INFORMATOR
o **egzaminie ósmoklasisty**
z **matematyki**

od roku szkolnego 2024/2025

Centralna Komisja Egzaminacyjna
Warszawa 2024

Zespół redakcyjny:
Monika Nowak (CKE)
Edyta Warzecha
Renata Świrko (OKE w Gdańsku)
Iwona Łuba (OKE w Łomży)
Sabina Pawłowska (OKE w Warszawie)
prof. dr hab. Zbigniew Semadeni
Agnieszka Sułowska
Józef Daniel
dr Marcin Smolik (CKE)

Recenzenci:
prof. dr hab. Zbigniew Marciniak
dr hab. Maciej Borodzik
dr Anna Widur
dr Tomasz Karpowicz (recenzja językowa)

Informator został opracowany przez Centralną Komisję Egzaminacyjną
we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi.

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00
sekretariat@cke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
tel. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie
ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel. 32 784 16 00
sekretariat@oke.jaworzno.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie
os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży
al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel. 86 473 71 20
sekretariat@oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi
ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. 42 664 80 50
sekretariat@lodz.oke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854 01 60
sekretariat@oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie
ul. Józefa Bema 87, 01-233 Warszawa
tel. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu
ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785 18 94
sekretariat@oke.wroc.pl

Spis treści

1. Opis egzaminu ósmoklasisty z matematyki

WSTĘP

Matematyka jest jednym z obowiązkowych przedmiotów egzaminacyjnych na egzaminie ósmoklasisty i na egzaminie maturalnym.

Egzamin ósmoklasisty z matematyki sprawdza, w jakim stopniu uczeń VIII klasy szkoły podstawowej spełnia wymagania określone w podstawie programowej kształcenia ogólnego[1].

Informator prezentuje przykładowe zadania egzaminacyjne wraz z rozwiązaniami oraz wskazuje odniesienie zadań do wymagań podstawy programowej. Zadania w *Informatorze* nie wyczerpują wszystkich typów zadań, które mogą wystąpić w arkuszu egzaminacyjnym. Nie ilustrują również wszystkich wymagań z matematyki zapisanych w podstawie programowej. Dlatego *Informator* nie może być jedyną ani nawet główną wskazówką do planowania procesu kształcenia w szkole. Tylko realizacja wszystkich wymagań z podstawy programowej, zarówno ogólnych, jak i szczegółowych, może zapewnić odpowiednie wykształcenie matematyczne uczniów, w tym ich właściwe przygotowanie do egzaminu ósmoklasisty.

ZADANIA NA EGZAMINIE

W arkuszu egzaminacyjnym znajdą się zarówno zadania zamknięte, jak i otwarte. Zadania zamknięte to takie, w których uczeń wybiera odpowiedź spośród podanych. Wśród zadań zamkniętych znajdą się m.in. zadania wyboru wielokrotnego, zadania typu prawda-fałsz oraz zadania na dobieranie.

Zadania otwarte to takie, w których uczeń samodzielnie formułuje odpowiedź. Przedstawione przez ucznia rozwiązanie zadania musi obrazować tok rozumowania, zawierać niezbędne rachunki, przekształcenia czy wnioski.

Wśród zadań otwartych znajdą się zarówno takie, które będzie można rozwiązać typowym sposobem, jak i takie, które będą wymagały zastosowania niestandardowych metod rozwiązywania. Uczeń będzie musiał, wykorzystując posiadane wiadomości i umiejętności, wymyślić i zrealizować własny plan rozwiązania zadania, który pozwoli mu wykonać polecenie lub udzielić odpowiedzi na pytanie postawione w zadaniu. W niektórych zadaniach wymagane będzie przedstawienie uzasadnienia wskazanych zależności.

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. z 2024 r. poz. 996).

Zadania egzaminacyjne będą sprawdzały poziom opanowania umiejętności opisanych w następujących wymaganiach ogólnych podstawy programowej kształcenia ogólnego:

- sprawność rachunkowa
- wykorzystanie i tworzenie informacji
- wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji
- rozumowanie i argumentacja.

OPIS ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO

Egzamin ósmoklasisty z matematyki trwa 100 minut[2]. W arkuszu egzaminacyjnym będzie od 20 do 21 zadań. Liczbę zadań oraz liczbę punktów możliwych do uzyskania za poszczególne rodzaje zadań przedstawiono w poniższej tabeli.

Rodzaj zadań	Liczba zadań	Łączna liczba punktów	Udział w wyniku sumarycznym
zamknięte	14–15	14–15	ok. 50%
otwarte	5–6	15–16	ok. 50%
RAZEM	20–21	30	100%

W arkuszu egzaminacyjnym jako pierwsze zamieszczone będą zadania zamknięte, a po nich – zadania otwarte.

ZASADY OCENIANIA

Zadania zamknięte

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna (lub niepełna) albo brak odpowiedzi.

Zadania otwarte

Za poprawne rozwiązanie zadania otwartego będzie można otrzymać, w zależności od jego złożoności, maksymalnie 2 lub 3 punkty. Za każde poprawne rozwiązanie przyznaje się maksymalną liczbę punktów, nawet jeżeli przedstawiony sposób rozwiązania nie został uwzględniony w zasadach oceniania.

Ocena rozwiązania zadania otwartego zależy od tego, jak daleko uczeń dotarł w drodze do całkowitego rozwiązania. Poniżej przedstawione zostały przykładowe zasady punktowania rozwiązań zadań otwartych.

[2] Czas trwania egzaminu może zostać przedłużony w przypadku uczniów, którym przyznano takie dostosowanie warunków przeprowadzania egzaminu, zgodnie z *Komunikatem dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w sprawie szczegółowych sposobów dostosowania warunków i form przeprowadzania egzaminu ósmoklasisty* w danym roku szkolnym.

Zasady punktowania rozwiązania zadania, za które można otrzymać maksymalnie 3 punkty:

3 pkt – pełne rozwiązanie.
2 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie było kontynuowane lub było kontynuowane błędną metodą.
1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został istotny postęp, ale nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania.
0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Zasady punktowania rozwiązania zadania, za które można otrzymać maksymalnie 2 punkty:

2 pkt – pełne rozwiązanie.
1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonano istotnego postępu.
0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

2. Przykładowe zadania z rozwiązaniami

W *Informatorze* dla każdego zadania podano:
- liczbę punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie (po numerze zadania)
- najważniejsze wymagania ogólne i szczegółowe, które są sprawdzane w tym zadaniu
- zasady oceniania rozwiązań zadań
- poprawne rozwiązanie każdego zadania zamkniętego oraz przykładowe pełne rozwiązania każdego zadania otwartego.

Zadanie 1. (0–1)

Kasia zauważyła, że ścienny zegar w mieszkaniu babci w ciągu każdej godziny spóźnia się o kolejne 4 minuty. Gdy poprawnie działający zegarek Kasi wskazywał godzinę $9{:}00$, dziewczynka ustawiła na zegarze ściennym tę samą godzinę. Przyjęła, że w każdym kolejnym kwadransie opóźnienie jest jednakowe.

Którą godzinę wskaże – zgodnie z założeniami Kasi – zegar ścienny po upływie 2 godzin i 3 kwadransów od godziny $9{:}00$, jeżeli zachowana zostanie zaobserwowana tendencja opóźniania? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $11{:}34$ **B.** $11{:}37$ **C.** $11{:}41$ **D.** $11{:}56$

Wymaganie ogólne
I. Sprawność rachunkowa.
1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

Wymaganie szczegółowe
KLASY IV–VI
XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:
3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 2. (0–1)

Marta zapisała w systemie rzymskim cztery liczby: CLXX, CXC, CCLXX oraz CCL.

Która z nich znajduje się na osi liczbowej najbliżej liczby 200? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. CLXX **B.** CXC **C.** CCLXX **D.** CCL

Wymaganie ogólne

I. Sprawność rachunkowa.
1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
I. Liczby naturalne w dziesiątkowym układzie pozycyjnym. Uczeń:
5) liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiątkowym, a zapisane w systemie dziesiątkowym przedstawia w systemie rzymskim.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 3. (0–1)

Do trzech jednakowych naczyń wlano tyle wody, że w pierwszym naczyniu woda zajmowała $\frac{2}{3}$ pojemności, w drugim: $\frac{3}{4}$ pojemności, a w trzecim: $\frac{5}{7}$ pojemności danego naczynia.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

W drugim naczyniu było mniej wody niż w trzecim naczyniu.	**P**	**F**
W pierwszym i drugim naczyniu łącznie było tyle samo wody, co w trzecim naczyniu.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne
I. Sprawność rachunkowa.
1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

Wymaganie szczegółowe
KLASY IV–VI
IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:
12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FF

Zadanie 4. (0–1)

W każdej z dwóch torebek znajdują się 32 cukierki: 17 pomarańczowych, 10 jabłkowych i 5 truskawkowych.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Do pierwszej torebki należy dołożyć | **A** | **B** | cukierki truskawkowe, aby wszystkie znajdujące się w niej cukierki truskawkowe stanowiły 25% liczby wszystkich cukierków w tej torebce.

A. 3 **B.** 4

Liczba cukierków pomarańczowych, które należy wyjąć z drugiej torebki, aby wśród pozostałych w niej cukierków było 40% pomarańczowych, jest | **C** | **D** | niż 5.

C. mniejsza **D.** większa

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
V. Obliczenia procentowe. Uczeń:
5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach dwukrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

BD

Zadanie 5. (0–1)

Za 30 dag orzechów pistacjowych zapłacono $15{,}75$ zł.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Za 40 dag tych orzechów należy zapłacić 21 zł.	**P**	**F**
Cena 1 kg tych orzechów jest równa $52{,}50$ zł.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne

I. Sprawność rachunkowa.
1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:
2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, np. wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

PP

Zadanie 6. (0–1)

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Wartość wyrażenia $2^3 \cdot 3^2$ jest równa | A | B |.

A. 36 **B.** 72

Wartość wyrażenia $5^3 - 5^2$ jest równa | C | D |.

C. 5 **D.** 100

Wymaganie ogólne

I. Sprawność rachunkowa.
1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

Wymagania szczegółowe

KLASY IV–VI
II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:
8) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
9) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań.

Zasady oceniania

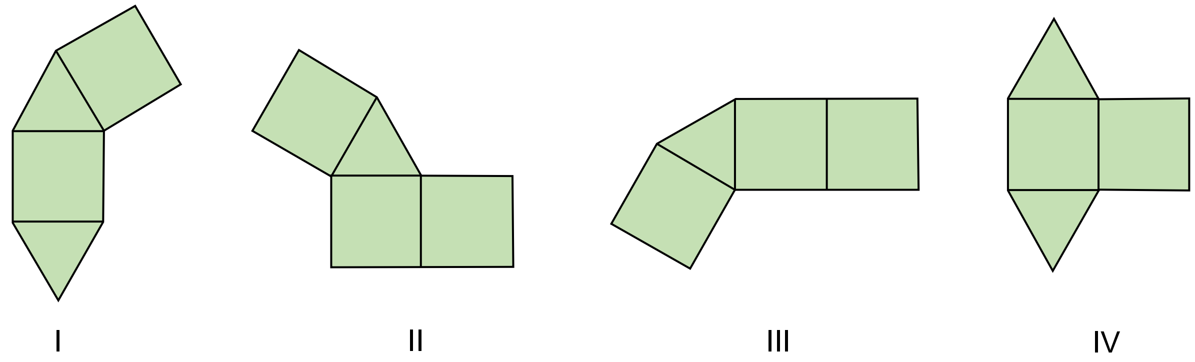
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

BD

Zadanie 7. (0–1)

Wojtek narysował cztery figury (I–IV) składające się z kwadratów i trójkątów równobocznych (zobacz rysunek). Zamierza on dorysować do każdej figury jeden kwadrat albo jeden trójkąt, aby otrzymać z nich siatki graniastosłupa.



