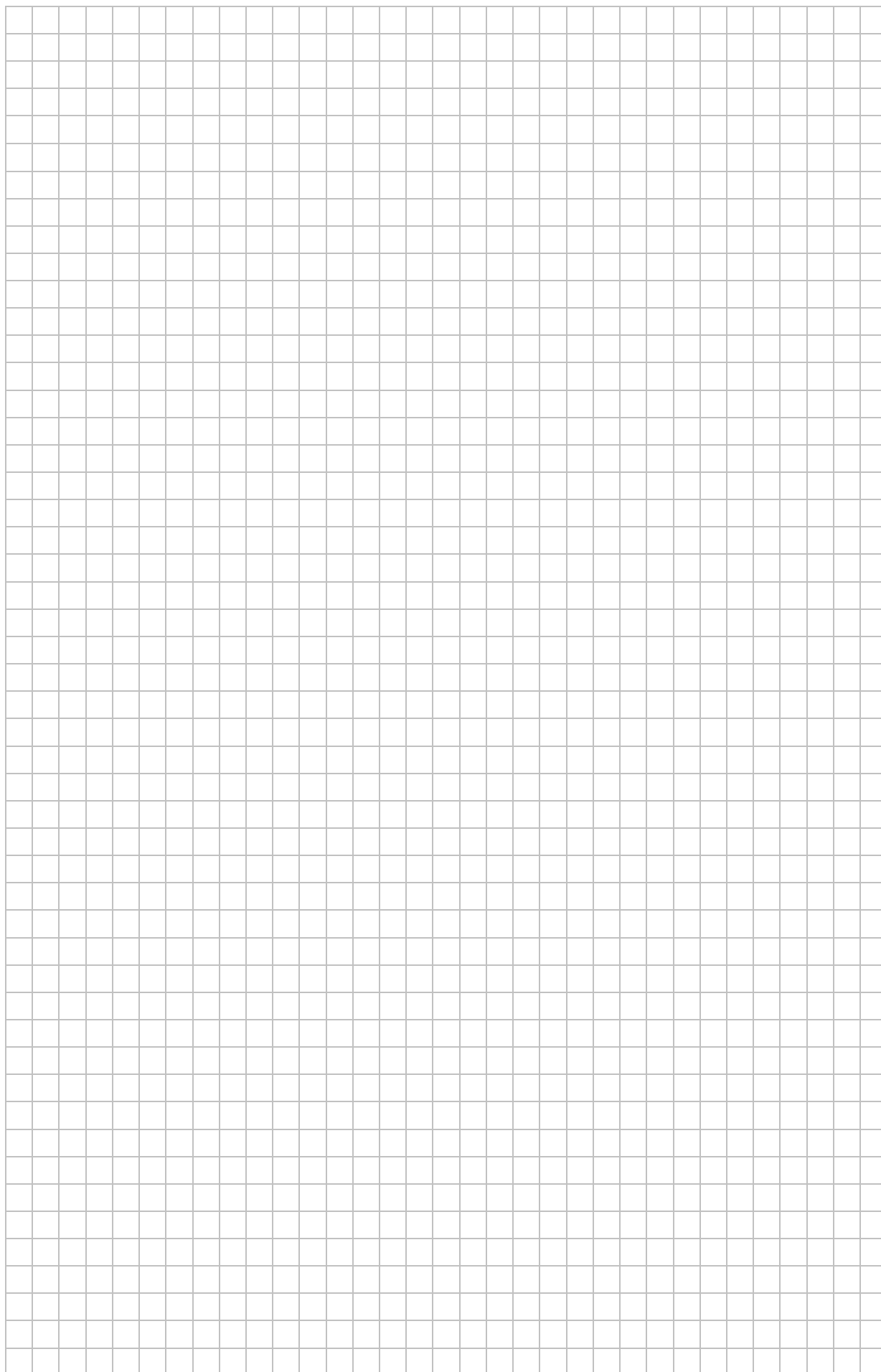




ZADANIE 6 (5 PKT.)

