

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

8 KWIETNIA 2017

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = |2 + 0,5^{x-2}| - 4$ dla każdej liczby rzeczywistej. Zbiorem wartości funkcji f jest

- A) $\langle 2, 4 \rangle$ B) $(-2, +\infty)$ C) $\langle 2, +\infty \rangle$ D) $(-4, +\infty)$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Wielomian $W(x) = 3x^5 + px^3 - (p-1)x^2 + 5x - 9$ jest podzielny przez dwumian $x^2 - 1$ dla p równego

- A) 6 B) -16 C) 4 D) -8

ZADANIE 3 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_{n+2} = a_n - a_{n+1} + n - 3$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wiadomo ponadto, że $a_5 = 3$ i $a_7 = 6$. Szósty wyraz tego ciągu jest równy

- A) -1 B) -2 C) 3 D) 5

ZADANIE 4 (1 PKT)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna jest 3 razy dłuższa od krawędzi podstawy. Wynika stąd, że cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równy

- A) $\frac{\sqrt{35}}{35}$ B) $\frac{\sqrt{34}}{34}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{3}$

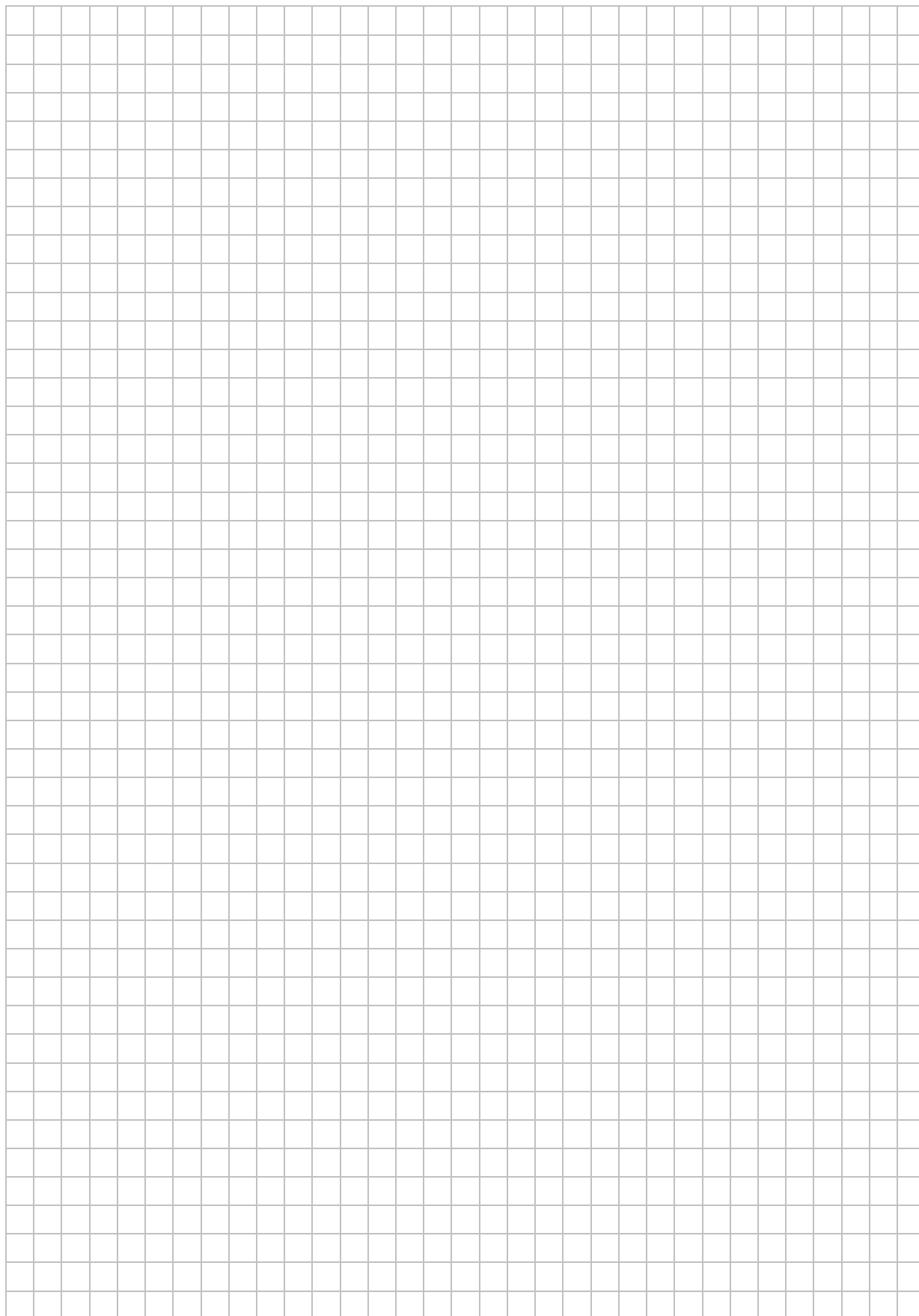
ZADANIE 5 (1 PKT)

Granica $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2-3n^5)^3}{(3-2n^3)^5}$ jest równa

- A) $\frac{27}{32}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{8}{243}$ D) $\frac{3}{2}$

