PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

27 LUTEGO 2016

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Suma szóstych potęg pierwiastków całkowitych równania $x^2 + ax + 2 = 0$ może być równa

A) 65 B) 33 C) 2 D) 9

ZADANIE 2 (1 PKT)

Ciąg (a_n) określony jest w następujący sposób $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = \sqrt{(4 - a_{n-1})(4 + a_{n-1})} \text{ dla } n \geqslant 2. \end{cases}$

Setny wyraz ciągu a_n jest równy

A) $2\sqrt{3}$ B) 2 C) 100 D) $4\sqrt{3}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Która z poniższych funkcji nie ma minimum lokalnego ani maksimum lokalnego?

A) $f(x) = |\log_{0,5} x|$ B) $f(x) = \pi^{-x}$ C) $f(x) = |\sin x|$ D) $f(x) = x^5 + x^2$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Równanie $4\sin x + 7\cos x = 4$

A) nie ma rozwiązań rzeczywistych.
B) ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
C) ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.
D) ma więcej niż dwa rozwiązania rzeczywiste.

ZADANIE 5 (1 PKT)

Liczba $\binom{20}{10}$ jest podzielna przez

A) 5 B) 33 C) 221 D) 51

ZADANIE 6 (2 PKT)

Liczby $-7,-1,5,11$ są miejscami zerowymi wielomianu czwartego stopnia $W(x)$. Wykaż, że dla dowolnej liczby rzeczywistej x spełniona jest równość $W(2-x)=W(2+x)$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz granicę $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3n}{\sqrt{n^2+1}}-\frac{9n}{\sqrt[3]{n^4+1}}\right)$.

ZADANIE 8 (3 PKT)

Oblicz pole trójkąta utworzonego przez prostą $x - y + 6 = 0$, oś Ox oraz styczną do wykresu funkcji $f(x) = (x + 3)(x + 1)(x - 2)$ w punkcie o pierwszej współrzędnej $x = -2$.

ZADANIE 9 (3 PKT)

Niech $a = \log_{\sqrt{6}} \sqrt[5]{4}$. Wykaż, że $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[3]{2} = \frac{10a}{12-15a}$.

ZADANIE 10 (3 PKT)

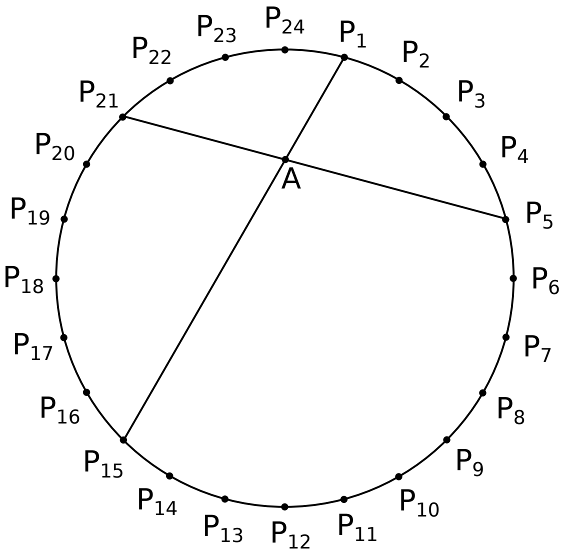
Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x i każdej liczby rzeczywistej m prawdziwa jest nierówność $18x^2 - 36mx + 22m^2 \geqslant 24x - 12m - 17$.

ZADANIE 11 (3 PKT)

O zdarzeniach losowych A, B wiadomo, że: $P(A \cup B) = 0,6$, $P(A) = 0,3$ i $P(A|B) = 0,25$. Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe $P(B|A)$.

ZADANIE 12 (3 PKT)

Punkty $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_{23}, P_{24}$ dzielą okrąg na 24 równe łuki (zobacz rysunek). Punkt A jest punktem przecięcia cięciw P_5P_{21} i P_1P_{15}.



Udowodnij, że $|\measuredangle P_{15}AP_{21}| = 75^\circ$.

ZADANIE 13 (4 PKT)

Dany jest trójkąt ABC oraz punkt D na jego boku AB taki, że $|AD| = \frac{2}{3}|AB|$. Z wierzchołka B poprowadzono środkową BE do boku AC. Punkt P jest punktem wspólnym odcinków CD i BE. Wykaż, że punkt P jest środkiem odcinka BE.

ZADANIE 14 (5 PKT)

W trójkącie ABC dane są: $|BC| = 7$, $|AB| + |AC| = 13$, $|AB| \cdot |AC| \cdot \cos\measuredangle BAC = 20$. Oblicz pole tego trójkąta.

ZADANIE 15 (5 PKT)

Rzucamy trzy razy monetą, a następnie rzucamy tyle razy kostką, ile orłów otrzymaliśmy w rzutach monetami. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma oczek otrzymanych w rzutach kostką jest dwa razy większa od liczby orłów otrzymanych w rzutach monetą jeżeli wiadomo, że w rzutach monetą otrzymaliśmy przynajmniej jednego orła.

ZADANIE 16 (6 PKT)

Współczynniki wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ spełniają warunek: $a - b + c = 1$. Trzy pierwiastki tego wielomianu tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy równej 3. Oblicz współczynniki $a,\ b$ i c . Rozważ wszystkie możliwe przypadki.

Zadanie 17 (6 pkt)

Rozpatrujemy wszystkie walce, których pole powierzchni całkowitej jest równe 12π. Wyznacz wysokość tego spośród rozpatrywanych walców, którego objętość jest największa. Oblicz tę objętość.