Z której figury <u>nie da się</u> w sposób zaplanowany przez Wojtka otrzymać siatki graniastosłupa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. I **B.** II **C.** III **D.** IV

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
X. Bryły. Uczeń:
3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 8. (0–1)

Rzucamy raz symetryczną sześcienną kostką do gry.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że w rzucie tą kostką wypadnie liczba oczek większa od 2, ale mniejsza od 6? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:
2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 9. (0–1)

Dane jest wyrażenie $\frac{2^7 \cdot 2^7}{2^7 + 2^7}$.

Czy wartość tego wyrażenia jest liczbą podzielną przez 8? Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3.

A.	Tak,	ponieważ	**1.**	każdy z wykładników jest liczbą nieparzystą.
			2.	wykładnik potęgi 2^6 nie jest podzielny przez 8.
B.	Nie,		**3.**	wartość tego wyrażenia można zapisać w postaci $8 \cdot 2^3$.

Wymaganie ogólne
IV. Rozumowanie i argumentacja.
1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.

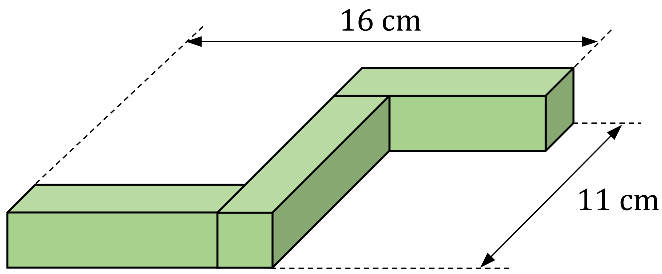
Wymaganie szczegółowe
KLASY VII i VIII
I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:
2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A3

Zadanie 10. (0–1)

Witek ma trzy jednakowe prostopadłościenne klocki. W każdym z tych klocków dwie ściany są kwadratami, a cztery pozostałe – prostokątami. Z tych klocków zbudował figurę przedstawioną na rysunku.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dłuższe krawędzie prostopadłościennego klocka mają po 8 cm.	**P**	**F**
Objętość jednego klocka jest równa 72 cm^3.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
6) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

PP

Zadanie 11. (0–1)

Napój otrzymano, po tym jak rozcieńczono $450\ \mathrm{ml}$ soku wodą w stosunku $1:10$.

Ile napoju otrzymano? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. Więcej niż 4 litry, ale mniej niż $4{,}5$ litra.
B. Dokładnie $4{,}5$ litra.
C. Więcej niż $4{,}5$ litra, ale mniej niż 5 litrów.
D. Dokładnie 5 litrów.
E. Więcej niż 5 litrów.

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:
2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, np. wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 12. (0–1)

Dane są trzy wyrażenia:

$$F = x - (2x + 5) \qquad G = 6 - (-3x + 2) \qquad H = 5 - (2x + 4)$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej wartości x prawdziwa jest równość

A. $F + G = H$
B. $F + H = G$
C. $G + H = F$
D. $F + G + H = 0$

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:
2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, redukując wyrazy podobne.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 13. (0–1)

Zapisano sumę szesnastu jednakowych składników:

$$\underbrace{2 + 2 + 2 + \dots + 2}_{16 \text{ składników}}$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość tej sumy jest równa

A. 2^4 **B.** 2^5 **C.** 2^8 **D.** 2^{16}

Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:
1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim.

Zasady oceniania

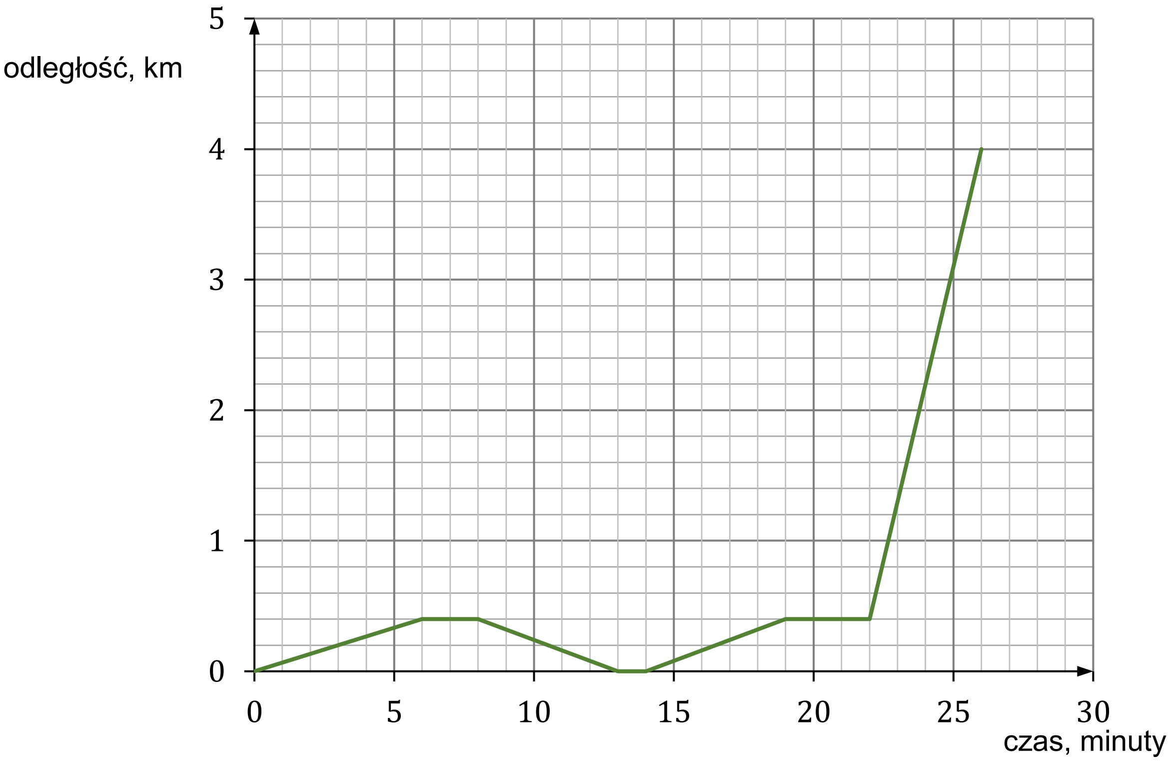
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Informacje do zadań 14. i 15.

Mateusz mieszka w odległości $4\ \mathrm{km}$ od szkoły. Część drogi do szkoły pokonuje pieszo, idąc do przystanku autobusowego. Tam czeka na autobus, a następnie wsiada do niego i jedzie do szkoły. Pewnego dnia, gdy był już na przystanku, stwierdził, że zapomniał zabrać zeszyt, więc wrócił po niego do domu. Wykres przedstawia, jak tego dnia zmieniała się odległość Mateusza od domu w zależności od czasu.



Zadanie 14. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Od momentu, gdy Mateusz zawrócił z przystanku do domu, do momentu, gdy dotarł ponownie na przystanek, upłynęło

A. 11 minut. **B.** 13 minut. **C.** 14 minut. **D.** 16 minut.

Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:
1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 15. (0–1)
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dom Mateusza znajduje się w odległości $400\ \mathrm{m}$ od przystanku autobusowego.	**P**	**F**
Autobus drogę między przystankami pokonał z prędkością $54\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymagania szczegółowe
KLASY IV–VI
XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:
9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.
KLASY VII i VIII
XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:
1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 16. (0–1)

Dane są cztery liczby: $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$, $-\sqrt{10}$, $-\sqrt{18}$. Suma trzech spośród nich jest równa 0.

Którą liczbę należy odrzucić, aby suma pozostałych trzech liczb była równa 0? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{8}$ **C.** $-\sqrt{10}$ **D.** $-\sqrt{18}$

Wymaganie ogólne

I. Sprawność rachunkowa.
1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
II. Pierwiastki. Uczeń:
2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki.

Zasady oceniania

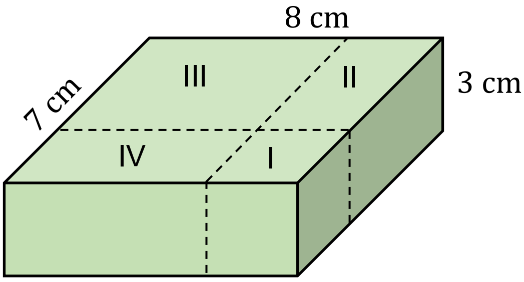
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 17. (0–1)

Na rysunku przedstawiono prostopadłościenny klocek o wymiarach $8\ \mathrm{cm}$, $7\ \mathrm{cm}$ i $3\ \mathrm{cm}$ oraz sposób, w jaki rozcięto go na cztery części: sześcian (I) i trzy prostopadłościany (II, III, IV).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość prostopadłościanu II jest równa

A. $27\ \mathrm{cm}^3$ **B.** $36\ \mathrm{cm}^3$ **C.** $45\ \mathrm{cm}^3$ **D.** $60\ \mathrm{cm}^3$

Wymaganie ogólne
IV. Rozumowanie i argumentacja.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

Wymaganie szczegółowe
KLASY IV–VI
XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
6) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 18. (0–1)

Na spektakl dostępne były bilety normalne w jednakowej cenie oraz bilety ulgowe, z których każdy kosztował o 50% mniej niż normalny. Pani Anna za 3 bilety normalne i 2 bilety ulgowe zapłaciła 120 złotych. Na ten sam spektakl pan Jacek kupił 2 bilety normalne i 3 ulgowe, a pan Marek kupił 2 bilety normalne i 1 ulgowy.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Pan Jacek zapłacił za bilety | **A** | **B** |.

A. 120 zł **B.** 105 zł

Pani Anna zapłaciła za bilety o | **C** | **D** | więcej niż pan Marek.

C. 45 zł **D.** 30 zł

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:
4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.