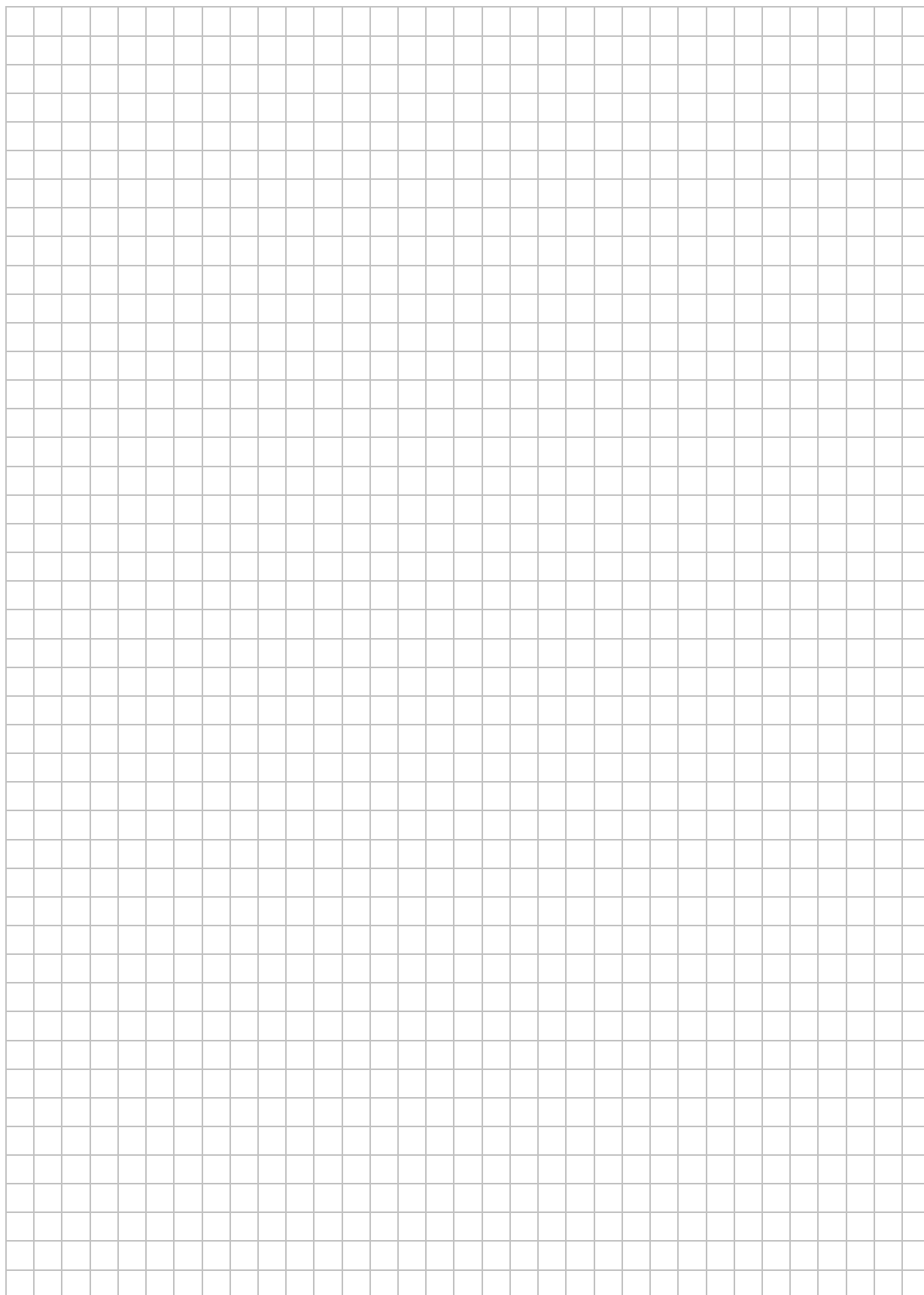
ZADANIE 6 (2 PKT)

Suma wszystkich wyrazów ciągu danego wzorem $a_n = (\log_8 x)^n$, gdzie $n \geq 1$ jest równa $\frac{1}{2}$.
Oblicz x .



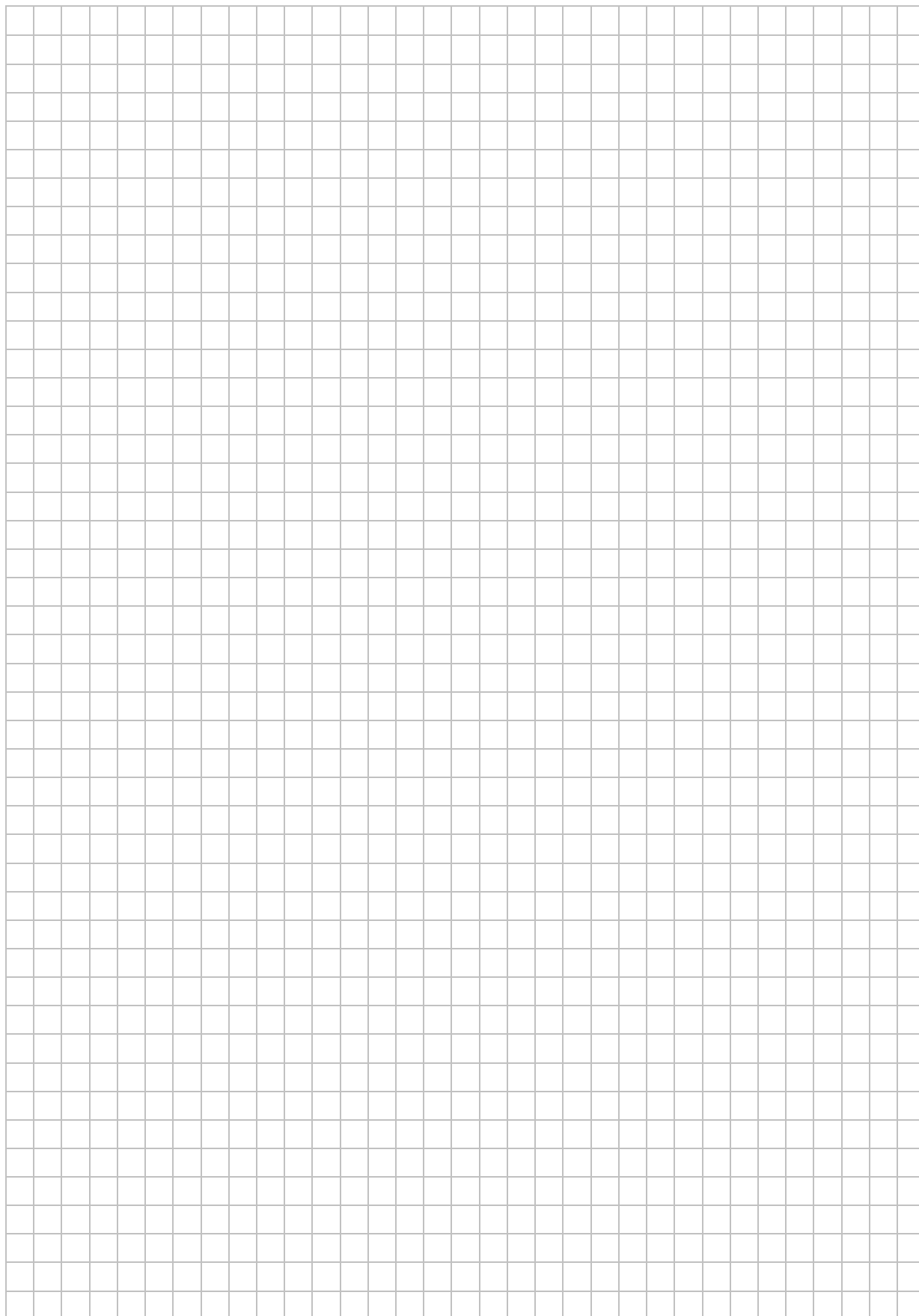
ZADANIE 7 (3 PKT)

Dany jest trójkąt prostokątny o polu 6, w którym długość przeciwprostokątnej jest liczbą z przedziału $\langle 5, 6 \rangle$. Wykaż, że suma długości przyprostokątnych tego trójkąta jest liczbą z przedziału $\langle 7, 2\sqrt{15} \rangle$.