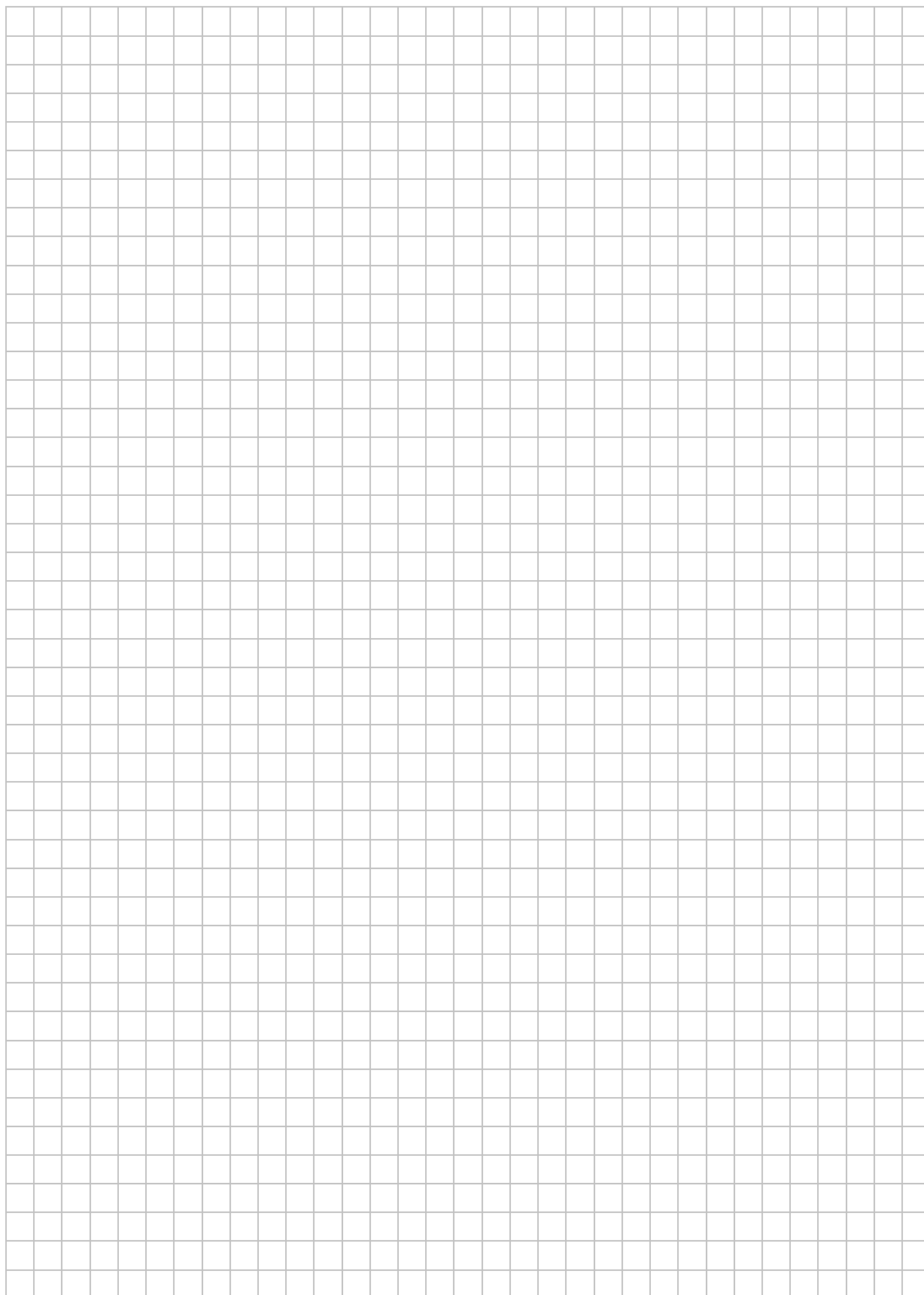
Dla jakich wartości parametru  $m$  proste  $x = my + 1$  oraz  $y = mx - 1$  przecinają się w jednym punkcie, który leży poniżej prostej  $x = 1 - 4y$ ?