Zasady oceniania

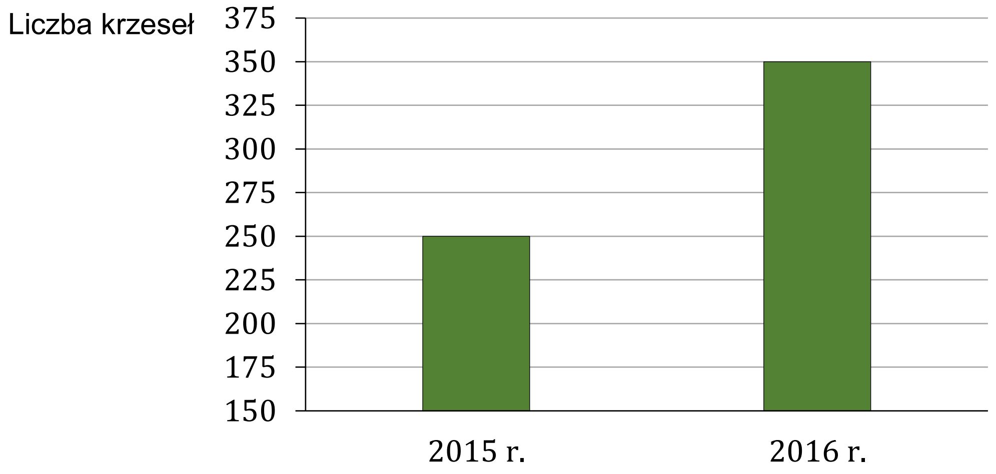
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

BC

Zadanie 19. (0–1)

Na diagramie przedstawiono wielkość produkcji krzeseł w firmie *Mebelix* w 2015 r. i 2016 r.



Czy liczba wyprodukowanych krzeseł w roku 2016 była o 100% większa od liczby wyprodukowanych krzeseł w roku 2015? Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3.

<table>
<tr><td rowspan="2">A.</td><td rowspan="2">Tak,</td><td rowspan="4">ponieważ</td><td>1.</td><td>drugi słupek na wykresie jest 2 razy wyższy od pierwszego.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.</td><td rowspan="2">liczba krzeseł wyprodukowanych w 2016 roku jest o 40% większa niż liczba krzeseł wyprodukowanych w 2015 roku.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">B.</td><td rowspan="2">Nie,</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>w roku 2016 wyprodukowano o 100 krzeseł więcej niż w roku 2015.</td></tr>
</table>

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.

Wymagania szczegółowe

KLASY VII i VIII
V. Obliczenia procentowe. Uczeń:
5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach dwukrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.
XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:
1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.

Zasady oceniania

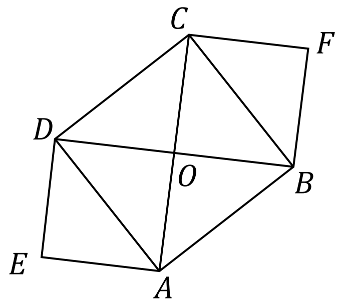
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B2

Zadanie 20. (0–1)

Na rysunku przedstawiono kwadraty $ABCD$, $EAOD$ i $BFCO$. Punkt O jest punktem przecięcia przekątnych kwadratu $ABCD$.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pole kwadratu $ABCD$ jest równe sumie pól kwadratów $EAOD$ i $BFCO$.	**P**	**F**
Obwód kwadratu $ABCD$ jest równy sumie długości wszystkich przekątnych kwadratów $EAOD$ i $BFCO$.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI

IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:

5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

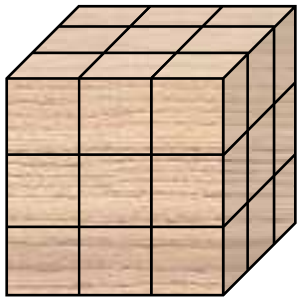
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

PP

Zadanie 21. (0–1)

Drewnianą kostkę sześcienną o krawędzi długości $30\ \mathrm{cm}$ rozcięto na 27 jednakowych mniejszych sześciennych kostek. Z ośmiu takich małych kostek ułożono nowy sześcian.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pole powierzchni nowego sześcianu jest równe $4800\ \mathrm{cm}^2$.	**P**	**F**
Objętość nowego sześcianu jest równa $8000\ \mathrm{cm}^3$.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

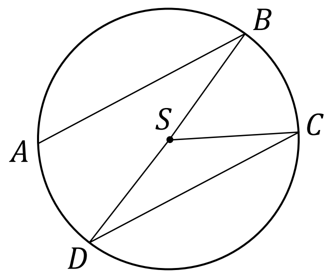
Wymaganie szczegółowe
KLASY IV–VI
XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
6) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FP

Zadanie 22. (0–1)

Na okręgu o środku w punkcie S zaznaczono punkty A, B, C, D, a następnie narysowano odcinki AB, BD, DC oraz CS (zobacz rysunek).



Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Trójkąt DCS **A** | **B** równoramienny.

A. jest

B. nie jest

Długość odcinka DB jest równa **C** | **D** .

C. sumie długości odcinków DS i CS

D. długości odcinka AB

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

Wymagania szczegółowe

KLASY IV–VI
IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:
1) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne;
6) wskazuje na rysunku cięciwę, średnicę oraz promień koła i okręgu.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

AC

Zadanie 23. (0–2)

Uzasadnij, że pierwszy dzień września i pierwszy dzień grudnia tego samego roku wypadają w tym samym dniu tygodnia.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:
4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach.

Zasady oceniania

2 pkt – pełne rozwiązanie: sformułowanie poprawnego uzasadnienia, że pierwszy września i pierwszy grudnia tego samego roku wypadają w tym samym dniu tygodnia.
1 pkt – zapisanie, że od 1 września do 1 grudnia mija 91 dni
LUB
zapisanie, że 1 grudnia wypada w tym samym, wybranym dniu tygodnia, co 1 września.
0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

wrzesień	30 dni
październik	31 dni
listopad	30 dni
Razem:	91 dni

$$91 : 7 = 13$$

Od 1 września do 1 grudnia mija równo 13 tygodni, więc 1 września wypada w tym samym dniu tygodnia, co 1 grudnia.

II sposób

Załóżmy, że 1 września wypada w poniedziałek, zatem kolejne poniedziałki to: 8, 15, 22 i 29 września, 6, 13, 20 i 27 października, 3, 10, 17 i 24 listopada oraz 1 grudnia.

Wynika stąd, że 1 września i 1 grudnia wypadają w tym samym dniu tygodnia. Tak samo jest, gdy 1 września wypada we wtorek, w środę itd. – zawsze 1 grudnia wypada w tym samym dniu tygodnia, co 1 września.

Zadanie 24. (0–3)

W tabeli podano wybrane informacje na temat dwóch rodzajów herbat, które pije rodzina Nowaków.

Rodzaj opakowania	Zawartość opakowania	Cena opakowania	Ilość herbaty potrzebna do zaparzenia jednego kubka naparu
herbata w torebkach	50 torebek	8,50 zł	1 torebka
herbata sypka	50 g	5,00 zł	2 g

Rodzina ta wypija dziennie średnio 12 kubków herbaty i zamierza kupić możliwie najmniejszą liczbę opakowań herbaty jednego rodzaju, aby wystarczyło jej na 30 dni.

Oblicz koszt zakupu herbaty w torebkach oraz koszt zakupu herbaty sypkiej. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:
5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

3 pkt – pełne rozwiązanie: poprawny sposób obliczenia kosztu zakupu obu rodzajów herbaty na 30 dni, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (herbata w torebkach: 68 zł, herbata sypka: 75 zł).

2 pkt – poprawny sposób obliczenia kosztu zakupu herbaty w torebkach ***oraz*** herbaty sypkiej na 30 dni
LUB
obliczenie kosztu zakupu herbaty w torebkach na 30 dni (68 zł),
LUB
obliczenie kosztu zakupu herbaty sypkiej na 30 dni (75 zł).

1 pkt – poprawny sposób obliczenia liczby opakowań jednego rodzaju herbaty na 30 dni.

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

Rodzina Nowaków wypija dziennie średnio 12 kubków herbaty.
Do zaparzenia jednego kubka naparu potrzeba jednej torebki herbaty.
Obliczymy, ile torebek herbaty potrzeba na 30 dni:

1 dzień — 12 torebek

30 dni — 360 torebek

W jednym opakowaniu jest 50 torebek herbaty. Obliczymy, ile opakowań herbaty w torebkach należy kupić:

$360 : 50 = 7{,}2$

Trzeba kupić 8 opakowań herbaty w torebkach. Obliczymy koszt zakupu 8 opakowań tej herbaty:

$8 \cdot 8{,}50 = 68$ (zł)

Do zaparzenia jednego kubka naparu potrzeba 2 g herbaty sypkiej.
Obliczymy, ile gramów herbaty sypkiej potrzeba na 30 dni:

1 dzień — $12 \cdot 2\ \text{g} = 24\ \text{g}$

30 dni — $30 \cdot 24\ \text{g} = 720\ \text{g}$

W jednym opakowaniu jest 50 g herbaty sypkiej. Obliczymy, ile opakowań herbaty sypkiej należy kupić:

$720 : 50 = 14$ reszta 20

Trzeba kupić 15 opakowań herbaty sypkiej. Obliczymy koszt zakupu 15 opakowań tej herbaty:

$15 \cdot 5 = 75$ (zł)

Odpowiedź: Za herbatę w torebkach trzeba zapłacić 68 zł, a za herbatę sypką 75 zł.

II sposób

Herbata w torebkach:

12 torebek herbaty wystarczy na 1 dzień
1 opakowanie to 50 torebek – wystarczy na 4 dni i zostają jeszcze 2 torebki
$6 \cdot 4$ dni $= 24$ dni i $6 \cdot 2$ torebki $= 12$ torebek (1 dzień)
Na 25 dni trzeba kupić 6 opakowań.
Na kolejne 5 dni potrzebne są jeszcze 2 opakowania.
Na 30 dni trzeba kupić 8 opakowań.

$8 \cdot 8{,}50 = 68$ (zł)

Herbata sypka:

1 dzień — $12 \cdot 2\ \text{g} = 24\ \text{g}$
1 opakowanie zawiera 50 g, co wystarczy na 2 dni i zostają 2 gramy
15 opakowań — 30 dni i jeszcze zostaje 30 g
14 opakowań — 29 dni i 4 g

Brakuje $20\ \mathrm{g}$, zatem trzeba kupić 15 opakowań.

$15 \cdot 5 = 75$ (zł)

Odpowiedź: Za herbatę w torebkach trzeba zapłacić 68 zł, a za herbatę sypką 75 zł.

III sposób

Herbata w torebkach:

1 dzień — 12 torebek

30 dni — 360 torebek

$360 : 50 = 7$ reszta 10

Na 30 dni trzeba zatem kupić 8 opakowań.

$8 \cdot 8{,}50 = 68$ (zł)

Herbata sypka:

1 dzień — 12 herbat

30 dni — 360 herbat

1 dzień — $12 \cdot 2\ \mathrm{g} = 24\ \mathrm{g}$

$50\ \mathrm{g} : 2 = 25\ \mathrm{g}$ — jedno opakowanie herbaty sypanej wystarczy na 25 herbat

$360 : 25 = 14$ reszta 10

Trzeba kupić 15 opakowań.

$15 \cdot 5 = 75$ (zł)

Odpowiedź: Za herbatę w torebkach trzeba zapłacić 68 zł, a za herbatę sypką 75 zł.

IV sposób

Herbata w torebkach:

12 torebek potrzeba na 1 dzień

$30 \cdot 12 = 360$ — liczba torebek herbaty potrzebnej na 30 dni

1 opakowanie zawiera 50 torebek herbaty

$7 \cdot 50 = 350$ torebek herbaty — za mało na 30 dni

$8 \cdot 50 = 400$ torebek herbaty — wystarczy na 30 dni

Trzeba kupić 8 opakowań tej herbaty.