ZADANIE 8 (3 PKT)

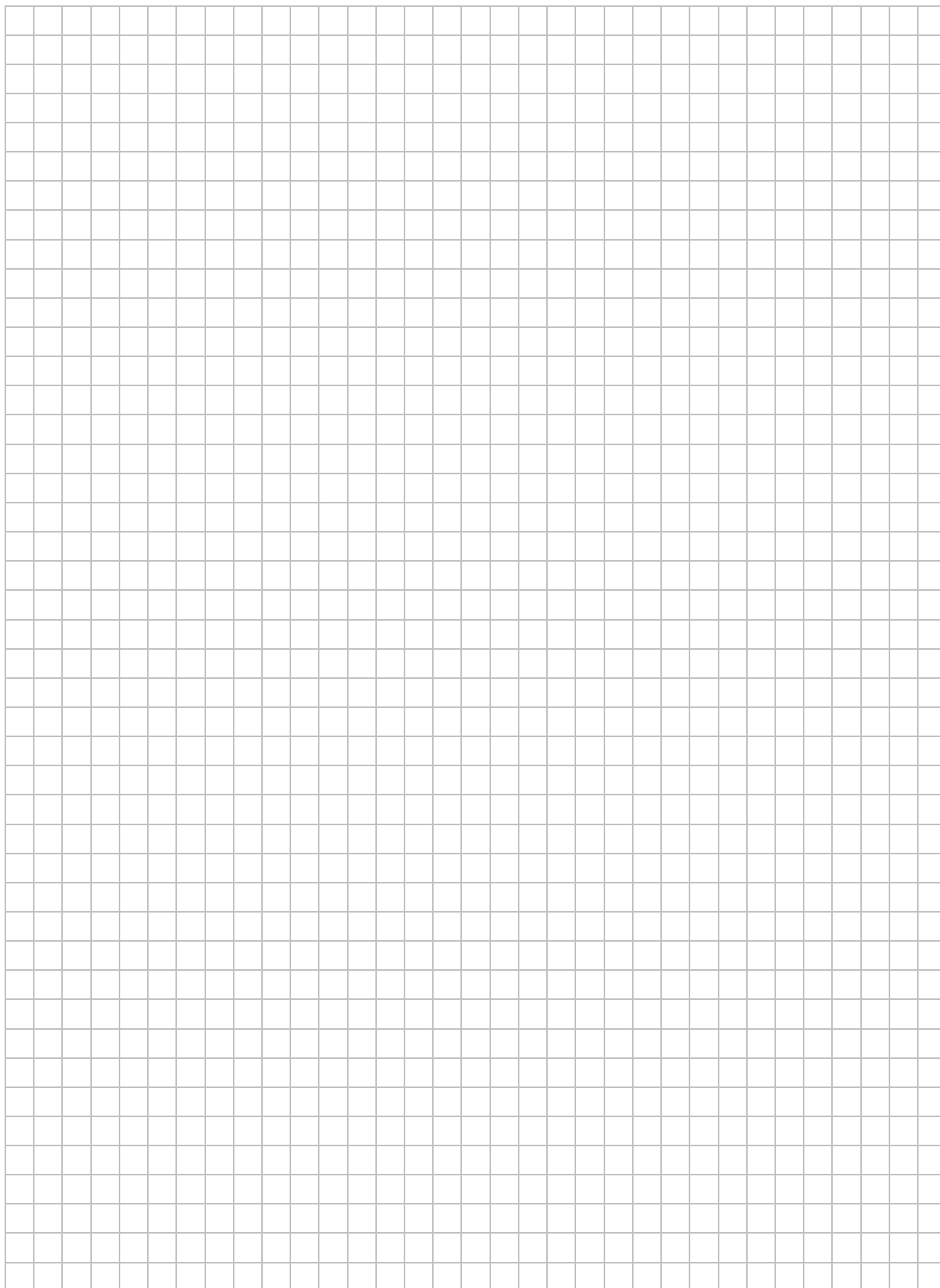
Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = x^3 - 3x + 2$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji f , które przechodzą przez punkt $(2, -4)$.



ZADANIE 9 (3 PKT)