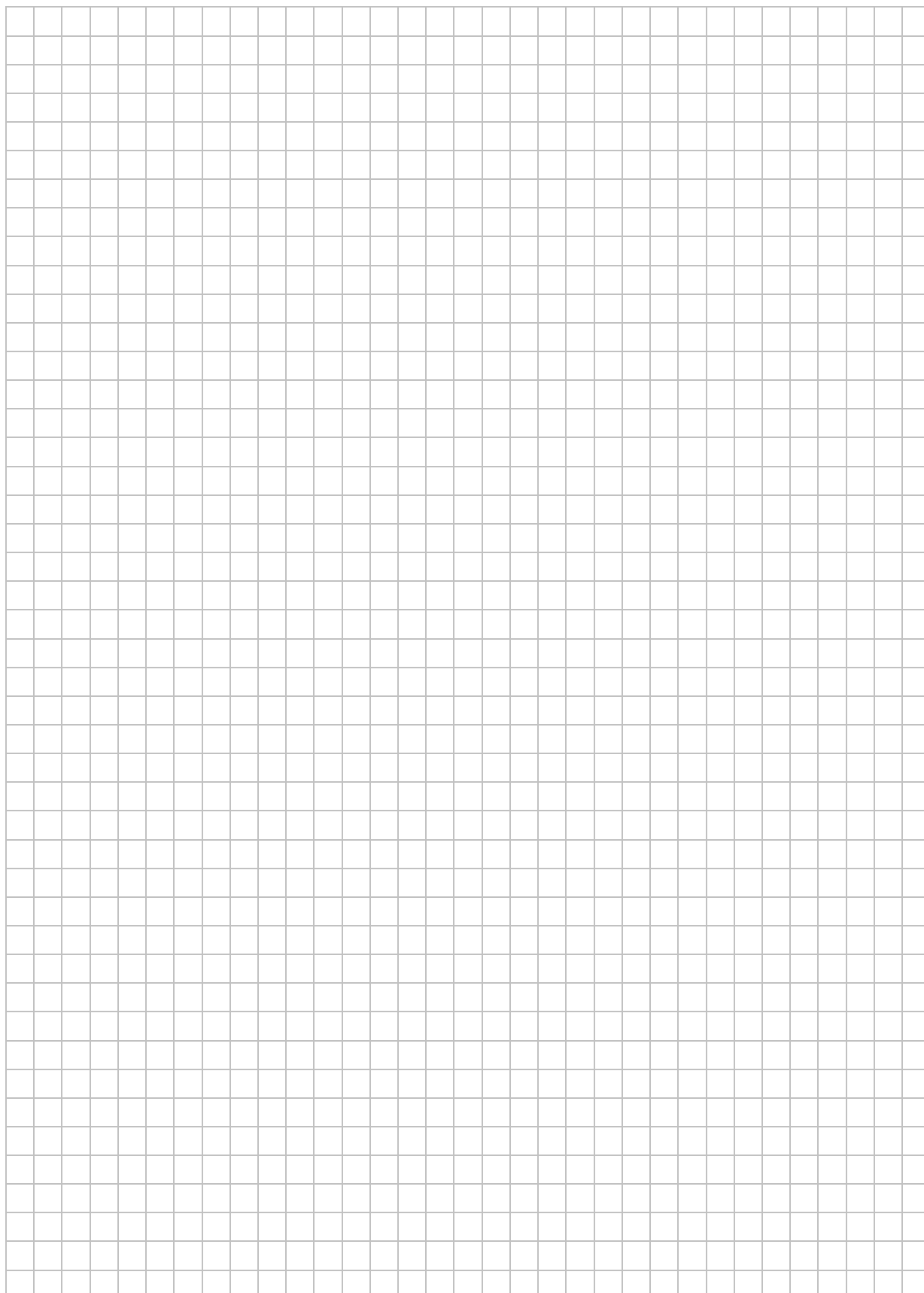
ZADANIE 7 (4 PKT.)