$8 \cdot 8{,}50 = 68$ (zł)

Herbata sypka:

1 dzień — $12 \cdot 2\ \mathrm{g} = 24\ \mathrm{g}$

$30 \cdot 24\ \mathrm{g} = 720\ \mathrm{g}$ — liczba gramów herbaty potrzebnej na 30 dni

$14 \cdot 50 = 700\ \mathrm{g}$ — za mało na 30 dni

$15 \cdot 50 = 750\ \mathrm{g}$ — wystarczy na 30 dni

Trzeba kupić 15 opakowań tej herbaty.

$15 \cdot 5\ \text{zł} = 75$ (zł)

Odpowiedź: Za herbatę w torebkach trzeba zapłacić 68 zł, a za herbatę sypką 75 zł.

V sposób

Herbata w torebkach:

$8{,}50 : 50 = 0{,}17$ zł/1 torebkę

$0{,}17 \cdot 30 \cdot 12 = 61{,}20$ (zł)

$61{,}20 : 8{,}50 = 7{,}2$

Na 30 dni trzeba kupić 8 opakowań.

$8 \cdot 8{,}50 = 68$ (zł)

Herbata sypka:

$5 : 50 = 0{,}10$ zł/1 g

$0{,}10 \cdot 30 \cdot 12 \cdot 2 = 72$ (zł)

$72 : 5 = 14{,}4$

Na 30 dni trzeba kupić 15 opakowań.

$15 \cdot 5\ zł = 75$ (zł)

Odpowiedź: Za herbatę w torebkach trzeba zapłacić 68 zł, a za herbatę sypką 75 zł.

VI sposób

Herbata w torebkach:

na 1 dzień potrzeba 12 torebek, zatem na 30 dni wystarcza 360 torebek

$360 - 50 = 310$ — 1. opakowanie
$310 - 50 = 260$ — 2. opakowanie
$260 - 50 = 210$ — 3. opakowanie
$210 - 50 = 160$ — 4. opakowanie
$160 - 50 = 110$ — 5. opakowanie
$110 - 50 = 60$ — 6. opakowanie
$60 - 50 = 10$ — 7. opakowanie
10 — 8. opakowanie

$8 \cdot 8{,}50 = 68$ (zł)

Herbata sypka:

na 1 dzień potrzeba $12 \cdot 2\ \mathrm{g} = 24\ \mathrm{g}$, zatem na 30 dni: $30 \cdot 24\ \mathrm{g} = 720\ \mathrm{g}$

$720 - 50 = 670$ — 1. opakowanie
$670 - 50 = 620$ — 2. opakowanie
$620 - 50 = 570$ — 3. opakowanie
$570 - 50 = 520$ — 4. opakowanie
$520 - 50 = 470$ — 5. opakowanie
$470 - 50 = 420$ — 6. opakowanie
$420 - 50 = 370$ — 7. opakowanie
$370 - 50 = 320$ — 8. opakowanie
$320 - 50 = 270$ — 9. opakowanie
$270 - 50 = 220$ — 10. opakowanie
$220 - 50 = 170$ — 11. opakowanie
$170 - 50 = 120$ — 12. opakowanie
$120 - 50 = 70$ — 13. opakowanie
$70 - 50 = 20$ — 14. opakowanie
20 — 15. opakowanie

$15 \cdot 5\ zł = 75$ (zł)

Odpowiedź: Za herbatę w torebkach trzeba zapłacić 68 zł, a za herbatę sypką 75 zł.

Zadanie 25. (0–3)

W układzie współrzędnych na płaszczyźnie dane są punkty: $K = (-2, 8)$ i $M = (4, 6)$.

Oblicz współrzędne punktu P takiego, że jeden z trzech punktów P, K, M jest środkiem odcinka o końcach w dwóch pozostałych punktach. Zapisz wszystkie możliwości.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.

3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII

X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:

4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek.

Zasady oceniania

3 pkt – pełne rozwiązanie: rozważenie wszystkich możliwości położenia punktu P, prawidłowe rozwiązanie ***oraz*** prawidłowe wyniki liczbowe $(1, 7)$, $(-8, 10)$, $(10, 4)$.

2 pkt – rozważenie **wszystkich** możliwości położenia punktu P ***oraz*** poprawny sposób wyznaczenia wszystkich możliwych współrzędnych (x, y) tego punktu
LUB
rozważenie **dwóch** możliwości położenia punktu P, poprawny sposób wyznaczenia możliwych współrzędnych (x, y) tego punktu ***oraz*** prawidłowe wyniki liczbowe: $(1, 7)$; $(-8, 10)$ albo $(1, 7)$; $(10, 4)$ albo $(-8, 10)$; $(10, 4)$.

1 pkt – rozważenie **jednej** z możliwości położenia punktu P ***oraz*** poprawny sposób wyznaczenia współrzędnych (x, y) tego punktu.

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Są trzy możliwości położenia punktów $P,\ K$ i M:

1. Punkt $P=(x,y)$ jest środkiem odcinka KM.

$$x=\frac{-2+4}{2} \qquad y=\frac{8+6}{2}$$

$$x=1 \qquad y=7$$

$$P=(1,7)$$

2. Punkt K jest środkiem odcinka PM, gdzie $P=(x,y)$.

$$\frac{x+4}{2}=-2 \qquad \frac{y+6}{2}=8$$

$$x+4=-4 \qquad y+6=16$$

$$x=-8 \qquad y=10$$

$$P=(-8,10)$$

3. Punkt M jest środkiem odcinka PK, gdzie $P=(x,y)$.

$$\frac{x-2}{2}=4 \qquad \frac{y+8}{2}=6$$

$$x-2=8 \qquad y+8=12$$

$$x=10 \qquad y=4$$

$$P=(10,4)$$

Odpowiedź: Punkt P może mieć współrzędne: $(1,7)$, $(-8,10)$ lub $(10,4)$.

Zadanie 26. (0–2)

W tabeli przedstawiono ceny kupna i sprzedaży dwóch walut w kantorze *Pik*.

	Kupno	Sprzedaż
1 dolar	4,18 zł	4,25 zł
1 funt brytyjski	5,10 zł	5,22 zł

Marcin chce wymienić 400 funtów brytyjskich na dolary. W tym celu musi najpierw wymienić funty na złotówki, a następnie – otrzymane złotówki na dolary.

Oblicz, ile dolarów otrzyma Marcin, jeżeli wymieni walutę w kantorze *Pik*.
Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:
5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

2 pkt – pełne rozwiązanie: poprawny sposób obliczenia kwoty (w dolarach), jaką Marcin otrzyma w kantorze *Pik*, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (480).

1 pkt – poprawny sposób obliczenia kwoty (w złotych), za jaką kantor zakupił 400 funtów brytyjskich
LUB
poprawny sposób obliczenia kwoty (w dolarach), jaką Marcin otrzyma za jednego funta brytyjskiego.

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

Obliczymy, ile złotych otrzyma Marcin za 400 funtów brytyjskich:

$$400 \cdot 5{,}10 = 2040 \text{ (zł)}$$

Obliczymy, ile dolarów otrzyma Marcin za 2040 złotych:

$$2040 : 4{,}25 = 480$$

Odpowiedź: Za 400 funtów brytyjskich Marcin otrzyma 480 dolarów.

II sposób

Kantor kupuje od Marcina 1 funt brytyjski za $5{,}10$ zł, a sprzedaje mu dolary każdy po $4{,}25$ zł.
Obliczymy, ile dolarów otrzyma Marcin za jednego funta:

$$5{,}10 : 4{,}25 = 1{,}20$$

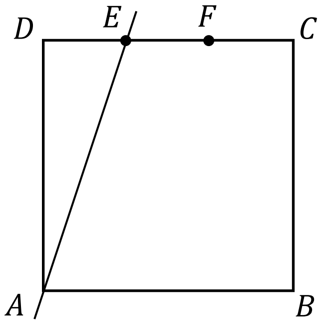
Za każdego funta Marcin otrzymuje $1{,}20$ dolara.
Obliczymy, ile dolarów otrzyma Marcin za 400 funtów

$$400 \cdot 1{,}20 = 480$$

Odpowiedź: Za 400 funtów brytyjskich Marcin otrzyma 480 dolarów.

Zadanie 27. (0–2)

Bok CD kwadratu $ABCD$ podzielono punktami E i F na trzy odcinki równej długości. Przez wierzchołek A kwadratu i przez punkt E poprowadzono prostą (zobacz rysunek). Pole trójkąta AED jest równe 24 cm^2.



Oblicz pole kwadratu $ABCD$. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
3) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek.

Zasady oceniania

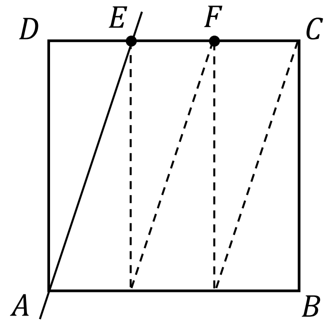
2 pkt – pełne rozwiązanie: poprawny sposób obliczenia pola kwadratu $ABCD$, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką (144 cm^2).

1 pkt – zapisanie, że pole kwadratu jest 6 razy większe od pola trójkąta AED,
LUB
zapisanie, że pole połowy kwadratu jest 3 razy większe od pola trójkąta AED,
LUB
obliczenie długości jednej z przyprostokątnych trójkąta AED.

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

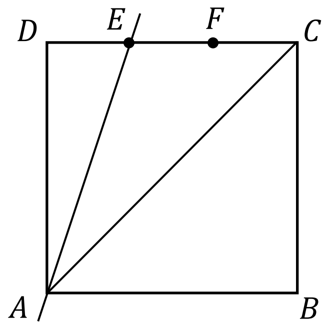


Zauważymy, że kwadrat $ABCD$ można podzielić na 6 trójkątów przystających do trójkąta AED.
Obliczymy pole kwadratu $ABCD$:

$$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole kwadratu $ABCD$ jest równe $144\ \mathrm{cm}^2$.

II sposób



Zauważymy, że trójkąt AED ma pole 3 razy mniejsze od pola połowy kwadratu. Jest zatem 6 razy mniejsze od pola kwadratu $ABCD$.

$$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole kwadratu $ABCD$ jest równe $144\ \mathrm{cm}^2$.

III sposób

Oznaczymy długość boku DE trójkąta jako a. Wtedy bok AD trójkąta ma długość $3a$.
Zapiszemy i rozwiążemy równanie, korzystając ze wzoru na pole trójkąta:

$$24 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a$$

$$3a^2 = 48$$

$$a = 4$$

$$3a = 3 \cdot 4 = 12$$

$$P = 12^2 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole kwadratu $ABCD$ jest równe $144\ \mathrm{cm}^2$.

IV sposób

Oznaczymy długość boku AD trójkąta jako x. Wtedy bok DE trójkąta ma długość $\frac{1}{3}x$.
Zapiszemy i rozwiążemy równanie, korzystając ze wzoru na pole trójkąta:

$$24 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}x \cdot x$$

$$\frac{1}{6}x^2 = 24$$

$$x = 12$$

$$P = 12^2 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole kwadratu $ABCD$ jest równe $144\ \mathrm{cm}^2$.