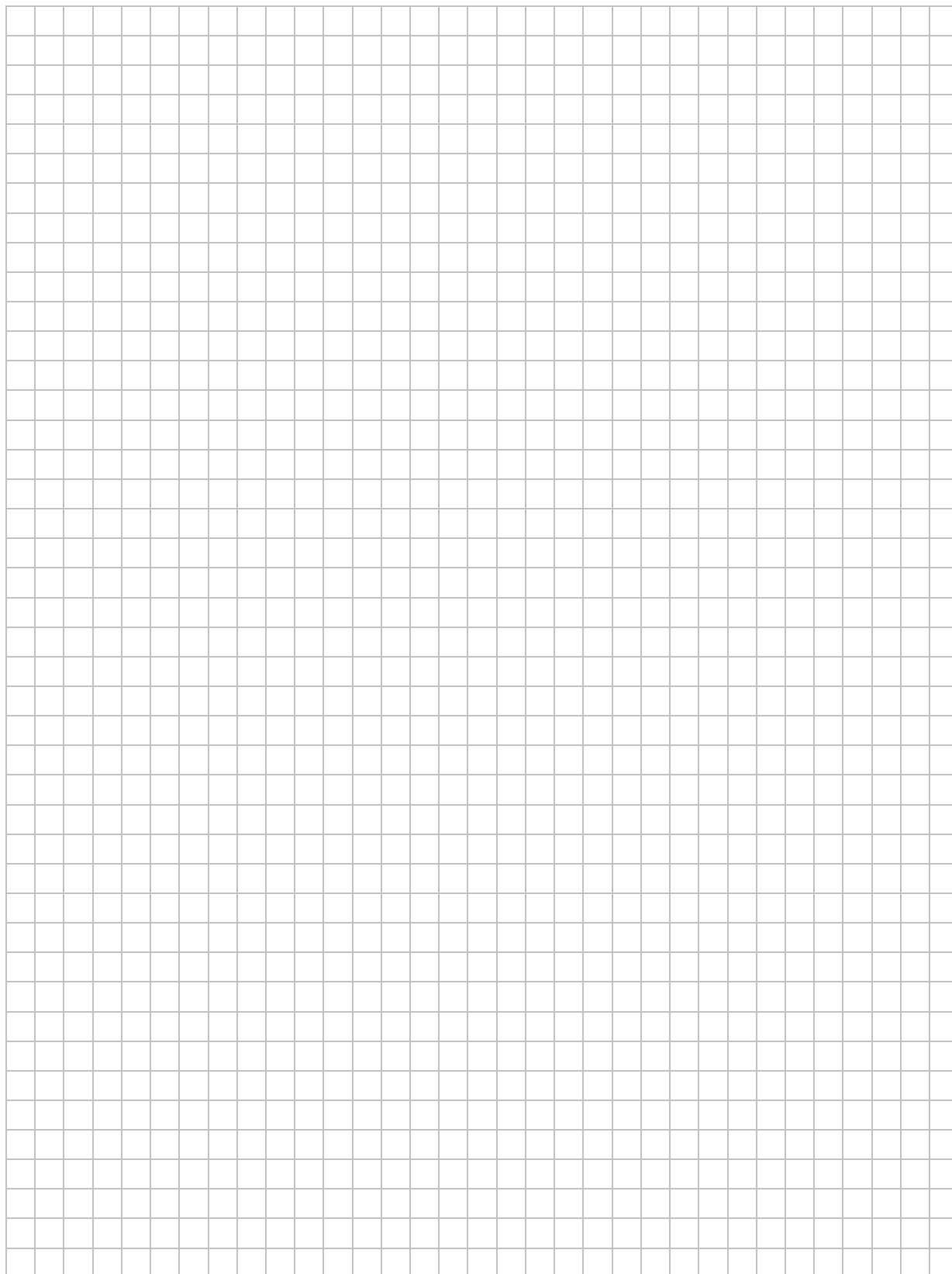
Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych a, b prawdziwa jest nierówność

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{\frac{a^2}{b}} + \sqrt{\frac{b^2}{a}}.$$



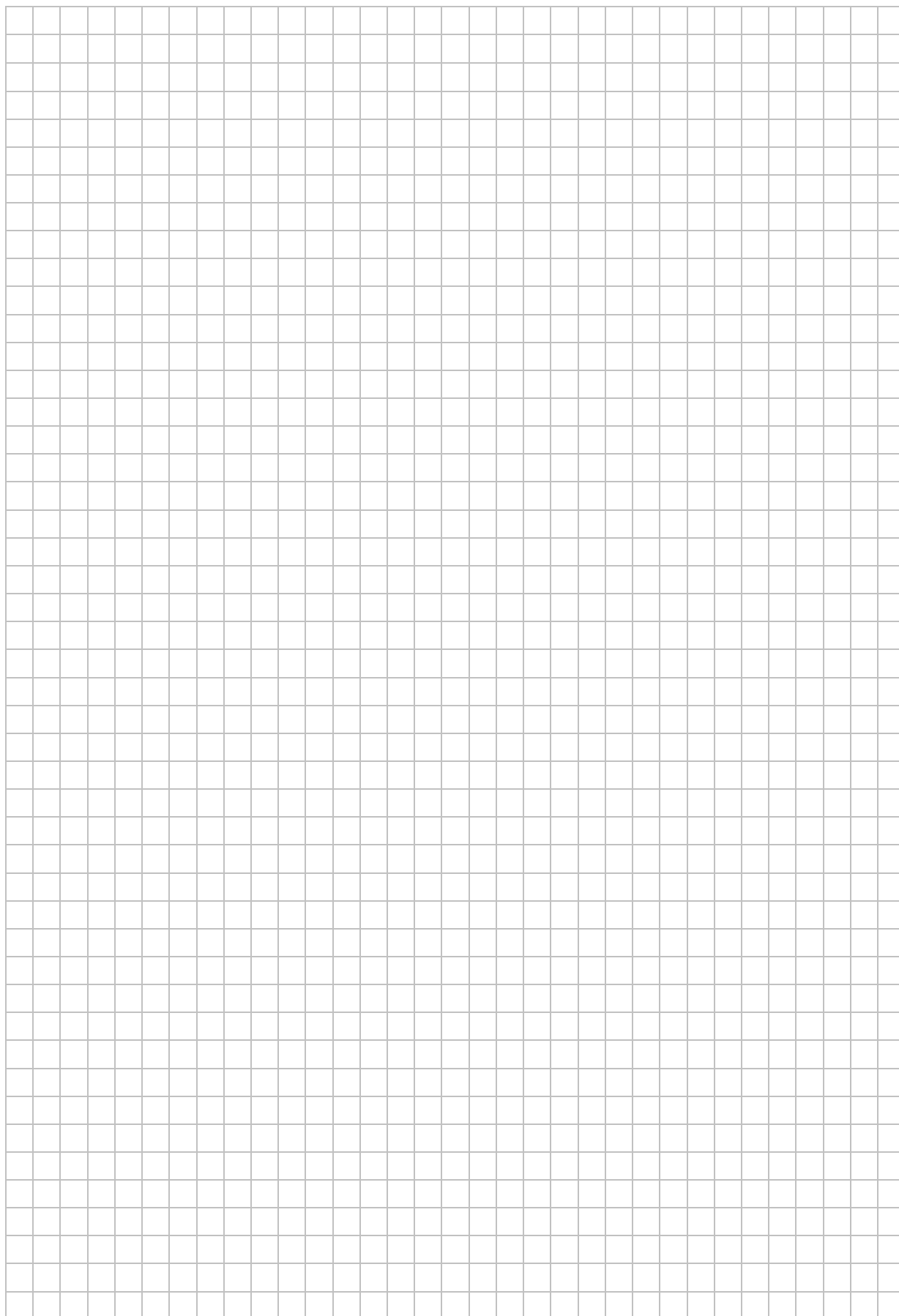
ZADANIE 10 (4 PKT)

W pudełku znajdują się 4 kostki do gry: 3 sześciennie (ze ścianami ponumerowanymi liczbami od 1 do 6) i jedna czworościenna (ze ścianami ponumerowanymi liczbami od 1 do 4). Losowo wybrano kostkę, wykonano nią 3 rzuty i w wyniku tych 3 rzutów otrzymano trzy razy jedynkę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrana kostka była kostką czworościenną?