Rozwiąż układ równań 
$$\begin{cases} 2x + xy + 2y = -13 \\ x - 2xy + y = 46. \end{cases}$$



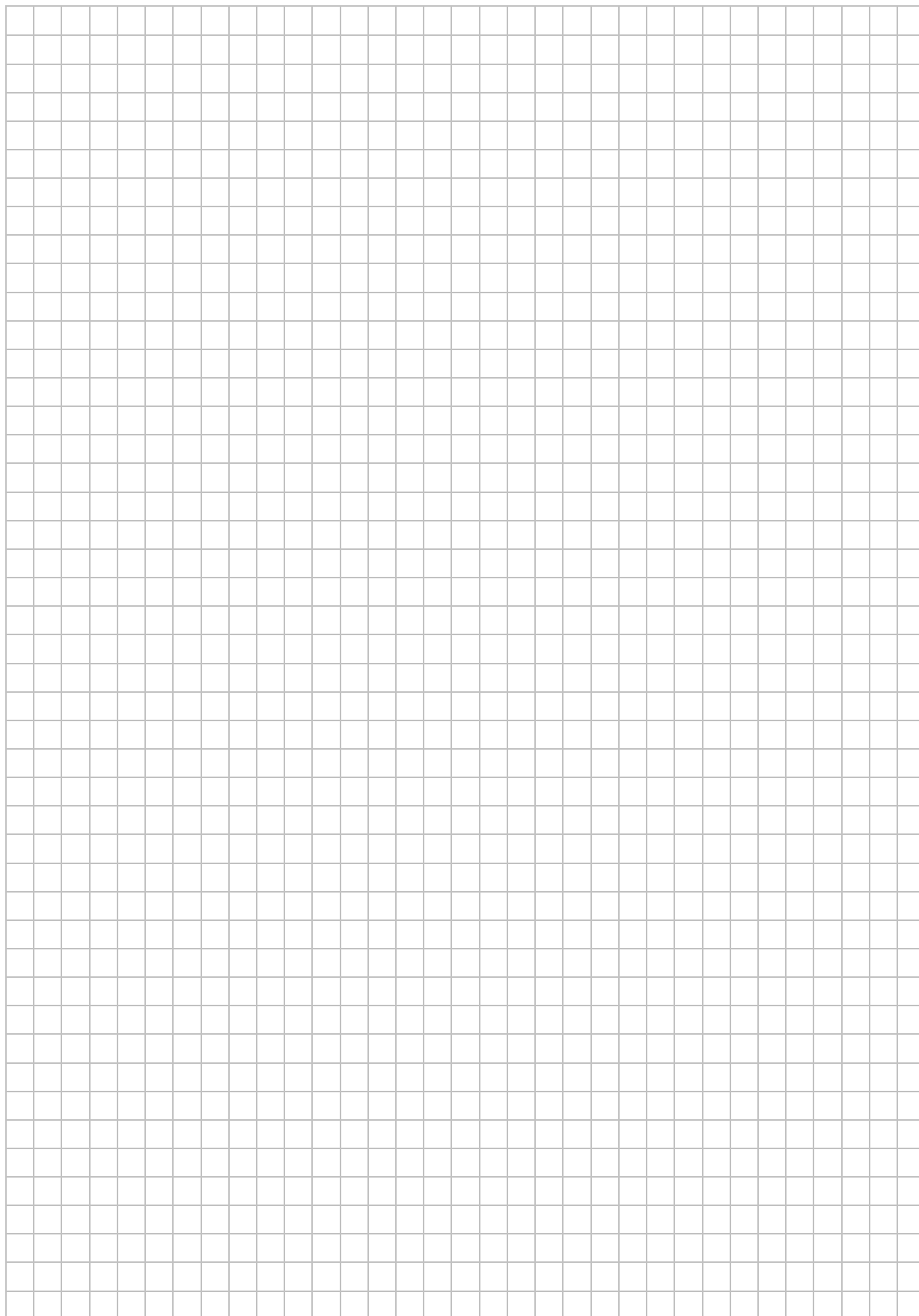
ZADANIE 8 (5 PKT.)

Dziesiąty wyraz ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  jest o 48 mniejszy od sumy jego pierwszych 7 wyrazów. Oblicz sumę pierwszych 33 wyrazów tego ciągu wiedząc, że iloczyn  $a_{15}a_{19}$  ma najmniejszą możliwą wartość.



ZADANIE 9 (5 PKT.)