Zadanie 28. (0–2)

W pierwszym zbiorniku było cztery razy więcej litrów wody niż w drugim. Do każdego zbiornika wlano po 6 litrów wody. Teraz w pierwszym zbiorniku jest dwa razy więcej litrów wody niż w drugim zbiorniku.

Oblicz, ile łącznie litrów wody jest w obu zbiornikach. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:
4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.

Zasady oceniania

2 pkt – pełne rozwiązanie: poprawny sposób obliczenia łącznej liczby litrów wody w obu zbiornikach, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką (27 litrów).
1 pkt – poprawny sposób obliczenia początkowej liczby litrów wody w pierwszym zbiorniku
LUB
poprawny sposób obliczenia początkowej liczby litrów wody w drugim zbiorniku.
0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

Oznaczymy początkową objętość wody (w litrach) w drugim zbiorniku jako x oraz początkową objętość wody (w litrach) w pierwszym zbiorniku jako $4x$.
Obliczymy, ile litrów wody było na początku w drugim zbiorniku. Zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$4x + 6 = 2(x + 6)$$

$$4x + 6 = 2x + 12$$

$$x = 3$$

W drugim zbiorniku były na początku 3 litry wody.
W pierwszym zbiorniku było na początku $4 \cdot 3 = 12$ litrów wody.

Obliczymy, ile litrów wody było po wlaniu do każdego zbiornika po 6 litrów wody:
w pierwszym zbiorniku:

$12 + 6 = 18$ (litrów)

w drugim zbiorniku:

$3 + 6 = 9$ (litrów)

Obliczymy, ile litrów wody jest łącznie w obu zbiornikach:

$$18 + 9 = 27$$

Odpowiedź: W obu zbiornikach jest łącznie 27 litrów wody.

II sposób

Oznaczymy początkową objętość wody (w litrach) w pierwszym zbiorniku jako x oraz początkową objętość wody (w litrach) w drugim zbiorniku jako $\frac{1}{4}x$.
Zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$x + 6 = 2\left(\frac{1}{4}x + 6\right)$$

$$x + 6 = \frac{1}{2}x + 12$$

$$\frac{1}{2}x = 6$$

$$x = 12$$

W pierwszym zbiorniku było na początku 12 litrów wody, a w drugim były $\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$ litry wody. Zatem po wlaniu po 6 litrów wody:

– w pierwszym zbiorniku jest $12 + 6 = 18$ (litrów)

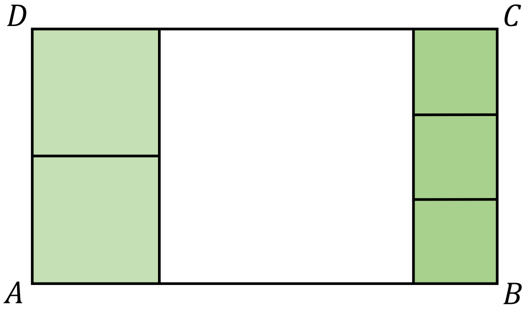
– w drugim zbiorniku jest $3 + 6 = 9$ (litrów)

Łącznie w obu zbiornikach jest $18 + 9 = 27$ (litrów)

Odpowiedź: W obu zbiornikach jest łącznie 27 litrów wody.

Zadanie 29. (0–3)

Prostokąt $ABCD$ podzielono na 6 kwadratów: jeden duży, dwa średnie i trzy małe (zobacz rysunek).



Uzasadnij, że pole dużego kwadratu jest większe niż połowa pola prostokąta $ABCD$.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII

III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń:

3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Zasady oceniania

3 pkt – pełne rozwiązanie: sformułowanie poprawnego uzasadnienia, że duży kwadrat zajmuje więcej niż połowę pola powierzchni prostokąta $ABCD$.

2 pkt – zapisanie pola prostokąta $ABCD$ i pola dużego kwadratu za pomocą wyrażeń algebraicznych jednej zmiennej

LUB

zapisanie długości boku AB prostokąta $ABCD$ i długości boku dużego kwadratu za pomocą wyrażeń algebraicznych jednej zmiennej,

LUB

stwierdzenie, że dwa średnie kwadraty zajmują połowę powierzchni dużego kwadratu, a trzy małe kwadraty zajmują powierzchnię mniejszą niż połowa powierzchni dużego kwadratu,

LUB

uzasadnienie poprawną metodą, ale z błędami rachunkowymi, że duży kwadrat zajmuje więcej niż połowę pola prostokąta $ABCD$.

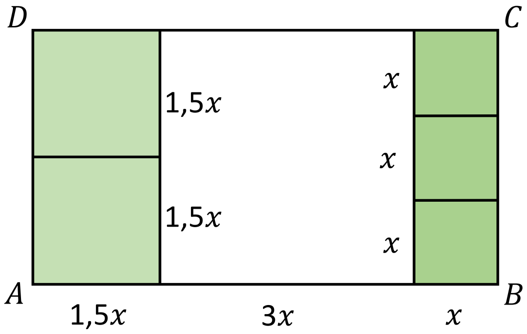
1 pkt – zapisanie zależności między długościami boków kwadratów.

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

Jeśli długość boku małego kwadratu oznaczymy jako x, to duży kwadrat ma bok długości $3x$, a średni ma bok długości $1{,}5x$:



Pole małego kwadratu: x^2

Pole średniego kwadratu: $(1{,}5x)^2$

Pole dużego kwadratu: $(3x)^2 = 9x^2$

Obliczymy pole prostokąta $ABCD$ sumując pola sześciu kwadratów:

$$3 \cdot x^2 + (3x)^2 + 2 \cdot (1{,}5x)^2 = 16{,}5x^2$$

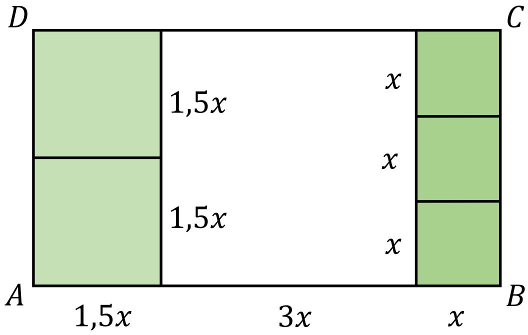
Połowa pola prostokąta $ABCD$:

$$16{,}5x^2 : 2 = 8{,}25x^2$$

Zatem duży kwadrat zajmuje więcej niż połowę pola prostokąta $ABCD$.

II sposób

Jeśli długość boku małego kwadratu oznaczymy jako x, to duży kwadrat ma bok o długości $3x$, a średni ma bok o długości $1{,}5x$.



Obliczymy długość boku AB prostokąta $ABCD$:

$$1{,}5x + 3x + x = 5{,}5x$$

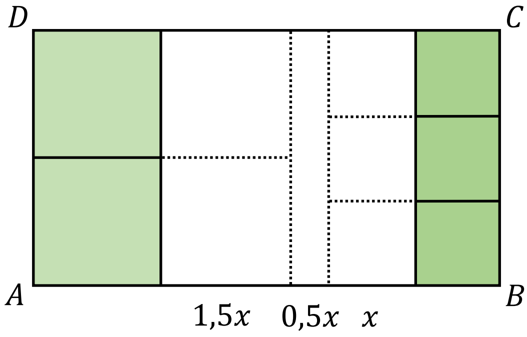
Podzielimy prostokąt $ABCD$ na trzy prostokąty o tej samej wysokości AD:
pierwszy złożony z dwóch średnich kwadratów, drugi – duży kwadrat, a trzeci złożony z trzech małych kwadratów.
Duży kwadrat ma bok o długości $3x$.
Połowa długości odcinka AB to $2{,}75x$.

$$2{,}75x \cdot 3x < 3x \cdot 3x$$

Zatem duży kwadrat zajmuje więcej niż połowę pola prostokąta $ABCD$.

III sposób

Zauważymy, że dwa średnie kwadraty o boku długości $1{,}5x$ zajmują połowę powierzchni dużego kwadratu, a trzy małe kwadraty o boku długości x zajmują powierzchnię mniejszą niż połowa powierzchni dużego kwadratu.



Zatem duży kwadrat zajmuje więcej niż połowę pola prostokąta $ABCD.$

IV sposób

Bok średniego kwadratu jest o połowę mniejszy od boku dużego kwadratu. Stąd pole średniego kwadratu stanowi $\frac{1}{4}$ pola dużego kwadratu:

$$P_{śr} = \frac{1}{4} P_D, \text{ gdzie}$$

$P_{śr}$ – pole średniego kwadratu
P_D – pole dużego kwadratu

Bok małego kwadratu stanowi $\frac{1}{3}$ boku dużego kwadratu. Stąd pole małego kwadratu stanowi $\frac{1}{9}$ pola dużego kwadratu.

$$P_M = \frac{1}{9} P_D, \text{ gdzie}$$

P_M – pole małego kwadratu
P_D – pole dużego kwadratu

$$2 \cdot P_{śr} + 3 \cdot P_M = 2 \cdot \frac{1}{4} P_D + 3 \cdot \frac{1}{9} P_D = \frac{1}{2} P_D + \frac{1}{3} P_D = \frac{5}{6} P_D$$

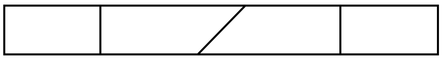
$$\frac{5}{6} P_D < P_D$$

Zatem duży kwadrat zajmuje więcej niż połowę pola prostokąta $ABCD.$

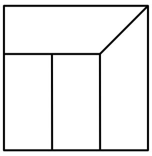
Zadanie 30. (0–3)

Prostokątny pasek papieru pocięto na cztery części w sposób przedstawiony na rysunku 1.
Z tych części ułożono figurę w kształcie kwadratu tak, jak pokazano na rysunku 2.
Pole tego kwadratu jest równe $36\ \mathrm{cm}^2$.

Rysunek 1.



Rysunek 2.



Oblicz obwód paska papieru przed pocięciem. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymagania szczegółowe

KLASY IV–VI
XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;
3) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek.

Zasady oceniania

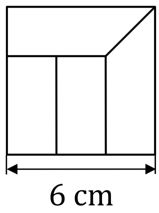
3 pkt – pełne rozwiązanie: poprawny sposób obliczenia obwodu paska papieru przed pocięciem, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką długości $(40\ \mathrm{cm})$.
2 pkt – poprawny sposób obliczenia obwodu paska papieru przed pocięciem
LUB
obliczenie wymiarów prostokątów i trapezów, z których zbudowany jest kwadrat (prostokąt: $2\ \mathrm{cm} \times 4\ \mathrm{cm}$, trapez: podstawy: $4\ \mathrm{cm}$ i $6\ \mathrm{cm}$, wysokość: $2\ \mathrm{cm}$).
1 pkt – poprawny sposób obliczenia długości boku kwadratu.
0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

Obliczymy długość boku kwadratu:

$$\sqrt{36} = 6\ (\text{cm})$$



Na długość boku kwadratu składają się 3 szerokości paska, czyli pasek miał szerokość:

$$6 : 3 = 2\ (\text{cm})$$

Pole paska jest równe polu kwadratu, obliczymy długość paska:

$$36 : 2 = 18\ (\text{cm})$$

Przed pocięciem pasek miał wymiary $2\ \text{cm} \times 18\ \text{cm}$, obliczymy obwód paska:

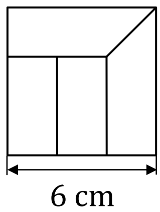
$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40\ (\text{cm})$$

Odpowiedź: Obwód paska papieru przed pocięciem był równy $40\ \text{cm}$.