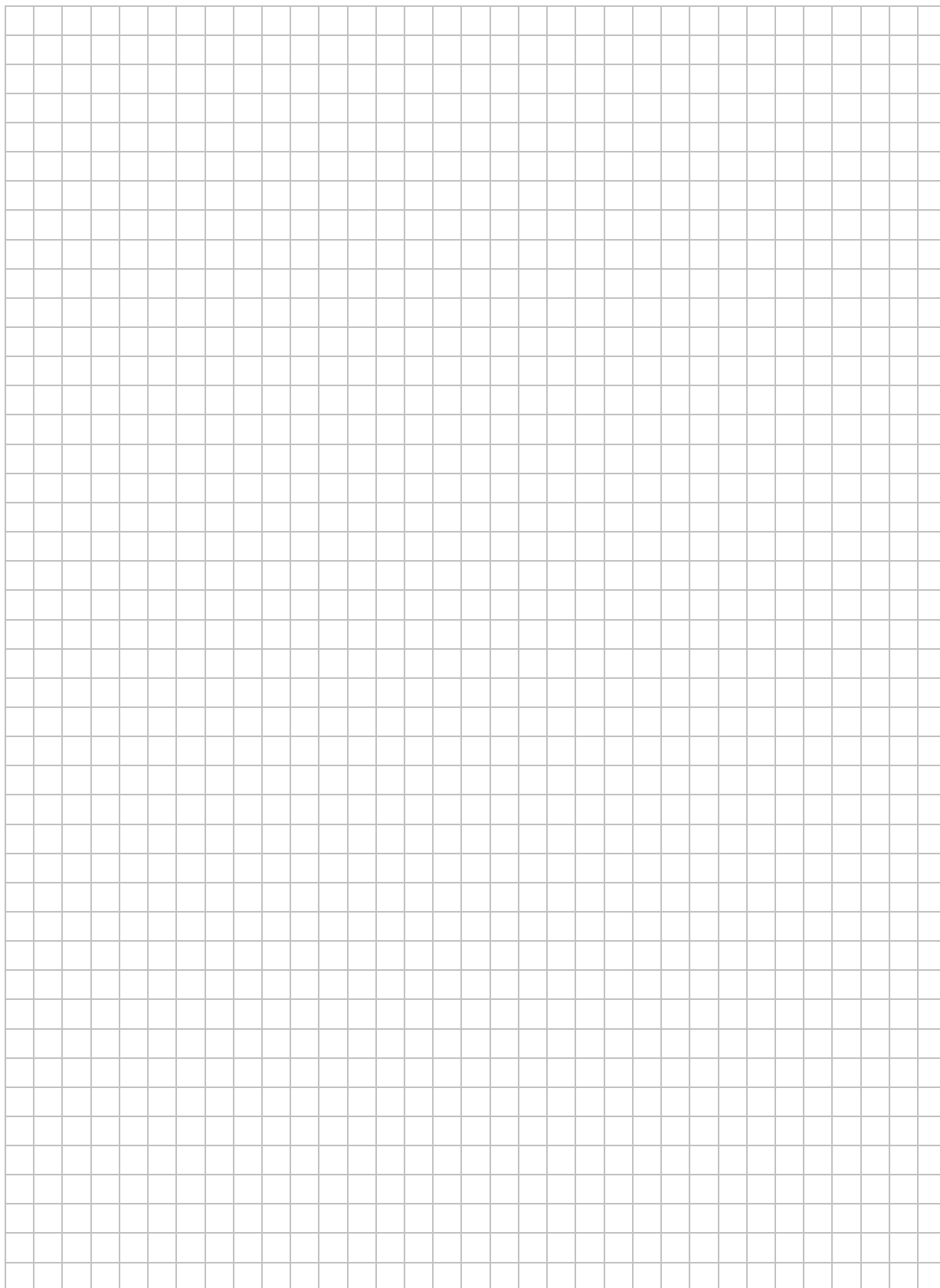
ZADANIE 11 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $\sin 4x = \sqrt{2} \cos x - \sin 2x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



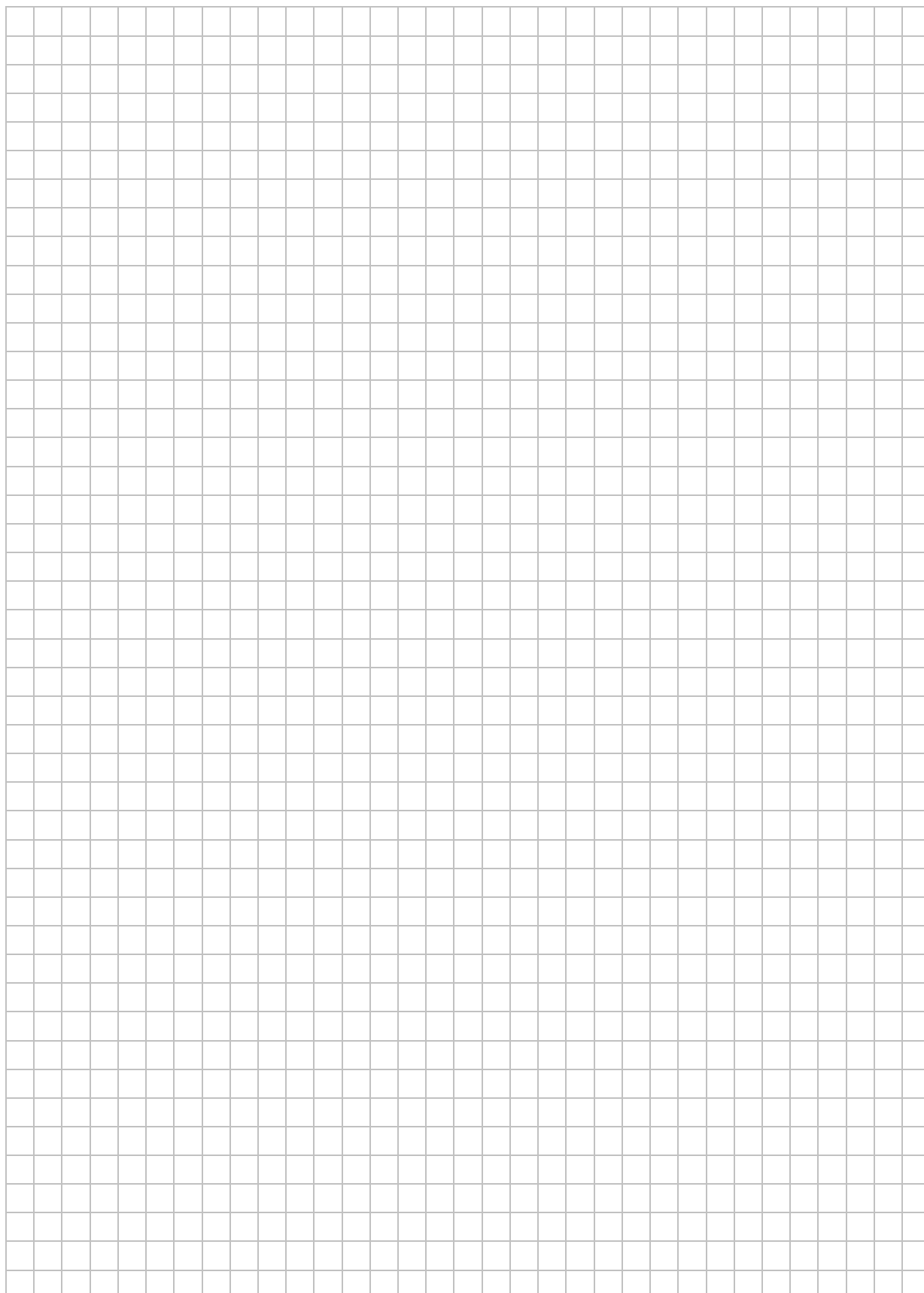
ZADANIE 12 (4 PKT)

