Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

POZIOM ROZSZERZONY

18 kwietnia 2020

Czas pracy: 180 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Dla dowolnych liczb $x > 0$, $x \neq 1$, $y > 0$, $y \neq 1$ wartość wyrażenia $\left(\log_{\sqrt{x}} \sqrt[3]{y}\right) \cdot \left(\log_{y} \sqrt[4]{x}\right)$ jest równa

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{24}$ D) $\frac{1}{6}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Która z poniższych funkcji jest rosnąca w zbiorze $(-\infty, +\infty)$?

A) $f(x) = x^3 + 5x^2 + 10$ B) $f(x) = x^4 + 1$
C) $f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$ D) $f(x) = x^5 - x$

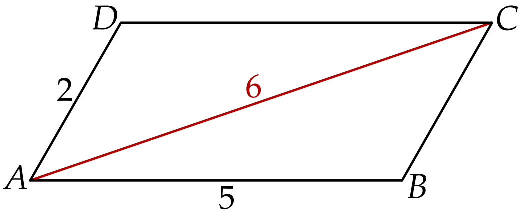
ZADANIE 3 (1 PKT)

Wiadomo, że wśród pierwiastków wielomianu $330x^4 - 371x^3 + 141x^2 - 21x + 1$ są odwrotności czterech różnych liczb pierwszych. Mediana wszystkich pierwiastków tego wielomianu jest równa

A) $\frac{4}{15}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{6}{35}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Boki równoległoboku $ABCD$ mają długości 2 i 5, a jego dłuższa przekątna ma długość 6.



Pole tego równoległoboku jest równe

A) $\sqrt{39}$ B) 48 C) $48\sqrt{3}$ D) $\frac{3}{2}\sqrt{39}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Zbiorem rozwiązań nierówności $2^{x+1} \leqslant 6^x$ jest przedział

A) $\langle \log_2 3, +\infty)$ B) $(-\infty, \log_3 2\rangle$ C) $(-\infty, \log_2 3\rangle$ D) $\langle \log_3 2, +\infty)$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Oblicz granicę $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{8n-9n^2}{5n^2-7n-3n^3+5}-\frac{1-n^4}{5n^3+2}\right)$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

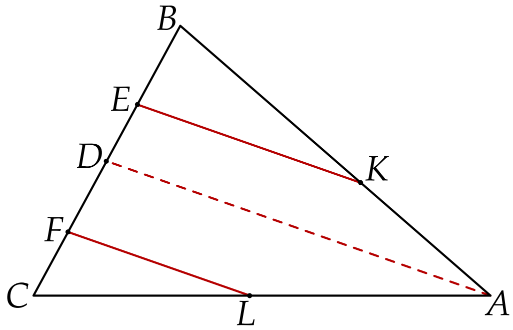
Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \frac{7-16x^2}{x^2+3}$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Oblicz wartość $f'(-9)$ pochodnej tej funkcji dla argumentu -9.

ZADANIE 8 (2 PKT)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) określony dla $n \geqslant 1$, w którym $a_1 < 0$. Suma S wszystkich wyrazów tego ciągu jest skończona i spełnia nierówność $S \geqslant 4a_2$. Wyznacz iloraz tego ciągu.

ZADANIE 9 (3 PKT)

Na bokach AB i AC trójkąta ABC wybrano odpowiednio punkty K i L w ten sposób, że $|BK| = |AL|$. Punkt D jest środkiem odcinka BC. Przez punkty K i L poprowadzono proste równoległe do AD, które wyznaczyły na boku BC punkty E i F odpowiednio (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli $|BC| = 2|EF|$, to $|AB| = |AC|$.



ZADANIE 10 (3 PKT)

Funkcja f jest wielomianem stopnia 3, a jej wykres znajduje się powyżej osi Ox na zbiorze $(-\infty,-3)\cup(-3,1)$. Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji f w punkcie $x=-\frac{3}{2}$ jeżeli wiadomo, że styczna ta jest równoległa do prostej $4y-7x+2=0$.

Zadanie 11 (3 pkt)

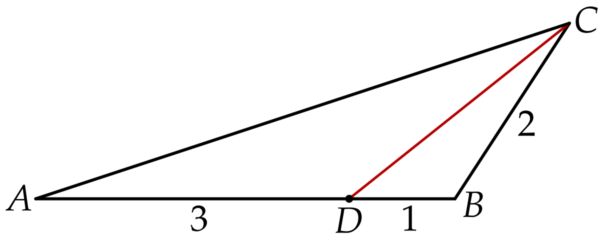
Wykaż, że $3\sin\frac{\pi}{9} - \sin\frac{\pi}{3} = 4\sin^3\frac{\pi}{9}$.

ZADANIE 12 (4 PKT)

Czterdzieści osób usadzono w sposób losowy przy czterech dziesięcioosobowych okrągłych stołach. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że trzy ustalone wcześniej osoby siedzą przy jednym stole.

Zadanie 13 (4 pkt)

Na boku AB trójkąta ABC wybrano punkt D w ten sposób, że $|AD| = 3|BD| = 3$. Bok BC tego trójkąta ma długość 2. Oblicz stosunek długości odcinków AC i DC.



ZADANIE 14 (4 PKT)

Punkt $S = \left(1, \frac{5}{2}\right)$ leży wewnątrz figury F opisanej układem nierówności

$$\begin{cases} x \geqslant 2|y-3|-8 \\ x \leqslant 10-2|y-2|. \end{cases}$$

Wyznacz równanie największego okręgu o środku S, który jest zawarty wewnątrz figury F.

Zadanie 15 (5 pkt)

Wielomian określony wzorem $W(x) = 2x^3 + (m^3 - 1)x^2 - 11x - 2(8m + 1)$ jest podzielny przez dwumian $(x + 2)$ oraz przy dzieleniu przez dwumian $(x - 1)$ daje resztę 12. Oblicz m i dla wyznaczonej wartości m rozwiąż nierówność $W(x) \geqslant 0$.

Zadanie 16 (6 pkt)

Objętość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego jest równa 8, a przekątne dwóch ścian bocznych poprowadzone z jednego wierzchołka tworzą kąt α. Oblicz długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa.

Zadanie 17 (7 pkt)

Rozpatrujemy trapezy równoramienne $ABCD$ o przekątnej długości 1 i sumie długości podstaw równej x. Zapisz pole trapezu $ABCD$ jako funkcję zmiennej x. Wyznacz dziedzinę tej funkcji i oblicz sumę długości podstaw tego z rozważanych trapezów, którego pole jest największe. Oblicz to największe pole.