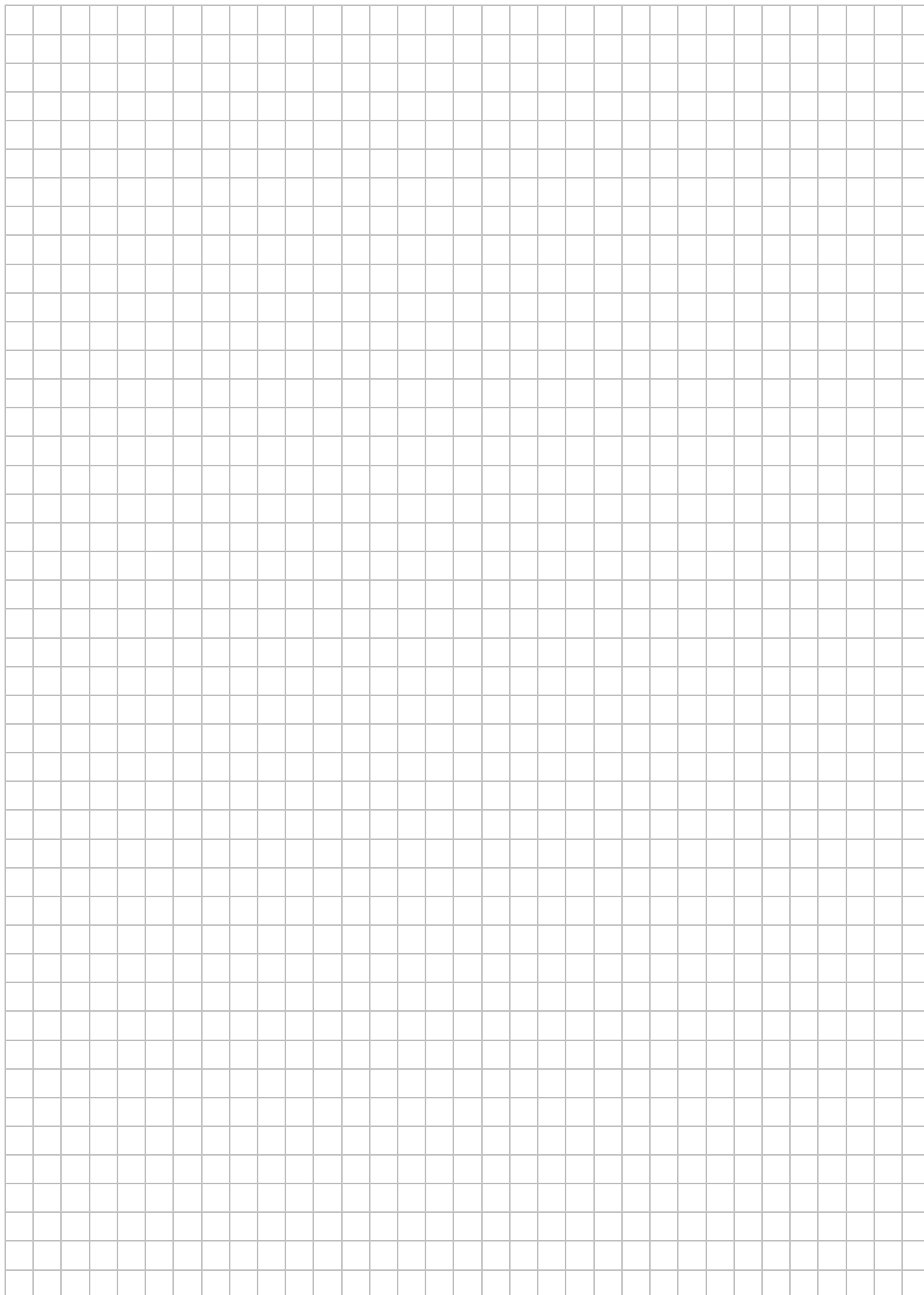
Wykaż, że jeżeli trójkąt nie jest rozwartokątny, oraz miara  $\alpha$  jednego z jego kątów spełnia warunek  $\sin \alpha + \cos \alpha \leq \frac{2 \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha - 2}$  to trójkąt ten jest prostokątny.



ZADANIE 10 (4 PKT.)

Uzasadnij, że jeżeli  $a, b, c, d$  są liczbami dodatnimi to

$$(a + b)(c + d) \geq 4\sqrt{abcd}.$$



ZADANIE 11 (5 PKT.)

Niech  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  i  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Oblicz prawdopodobieństwo, że zbiór wartości losowo utworzonej funkcji  $f: X \rightarrow Y$  jest dwuelementowy.