W czworokąt $ABCD$, w którym $|AD| = 4$ i $|CD| = 6$, można wpisać okrąg. Przekątna BD tworzy z bokiem AB czworokąta kąt o mierze 45° , natomiast z bokiem AD tworzy kąt, którego sinus jest równy $\frac{1}{4}$. Wyznacz długości boków AB i BC oraz długość przekątnej BD tego czworokąta.



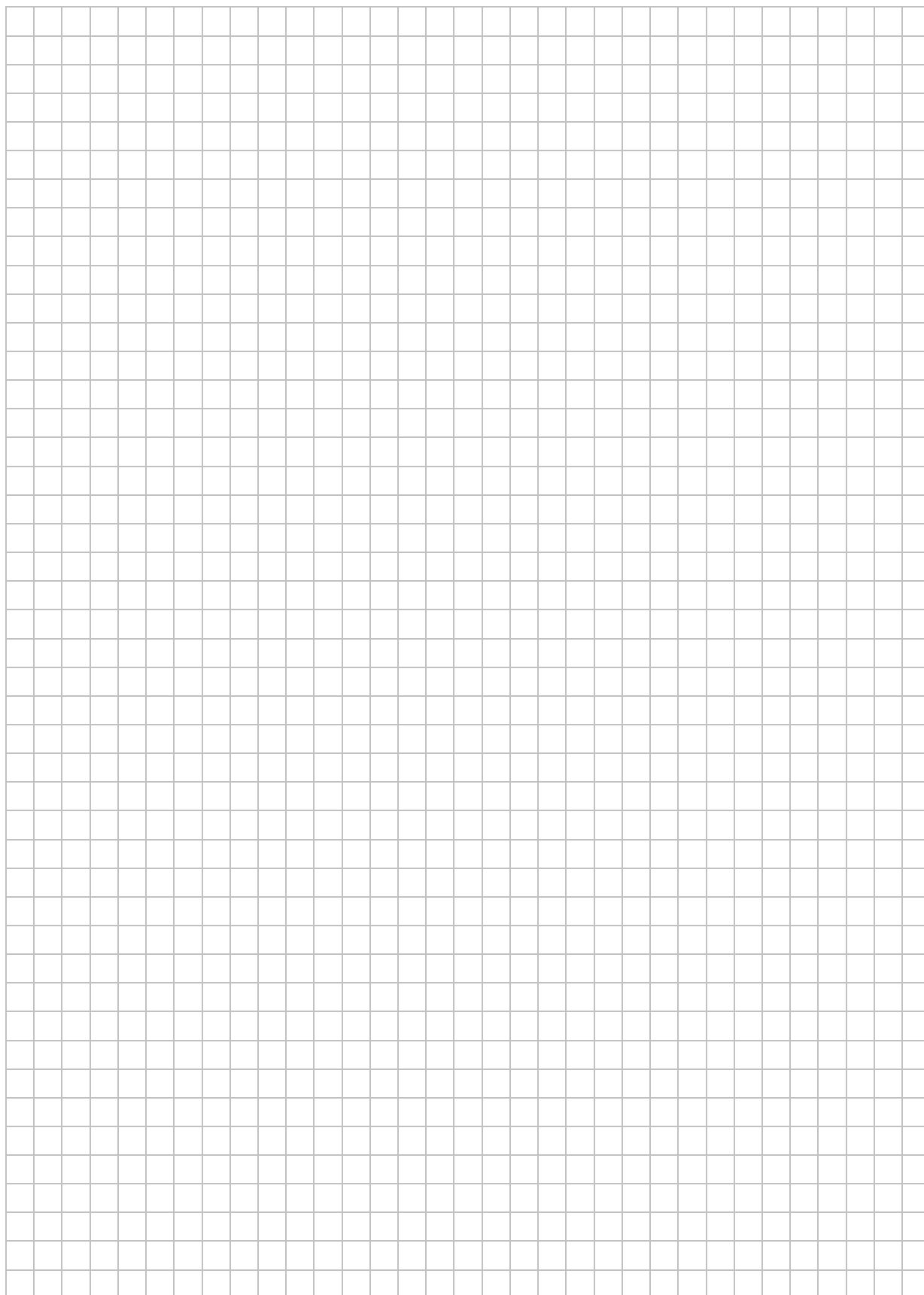
ZADANIE 13 (5 PKT)