II sposób

Obliczymy długość boku kwadratu:

$$\sqrt{36} = 6\ (\text{cm})$$



Na długość boku kwadratu składają się 3 szerokości paska, czyli pasek miał szerokość:

$$6 : 3 = 2\ (\text{cm})$$

Długość dłuższej podstawy trapezu jest równa długości boku kwadratu, czyli $6\ \text{cm}$.
Obliczymy długość krótszej podstawy trapezu:

$$6 - 2 = 4\ (\text{cm})$$

Długość drugiego boku mniejszego prostokąta jest równa długości krótszej podstawy trapezu, czyli $4\ \text{cm}$.
Obliczymy długość paska papieru przed pocięciem:

$$4 + 6 + 4 + 4 = 18\ (\text{cm})$$

Obliczymy obwód paska papieru:

$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40\ (\text{cm})$$

Odpowiedź: Obwód paska papieru przed pocięciem był równy $40\ \text{cm}$.

Zadanie 31. (0–3)

Trzy sąsiadki zamówiły wspólnie kawę w sklepie internetowym. Kawa dla pani Malinowskiej miała kosztować 120 zł, a dla pani Wiśniewskiej i dla pani Śliwińskiej – po 90 zł. Sąsiadki przy zakupie otrzymały rabat i za zamówioną kawę zapłaciły 260 zł.

Oblicz, ile pieniędzy powinna zapłacić każda z pań, aby jej wpłata była proporcjonalna do pierwotnej wartości zamówienia. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:
3) stosuje podział proporcjonalny.

Zasady oceniania

3 pkt – pełne rozwiązanie: poprawny sposób obliczenia kwot, które powinny zapłacić panie Malinowska, Wiśniewska i Śliwińska proporcjonalnie do pierwotnej wartości zamówienia, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (p. Malinowska: 104 zł, p. Śliwińska: 78 zł, p. Wiśniewska: 78 zł).

2 pkt – poprawny sposób obliczenia kwot, które powinna zapłacić każda z sąsiadek.

1 pkt – poprawny sposób obliczenia, jaką częścią pierwotnej wartości zamówienia jest kawa zamówiona dla jednej z sąsiadek, np. zapisanie $\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$

LUB

poprawny sposób wyznaczenia stosunku wartości zamówień, np. zapisanie $4 : 3 : 3$,

LUB

poprawny sposób wyznaczenia stosunku należności po rabacie do pierwotnej wartości zamówienia, np. zapisanie $\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$,

LUB

poprawny sposób wyznaczenia stosunku rabatu do pierwotnej wartości zamówienia, np. zapisanie $\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$.

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

Pierwotna wartość zamówienia to 300 zł.
Koszt kawy pani Malinowskiej stanowi:

$$\frac{120}{300} = \frac{4}{10} \text{ tej kwoty}$$

Obliczymy kwotę do zapłaty przez panią Malinowską:

$$\frac{4}{10} \cdot 260 \text{ zł} = 104 \text{ (zł)}$$

Obliczymy łączną kwotę do zapłaty przez panie Wiśniewską i Śliwińską:

$$260 \text{ zł} - 104 \text{ zł} = 156 \text{ (zł)}$$

Obliczymy kwotę do zapłaty przez każdą z pań: Wiśniewską oraz Śliwińską:

$$156 : 2 = 78 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Pani Malinowska powinna zapłacić 104 zł, a panie Wiśniewska i Śliwińska po 78 zł.

II sposób

Obliczymy stosunek pierwotnych wartości zamówień:

$$120 : 90 : 90 = 4 : 3 : 3$$

$$4 + 3 + 3 = 10$$

$$260 \text{ zł} : 10 = 26 \text{ (zł)}$$

Obliczymy kwotę do zapłaty przez panią Malinowską:

$$4 \cdot 26 \text{ zł} = 104 \text{ (zł)}$$

Obliczymy kwotę do zapłaty przez każdą z pań: Wiśniewską oraz Śliwińską:

$$3 \cdot 26 \text{ zł} = 78 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Pani Malinowska powinna zapłacić 104 zł, a panie Wiśniewska i Śliwińska po 78 zł.

III sposób

Pierwotna wartość zamówienia to 300 zł. Sąsiadki zapłaciły za zamówioną kawę 260 zł.

$$\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$$

Każda z pań powinna zapłacić $\frac{13}{15}$ pierwotnej wartości swojego zamówienia, obliczymy kwotę do zapłaty przez panią Malinowską:

$$\frac{13}{15} \cdot 120 = 13 \cdot 18 = 104 \text{ (zł)}$$

Obliczymy kwotę do zapłaty przez panie Wiśniewską i Śliwińską:

$$\frac{13}{15} \cdot 90 = 13 \cdot 6 = 78 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Pani Malinowska powinna zapłacić 104 zł, a panie Wiśniewska i Śliwińska po 78 zł.

IV sposób

Pierwotna wartość zamówienia to 300 zł. Sąsiadki zapłaciły za zamówioną kawę 260 zł, zatem kwota rabatu jest równa 40 zł.

$$\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$$

Każda z pań powinna zapłacić o $\frac{2}{15}$ pieniędzy mniej niż zakładano pierwotnie.
Obliczymy kwotę rabatu i kwotę do zapłaty przez panią Malinowską:

$$\frac{2}{15} \cdot 120 = 2 \cdot 8 = 16 \text{ (zł)}$$

$$120 - 16 = 104 \text{ (zł)}$$

Obliczymy kwotę rabatu i kwotę do zapłaty przez panie Wiśniewską i Śliwińską:

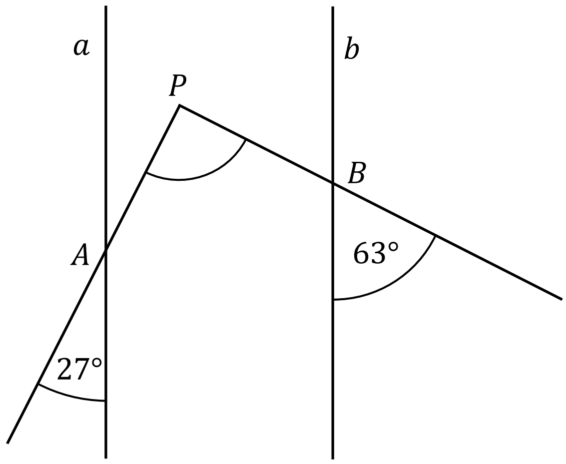
$$\frac{2}{15} \cdot 90 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ (zł)}$$

$$90 - 12 = 78 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Pani Malinowska powinna zapłacić 104 zł, a panie Wiśniewska i Śliwińska po 78 zł.

Zadanie 32. (0–2)

Proste a i b są równoległe. Półproste PA i PB przecinają te proste, w punktach A i B w wyniku czego tworzą z nimi kąty ostre o miarach podanych na rysunku.



Uzasadnij, że kąt APB jest prosty.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:
3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych.

Zasady oceniania

2 pkt – pełne rozwiązanie: sformułowanie poprawnego uzasadnienia, że kąt APB ma miarę $90°$, zatem jest kątem prostym.

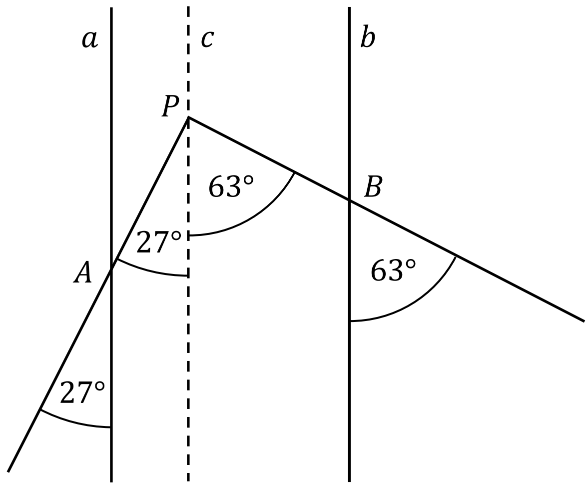
1 pkt – poprowadzenie prostej c **oraz** zapisanie poprawnej miary co najmniej jednego kąta odpowiadającego do $27°$ lub $63°$
LUB
poprowadzenie prostej c **oraz** zapisanie poprawnej miary kątów co najmniej jednego z trójkątów APC lub BDP,
LUB
przedłużenie prostej PB lub AP **oraz** zapisanie poprawnej miary kąta odpowiadającego w trójkącie APC lub BDP,
LUB
poprowadzenie prostej c **oraz** ustalenie miar kątów rozwartych pięciokąta $ACDBP$,
LUB
poprowadzenie prostej c **oraz** zapisanie poprawnych miar kątów CAP i PBC czworokąta $ACBP$.

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

Przez punkt P poprowadzimy prostą c równoległą do prostych a i b.



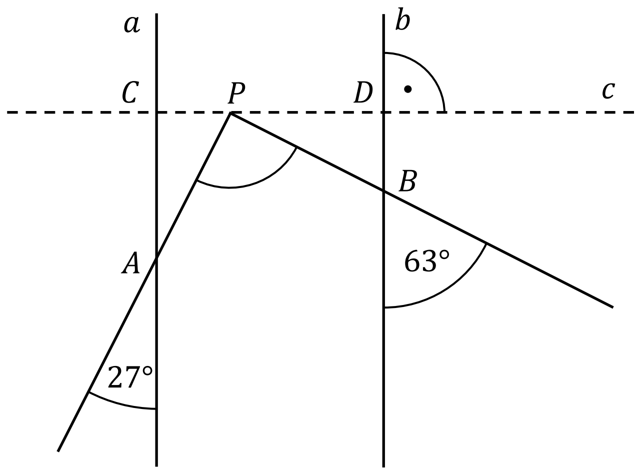
Dzieli ona kąt APB na dwie części, z których jedna jest kątem odpowiadającym do kąta o mierze $27°$, a druga – do kąta o mierze $63°$, zatem

$$|\sphericalangle APB| = 27° + 63° = 90°.$$

Kąt APB jest kątem prostym.

II sposób

Przez punkt P poprowadzimy prostą c prostopadłą do a i b. Wyznacza ona dwa trójkąty prostokątne APC i BDP.



