

SPRAWDZIAN PO KLASIE 1. ROZSZERZENIE

ZADANIE 1 (5 PKT)

Uzasadnij, że jeśli $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} = \frac{a+b}{2}$ to $a = b$.

ZADANIE 2 (5 PKT)

Wiadomo, że $a > 0$ i $\frac{1}{a} + a = 2$. Wykaż, że $a^2 + \frac{1}{a^2} = a + \frac{1}{a}$.

ZADANIE 3 (5 PKT)

Wykaż, że jeżeli n jest liczbą nieparzystą to liczba

$$(n-1)(n+1)(n+3)$$

jest liczbą podzielną przez 48.

ZADANIE 4 (5 PKT)

Wykaż, że kwadrat liczby całkowitej dającej z dzielenia przez 3 resztę 2, przy dzieleniu przez 3 daje resztę 1.

ZADANIE 5 (5 PKT)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b spełniona jest nierówność

$$\sqrt[4]{\frac{a^4 + b^4}{2}} \geq \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}.$$

ZADANIE 6 (5 PKT)

Wykaż, że prawdziwa jest nierówność $\sqrt{2^{50} + 1} + \sqrt{2^{50} - 1} < 2^{26}$.

ZADANIE 7 (5 PKT)

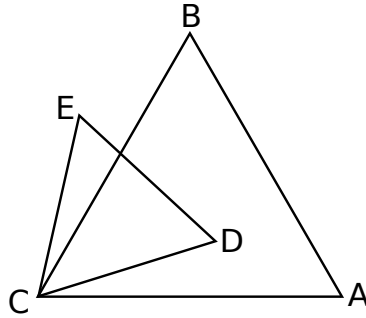
Rozwiąż nierówność $||x - 1| - 2| < 1$.

ZADANIE 8 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność $|x + 3| + |3x + 9| < |x + 5|$.

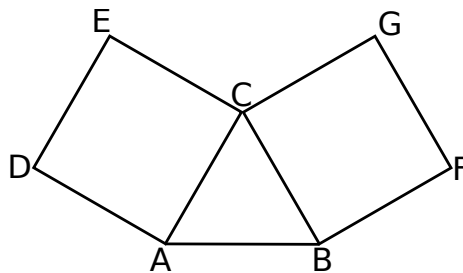
ZADANIE 9 (5 PKT)

Trójkąty równoboczne ABC i CDE są położone tak, jak na poniższym rysunku. Wykaż, że $|AD| = |BE|$.



ZADANIE 10 (5 PKT)

Na bokach trójkąta równobocznego zbudowano dwa kwadraty w sposób pokazany na rysunku.



Wykaż, że punkty A , E i F są wierzchołkami trójkąta prostokątnego.

ZADANIE 11 (5 PKT)

Wiedząc, że $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$, oblicz wartość wyrażenia $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

ZADANIE 12 (5 PKT)

Wykaż, że nie istnieje kąt ostry α taki, że $\cos^2 \alpha = \frac{5}{4} + \sin^2 \alpha$.

ZADANIE 13 (5 PKT)

Za 4 lata Ula będzie miała dwa razy więcej lat niż miała 2 lata temu. Ile lat ma Ula?