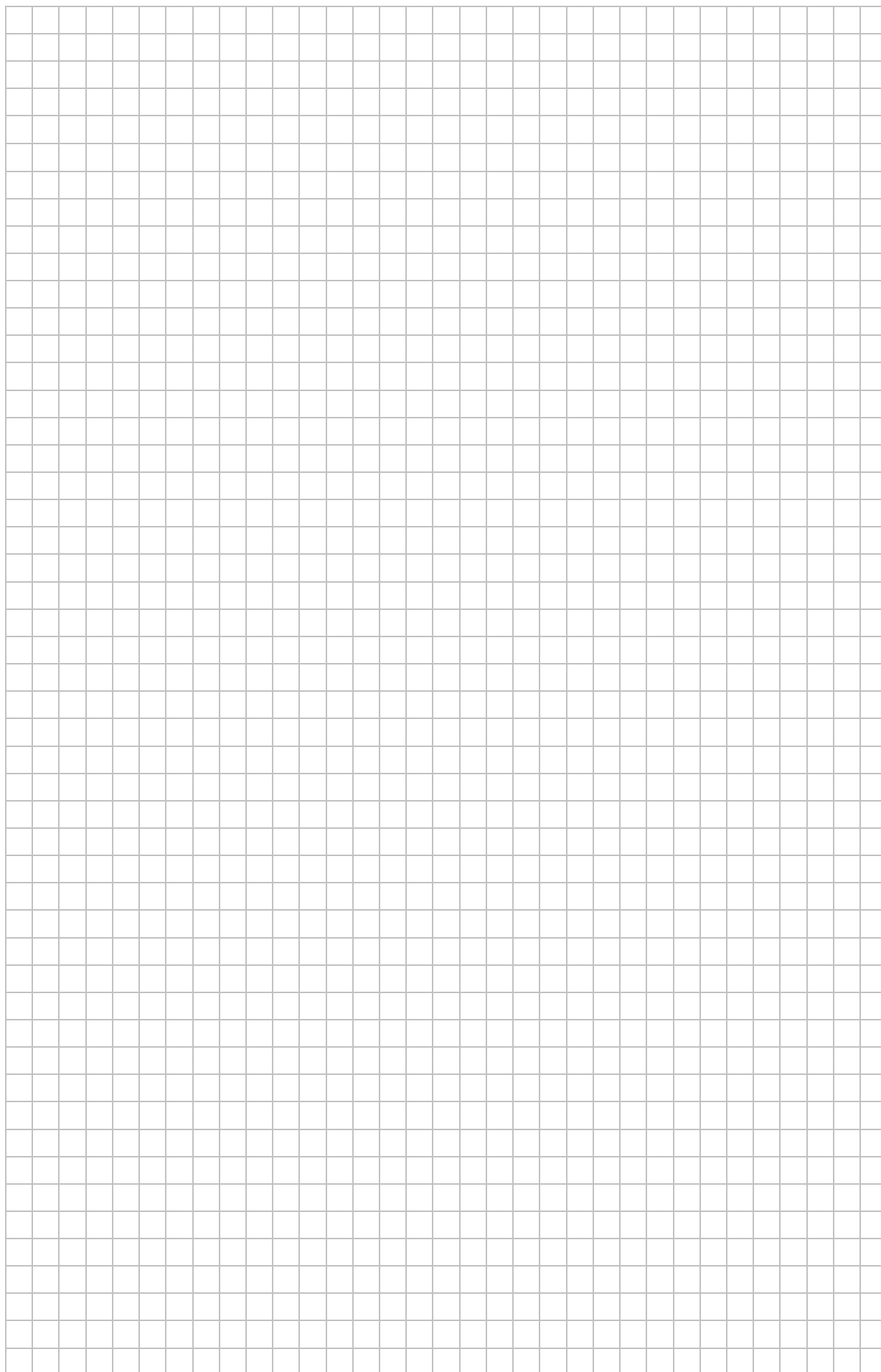
Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których wykresy funkcji f i g , określonych wzorami $f(x) = x^2 - 1$ oraz $g(x) = 5 - ax$, przecinają w dwóch punktach znajdujących się powyżej osi Ox układu współrzędnych.



ZADANIE 14 (5 PKT)

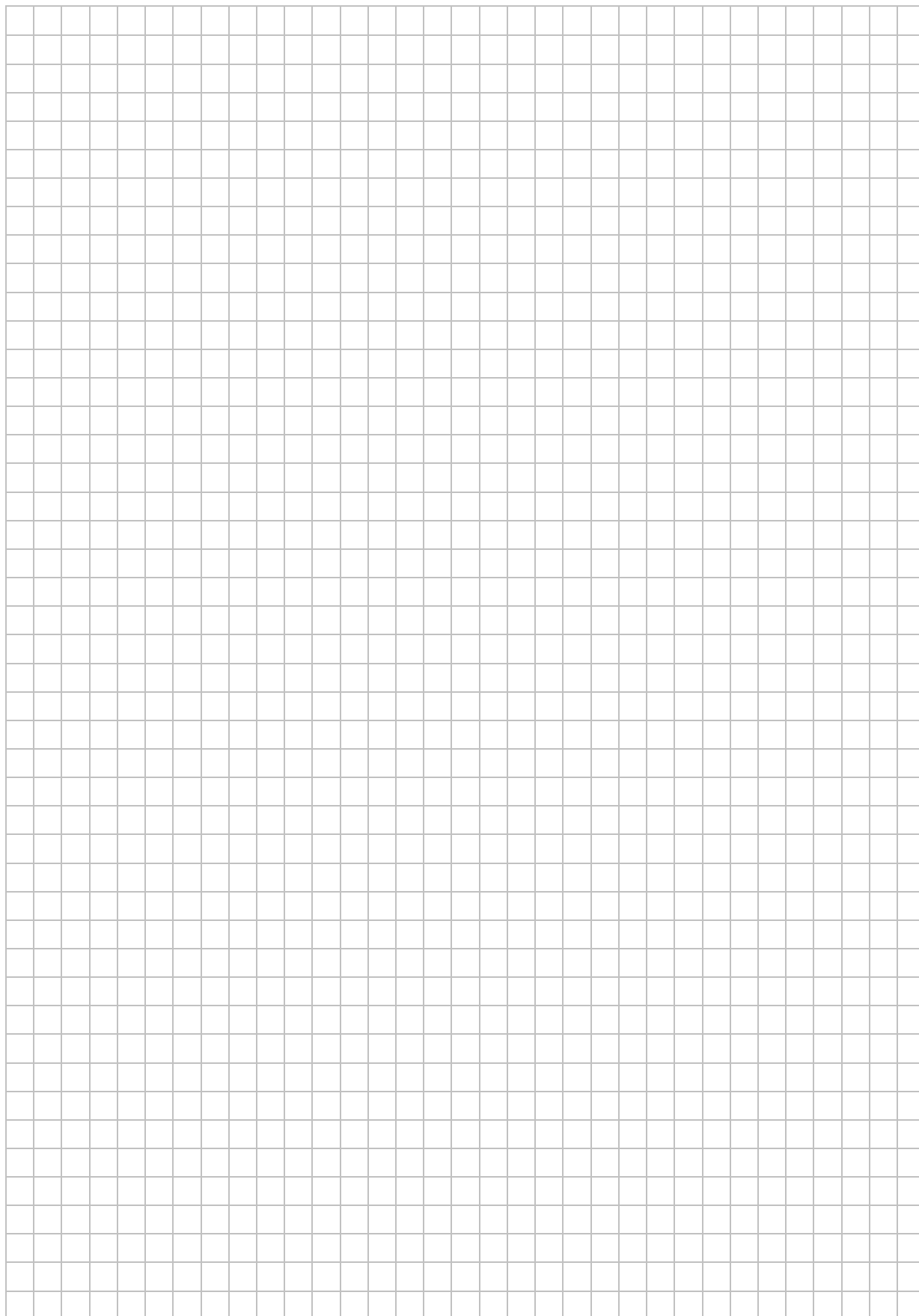
Punkty $A = (-8, 6)$ i $B = (3, 11)$ są wierzchołkami podstawy trójkąta równoramiennego ABC , a wysokość opuszczona z wierzchołka A tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $2x - 19y + 130 = 0$. Oblicz współrzędne wierzchołka C .

