

# SPRAWDZIAN Z LICZB

15 PAŹDZIERNIKA 2011

**CZAS PRACY: 60 MIN.**

SUMA PUNKTÓW: 95

ZADANIE 1 (5 PKT)

Suma dwóch liczb jest równa  $\sqrt{m}$ , a ich różnica jest równa  $\sqrt{n}$ , gdzie  $m$  i  $n$  są dodatnimi liczbami całkowitymi. Wykaż, że iloczyn tych liczb jest liczbą wymierną.

ZADANIE 2 (5 PKT)

Niech  $A = \langle -6, 4 \rangle$ ,  $B = (-3, +\infty)$ ,  $C = \langle -5, 1 \rangle$ . Wyznacz zbiór  $(A \setminus C) \cap (B \setminus C)$ .

ZADANIE 3 (5 PKT)

Oblicz  $\frac{3 \cdot 2^{20} + 7 \cdot 2^{19} \cdot 52}{(13 \cdot 8^4)^2}$ .

ZADANIE 4 (5 PKT)

Suma dwóch liczb jest równa  $\sqrt{7}$ , a ich różnica  $\sqrt{3}$ . Oblicz iloczyn tych liczb.

ZADANIE 5 (5 PKT)

Stosując wzory skróconego mnożenia rozłóż na czynniki wyrażenie  $1 - a^2 + 2ab - b^2$ .

ZADANIE 6 (5 PKT)

Wykaż, że suma kwadratów dwóch kolejnych liczb nieparzystych nie dzieli się przez 4.

ZADANIE 7 (5 PKT)

Wykaż, że jeżeli  $a > 0$  i  $b > 0$  oraz  $\sqrt{a^2 + b} = \sqrt{a + b^2}$ , to  $a = b$  lub  $a + b = 1$ .

ZADANIE 8 (5 PKT)

Wykaż, że liczba  $3^{18} - 2^{18}$  jest podzielna przez 19.

ZADANIE 9 (5 PKT)

Oblicz  $-3\sqrt{3} - 12 - \frac{3}{\sqrt{3}-2}$ .

ZADANIE 10 (5 PKT)

Uzasadnij, że jeżeli  $a + b = 1$  i  $a^2 + b^2 = 7$ , to  $a^4 + b^4 = 31$ .

ZADANIE 11 (5 PKT)

Wyrażenie  $\frac{128 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt[4]{8}}{2^{-3} \cdot \sqrt[3]{4}}$  zapisz w postaci  $2^k$ , gdzie  $k$  jest liczbą wymierną.

ZADANIE 12 (5 PKT)

Wykaż, że jeżeli  $n$  jest liczbą nieparzystą to liczba

$$(n-1)(n+1)(n+3)$$

jest liczbą podzielną przez 48.

ZADANIE 13 (5 PKT)

Usuń niewymierność z mianownika  $\frac{1}{4^{\frac{1}{3}} + 6^{\frac{1}{3}} + 9^{\frac{1}{3}}}$ .

ZADANIE 14 (5 PKT)

Oblicz  $y^3$  jeżeli  $y = 5\sqrt{2} + 1$ .

ZADANIE 15 (5 PKT)

Oblicz  $(\sqrt{2 - \sqrt{3}} - \sqrt{2 + \sqrt{3}})^2$ .

ZADANIE 16 (5 PKT)

Oblicz  $[8,25 - 0,5^{-0,5} \cdot (2^{-0,5} + 4^{-0,25})]^{\frac{1}{2}}$ .

ZADANIE 17 (5 PKT)

Zapisz wyrażenie w prostszej postaci  $\frac{(0,5z)^{-4}}{(4y)^2 x (\frac{x}{2})^{-2}}$ .

ZADANIE 18 (5 PKT)

Uzasadnij, że jeżeli  $n$  jest liczbą całkowitą to liczba  $(n^2 - \sqrt{2}n + 1)(n^2 + \sqrt{2}n + 1)$  też jest liczbą całkowitą.

ZADANIE 19 (5 PKT)

Dane są zbiory:  $A = \langle -5; 2 \rangle$ ,  $B = (-\infty; 10)$ ,  $C = (0; 11)$ . Zapisz w postaci przedziału lub sumy przedziałów zbiory:

a)  $B \setminus (C \cup A)$

b)  $(B \cap C) \setminus A$