Ustalimy miary kątów ostrych tych trójkątów:

$$|\sphericalangle CPA| = 90° - 27° = 63° \text{ oraz}$$
$$|\sphericalangle BPD| = 90° - 63° = 27°$$

Obliczymy miarę kąta APB:

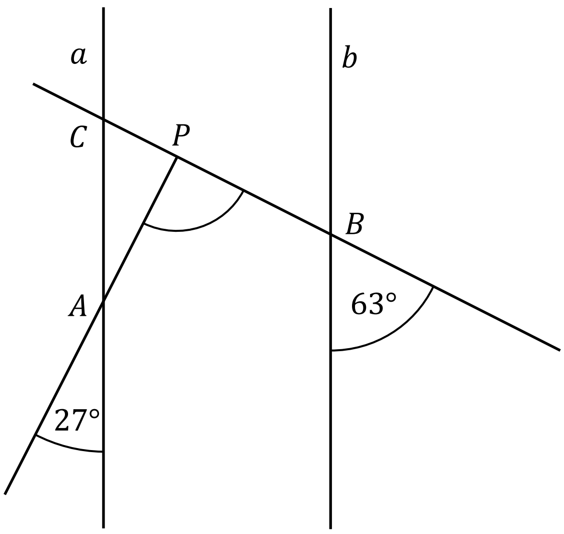
$$|\sphericalangle APB| = 180° - (27° + 63°) = 90°$$

Kąt APB jest kątem prostym.

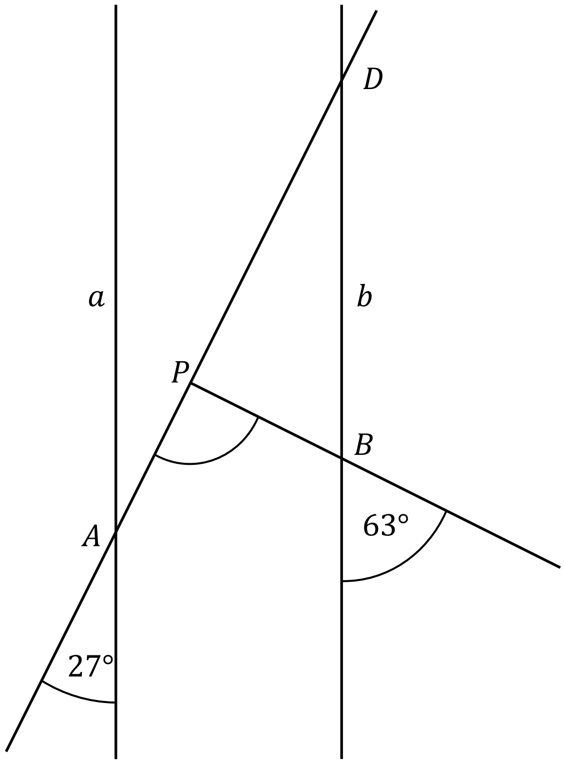
III sposób

Przedłużymy półprostą PB do przecięcia z prostą a w punkcie C (rysunek 1.) lub półprostą AP do przecięcia z prostą b w punkcie D (rysunek 2.)

Rysunek 1.



Rysunek 2.



Ustalimy miary dwóch kątów w powstałych trójkątach APC lub BDP.
Jeden z kątów jest kątem wierzchołkowym, a drugi – kątem odpowiadającym do kątów o miarach odpowiednio $63°$ i $27°$.
Obliczymy miarę trzeciego kąta w powstałych trójkątach APC lub BDP.

$$|\sphericalangle CPA| = 180° - (27° + 63°) = 90°$$

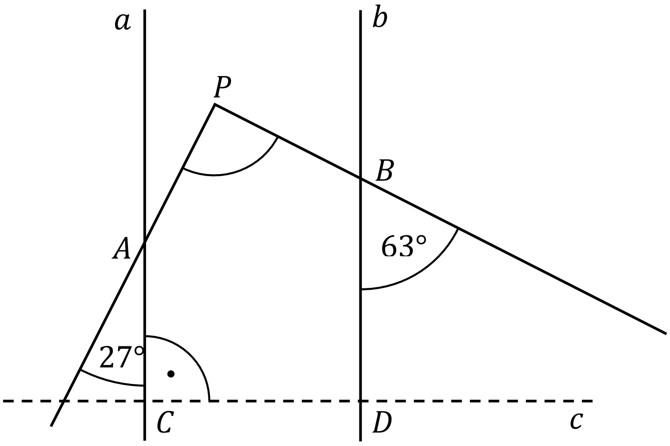
Kąt APB jest kątem przyległym do kąta CPA, czyli jest kątem prostym.

$$|\sphericalangle BPD| = 180° - (27° + 63°) = 90°$$

Kąt APB jest kątem przyległym do kąta BPD, czyli jest kątem prostym.

IV sposób

Poprowadzimy prostą c prostopadłą do a i b tak, aby powstał pięciokąt wypukły $ACDBP$.



Ustalimy miary kątów rozwartych tego pięciokąta:

$$|\sphericalangle CAP| = 180° - 27° = 153°$$
$$|\sphericalangle PBD| = 180° - 63° = 117°$$

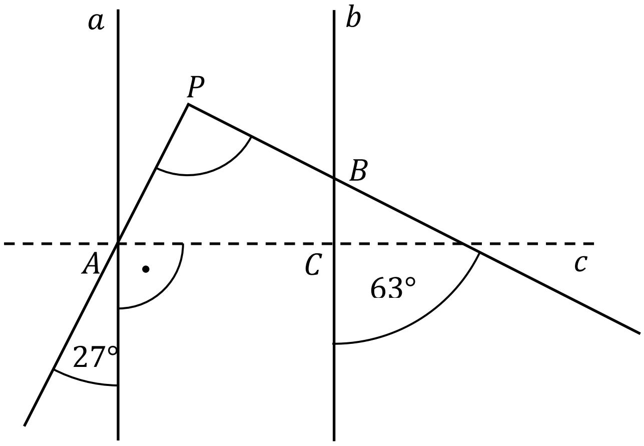
Obliczymy miarę kąta APB:

$$|\sphericalangle APB| = 540° - (90° + 90° + 117° + 153°) = 90°$$

Kąt APB jest kątem prostym.

V sposób

Przez punkt A poprowadzimy prostą c prostopadłą do a i b. Wyznacza ona czworokąt $ACBP$.



Ustalimy miary dwóch kątów tego czworokąta:

$$|\sphericalangle PBC| = 180° - 63° = 117°$$
$$|\sphericalangle CAP| = 90° - 27° = 63°$$

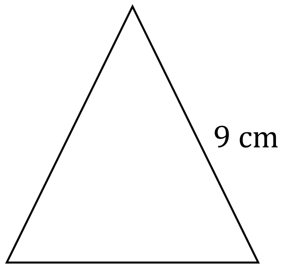
Obliczymy miarę kąta APB:

$$|\sphericalangle APB| = 360° - (90° + 117° + 63°) = 90°$$

Kąt APB jest kątem prostym.

Zadanie 33. (0–3)

Trójkąt przedstawiony na rysunku jest ścianą boczną ostrosłupa prawidłowego czworokątnego.



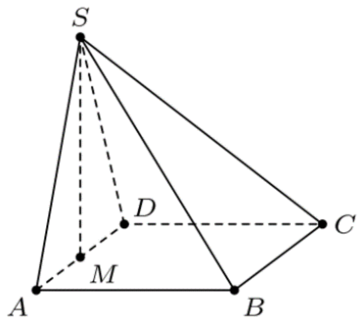
Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:
3) oblicza objętości ostrosłupów i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe w zadaniach nie trudniejszych niż w przykładzie:
Prostokąt $ABCD$ jest podstawą ostrosłupa $ABCDS$, punkt M jest środkiem krawędzi AD, odcinek MS jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące długości krawędzi: $AD = 10$ cm, $AS = 13$ cm oraz $AB = 20$ cm.



Oblicz objętość ostrosłupa.

Zasady oceniania

3 pkt – pełne rozwiązanie: poprawny sposób obliczenia pola powierzchni całkowitej ostrosłupa, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką: $(64 + 16\sqrt{65})\ \mathrm{cm}^2$.

2 pkt – poprawny sposób obliczenia pola jednej ściany bocznej ***oraz*** poprawny sposób obliczenia pola podstawy ostrosłupa
LUB

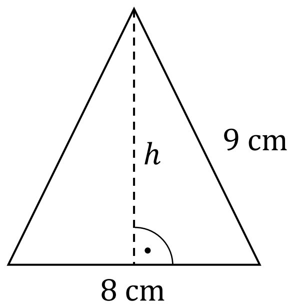
poprawny sposób obliczenia wysokości ściany bocznej ostrosłupa tzn. zastosowanie twierdzenia Pitagorasa ***oraz*** zapisanie, że pole powierzchni całkowitej ostrosłupa jest sumą pola kwadratu o boku długości $8\ \mathrm{cm}$ i pól czterech trójkątów o podstawie $8\ \mathrm{cm}$.

1 pkt – poprawny sposób obliczenia wysokości ściany bocznej ostrosłupa tzn. zastosowanie twierdzenia Pitagorasa
LUB
zapisanie, że pole powierzchni całkowitej ostrosłupa jest sumą pola kwadratu o boku długości $8\ \mathrm{cm}$ i pól czterech trójkątów o podstawie $8\ \mathrm{cm}$

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa, obliczymy wysokość h ściany bocznej ostrosłupa:



$$4^2 + h^2 = 9^2$$
$$h^2 = 81 - 16 = 65$$
$$h = \sqrt{65}\ (\mathrm{cm})$$

Obliczymy pole ściany bocznej ostrosłupa:

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \sqrt{65} = 4\sqrt{65}\ \ (\mathrm{cm}^2)$$

Obliczymy pole powierzchni całkowitej ostrosłupa:

$$P = 8^2 + 4 \cdot 4\sqrt{65} = 64 + 16\sqrt{65}\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa jest równe $(64 + 16\sqrt{65})\ \mathrm{cm}^2$.

Zadanie 34. (0–2)

Jaskinię Książęcą może zwiedzić codziennie tylko dziesięć grup, które wchodzą po jednej w jednakowych odstępach czasu. Pierwsza grupa rozpoczyna zwiedzanie o $9:00$, a ostatnia – o $16:30$. Grupa harcerzy przyszła zwiedzić jaskinię o godzinie $13:25$.

Oblicz, ile co najmniej minut harcerze będą czekali na wejście do jaskini.
Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:
3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach.

Zasady oceniania

2 pkt – pełne rozwiązanie: poprawny sposób obliczenia minimalnego czasu oczekiwania na wejście do jaskini, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (35 minut).
1 pkt – poprawny sposób obliczenia czasu zwiedzania jaskini.
0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

Od godziny $9:00$ do $16:30$ mija 7 godzin i 30 minut, czyli 450 minut.
W tym okresie jest 9 wejść do jaskini, więc jedno zwiedzanie trwa
$450 : 9 = 50$ minut.

Od godziny $9:00$ do $13:25$ jest 265 minut, a ponieważ $265 = 5 \cdot 50 + 15$, więc najbliższe wejście będzie za
$50 - 15 = 35$ minut.
Odpowiedź: Harcerze będą czekali na wejście do jaskini co najmniej 35 minut.

II sposób

Od godziny $9:00$ do $16:30$ mija 7 godzin i 30 minut, czyli 450 minut.
W tym okresie jest 9 wejść do jaskini, więc jedno zwiedzanie trwa
$450 : 9 = 50$ minut.