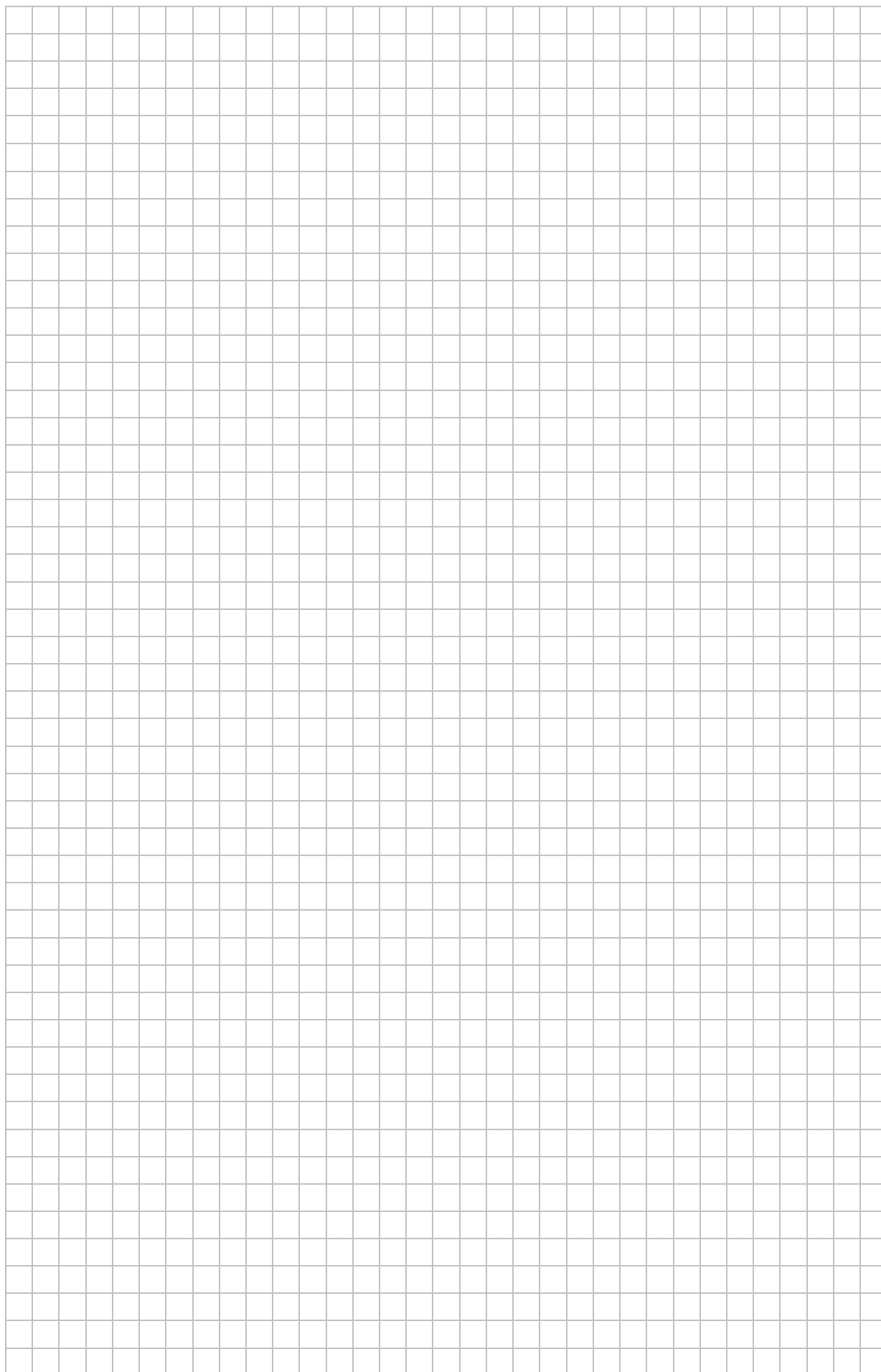




ZADANIE 15 (5 PKT)

Podstawa stożka o kącie rozwarcia $2\alpha < 90^\circ$ jest kołem wielkim kuli. Oblicz objętość tego stożka jeżeli jego powierzchnia boczna wycina z powierzchni kuli okrąg o promieniu r .





ZADANIE 16 (7 PKT)

Na bokach BC , CA i AB trójkąta ABC wybrano punkty K , L , M takie, że

$$\frac{BK}{KC} = \frac{CL}{LA} = \frac{AM}{MB} = k, \text{ gdzie } k \in (0, +\infty).$$

Wyznacz wartość k , dla której stosunek pola trójkąta KLM do pola trójkąta ABC jest najmniejszy.