Kolejne wejścia do jaskini przypadają w godzinach:
$9:00, 9:50, 10:40, 11:30, 12:20, 13:10, 14:00$.
Od godziny $13:25$ do $14:00$ jest 35 minut.

Odpowiedź: Harcerze będą czekali na wejście do jaskini co najmniej 35 minut.

Zadanie 35. (0–2)

Agnieszka zapisała liczbę czterocyfrową podzielną przez 7. Skreśliła w tej liczbie cyfrę jedności i otrzymała liczbę 496.

Jaką liczbę czterocyfrową zapisała Agnieszka? Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:
3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową sposobem pisemnym, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach).

Zasady oceniania

2 pkt – pełne rozwiązanie: poprawny sposób wyznaczenia liczby czterocyfrowej podzielnej przez 7, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (4963).
1 pkt – stwierdzenie, że każdy ze składników sumy $4900 + 6x$ jest podzielny przez 7,
LUB
zapisanie dzielenia pisemnego bez wskazania wyniku działania.
0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

Liczbę czterocyfrową zapisujemy jako $496x$, gdzie x oznacza cyfrę jedności.
Liczbę tę możemy zapisać w postaci sumy $4900 + 6x$.
Liczba 4900 jest podzielna przez 7.
Szukamy liczby dwucyfrowej podzielnej przez 7, której cyfra dziesiątek jest równa 6.
Przez 7 dzieli się tylko liczba 63.

Odpowiedź: Agnieszka zapisała liczbę 4963.

II sposób

Zapisujemy liczbę czterocyfrową w postaci $496x$, gdzie x oznacza cyfrę jedności i podzielimy ją przez 7.

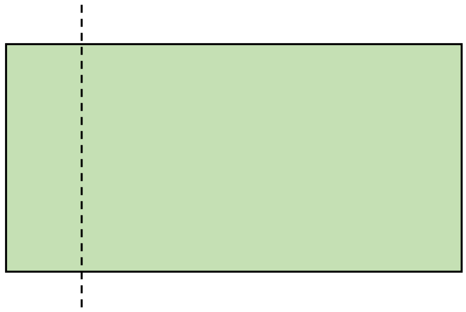
	7	0	9		
4	9	6	x	:	7
4	9				
		6	x		
		6	3		
			0		

Liczba dwucyfrowa $6x$ musi być podzielna przez 7, aby reszta z dzielenia była równa 0.
Stąd x musi być równy 3.

Odpowiedź: Agnieszka zapisała liczbę 4963.

Zadanie 36. (0–3)

Prostokąt o bokach długości 12 i 6 podzielono na dwa prostokąty (zobacz rysunek). Obwód jednego z prostokątów otrzymanych w wyniku podziału jest 2 razy większy od obwodu drugiego prostokąta.



Oblicz wymiary prostokąta o mniejszym obwodzie. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.

Zasady oceniania

3 pkt – pełne rozwiązanie: poprawny sposób obliczenia wymiarów prostokąta o mniejszym obwodzie, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy $(6$ i $2)$.

2 pkt – zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia długości krótszego boku prostokąta o mniejszym obwodzie
LUB
poprawny sposób obliczenia obwodu mniejszego prostokąta,
LUB
sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych par długości boków większego i mniejszego prostokąta, w tym odpowiednio dla liczb: 10 i 2, ale bez podania wymiarów prostokąta o mniejszym obwodzie (metoda prób i błędów).

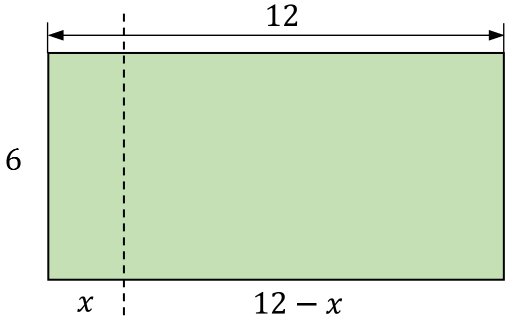
1 pkt – poprawny sposób oznaczenia długości dwóch boków otrzymanych prostokątów
LUB
stwierdzenie, że po przesunięciu linii podziału suma obwodów otrzymanych figur się nie zmieni,
LUB
dokonanie podziału prostokąta na dwa mniejsze prostokąty i obliczenie obwodów otrzymanych figur (metoda prób i błędów).

0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób

Dzielimy prostokąt na dwa prostokąty. Dwa boki otrzymanych prostokątów oznaczamy tak, jak pokazano na rysunku.



Obwód mniejszego prostokąta jest równy:

$$2 \cdot x + 2 \cdot 6 = 2x + 12$$

Obwód większego prostokąta jest równy:

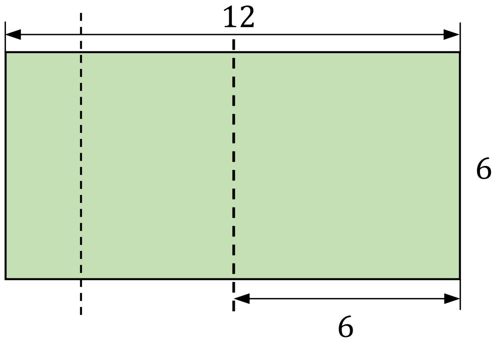
$$2 \cdot (12 - x) + 2 \cdot 6 = 36 - 2x$$

Obwód jednego prostokąta jest 2 razy większy od obwodu drugiego, co zapisujemy za pomocą równania:

$$36 - 2x = 2 \cdot (2x + 12)$$
$$36 - 2x = 4x + 24$$
$$6x = 12$$
$$x = 2$$

Odpowiedź: Prostokąt o mniejszym obwodzie ma wymiary 6 i 2.

II sposób



Dzielimy prostokąt na 2 kwadraty o obwodach 24.
Suma obwodów tych kwadratów jest równa 48.
Zauważymy, że jeśli przesuniemy linię podziału, suma obwodów otrzymanych figur się nie zmieni.
Łączny obwód szukanych prostokątów jest równy 48, stosunek tych obwodów jest równy $2 : 1$.
Zatem obwód mniejszego prostokąta jest równy

$$48 : 3 = 16$$

Skoro jeden bok tego prostokąta jest równy 6, to drugi bok ma długość

$$\frac{16}{2} - 6 = 2$$

Odpowiedź: Prostokąt o mniejszym obwodzie ma wymiary 6 i 2.

III sposób

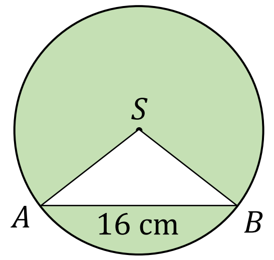
Dzielimy prostokąt na 2 kwadraty o obwodach 24.
Przesuwamy linię podziału i otrzymujemy dwa prostokąty.
W każdym z nich długość jednego boku zmienia się, a długość drugiego boku jest równa 6.
Sprawdzamy, jaki jest iloraz obwodów otrzymanych prostokątów.

większy prostokąt		mniejszy prostokąt		iloraz obwodu większego prostokąta do obwodu mniejszego prostokąta
długość jednego boku	obwód	długość jednego boku	obwód	
8	28	4	20	$\frac{28}{20} < 2$
9	30	3	18	$\frac{30}{18} < 2$
$\mathbf{10}$	$\mathbf{32}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{16}$	$\mathbf{\frac{32}{16} = 2}$
11	34	1	14	$\frac{34}{14} > 2$

Odpowiedź: Prostokąt o mniejszym obwodzie ma wymiary 6 i 2.

Zadanie 37. (0–3)

Na okręgu o środku S i promieniu $r = 10 \text{ cm}$ zaznaczono punkty A i B, takie że odcinek AB ma długość 16 cm. Następnie dorysowano odcinki AS i BS (zobacz rysunek).



Oblicz pole zacieniowanej figury. W obliczeniach przyjmij $\pi \approx 3,14$. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

Wymagania szczegółowe

KLASY IV–VI
XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
3) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek.
KLASY VII i VIII
XIV. Długość okręgu i pole koła. Uczeń:
3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy.

Zasady oceniania

3 pkt – pełne rozwiązanie: poprawny sposób obliczenia pola zacieniowanej figury, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką ($\approx 266 \text{ cm}^2$).

2 pkt – poprawny sposób obliczenia wysokości trójkąta ABS poprowadzonej z wierzchołka S tzn. zastosowanie twierdzenia Pitagorasa ***oraz*** poprawny sposób obliczenia pola trójkąta ABS o podstawie 16 cm

LUB

poprawny sposób obliczenia wysokości trójkąta ABS poprowadzonej z wierzchołka S tzn. zastosowanie twierdzenia Pitagorasa ***oraz*** poprawny sposób obliczenia pola koła o promieniu 10 cm,

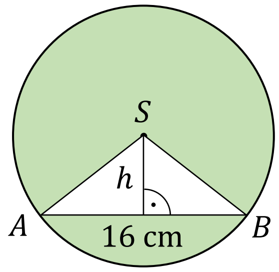
LUB

poprawny sposób obliczenia wysokości trójkąta ABS poprowadzonej z wierzchołka S tzn. zastosowanie twierdzenia Pitagorasa ***oraz*** poprawny sposób obliczenia pola zacieniowanej figury jako różnicy pola koła o promieniu 10 i pola trójkąta ABS o podstawie 16 cm.

1 pkt – poprawny sposób obliczenia wysokości trójkąta ABS poprowadzonej z wierzchołka S tzn. zastosowanie twierdzenia Pitagorasa
LUB
zapisanie, że pole zacieniowanej figury jest różnicą pola koła o promieniu 10 cm i pola trójkąta ABS o podstawie 16 cm.
0 pkt – rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

I sposób



Skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa, obliczymy wysokość trójkąta ABS:

$$8^2 + h^2 = 10^2$$
$$h^2 = 100 - 64 = 36$$
$$h = 6 \text{ (cm)}$$

Obliczymy pole trójkąta ABS:

$$P_{\Delta\, ABS} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy w przybliżeniu pole koła o promieniu $r = 10$ cm:

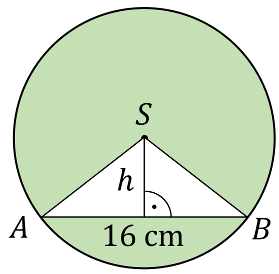
$$P_{koła} = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 100 \cdot 3{,}14 \approx 314 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole zacieniowanej figury:

$$P = P_{koła} - P_{\Delta\, ABS} \approx 314 - 48 \approx 266 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole zacieniowanej figury jest równe w przybliżeniu 266 cm^2.

II sposób



Skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa, obliczymy wysokość trójkąta ABS:

$$8^2 + h^2 = 10^2$$
$$h^2 = 100 - 64 = 36$$
$$h = 6 \text{ (cm)}$$

Obliczymy pole zacieniowanej figury:

$$P = P_{koła} - P_{\Delta\, ABS} = \pi \cdot 10^2 - \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 \approx 314 - 48 \approx 266 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole zacieniowanej figury jest równe w przybliżeniu 266 cm^2.

MATEMATYKA
Egzamin ósmoklasisty

E8

MATEMATYKA
Egzamin ósmoklasisty

E8

MATEMATYKA
Egzamin ósmoklasisty

E8