

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

30 KWIETNIA 2022

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\cos \frac{5\pi}{24} \cos \frac{5\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{24}$ jest równa

A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

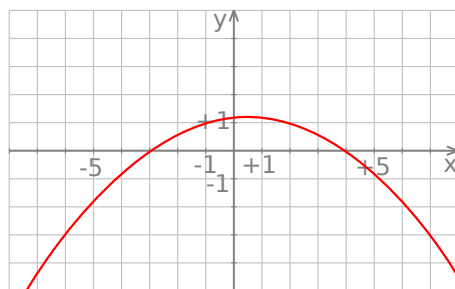
B) $\frac{1}{8}$

C) $-\frac{1}{2}$

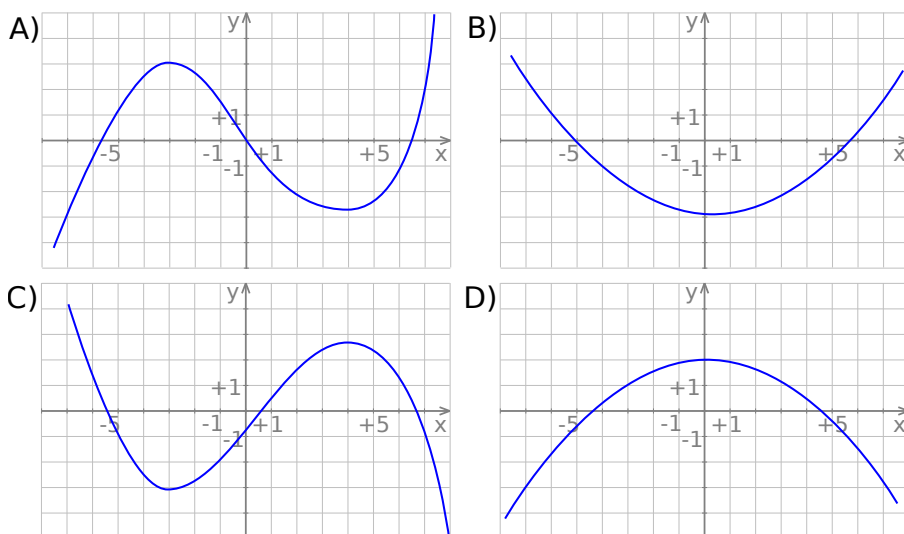
D) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Rysunek przedstawia wykres funkcji $y = f'(x)$.



Wskaż wykres funkcji $y = f(x)$.



ZADANIE 3 (1 PKT)

Wielomian $W(x) = 3x^5 + px^3 - (p - 1)x^2 + 5x - 9$ jest podzielny przez dwumian $x^2 - 1$ dla p równego

A) 6

B) -16

C) 4

D) -8

ZADANIE 4 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $|m - 3x| \geq 5$.



Stąd wynika, że

A) $m = -3$

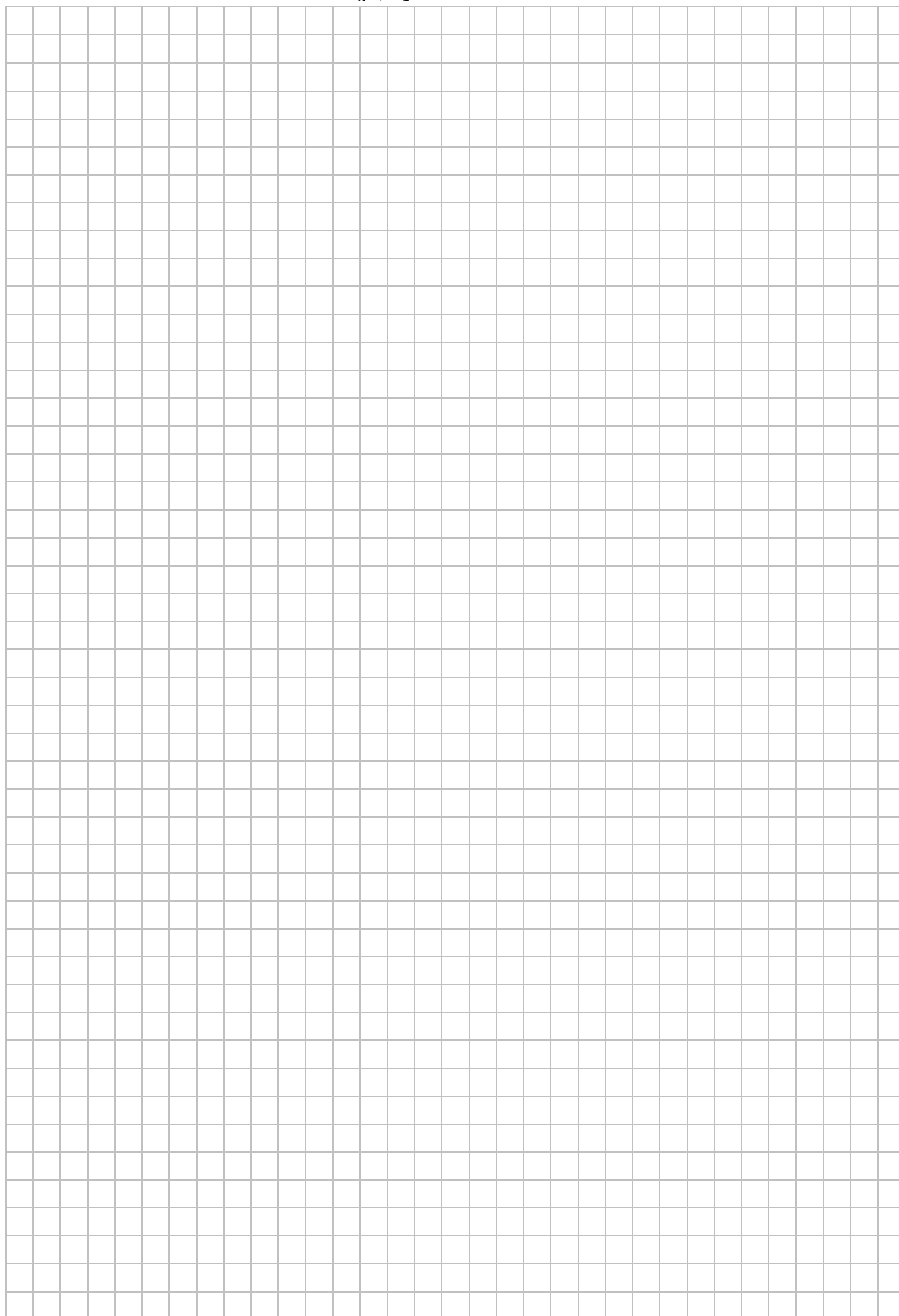
B) $m = -2$

C) $m = 4$

D) $m = 5$

ZADANIE 5 (2 PKT)

Oblicz granicę jednostronną funkcji $\lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{x^3+64}{x^2+8x+16}$.



ZADANIE 6 (3 PKT)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x i y takich, że $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2$, prawdziwa jest nierówność $y + 1 \leq x$.



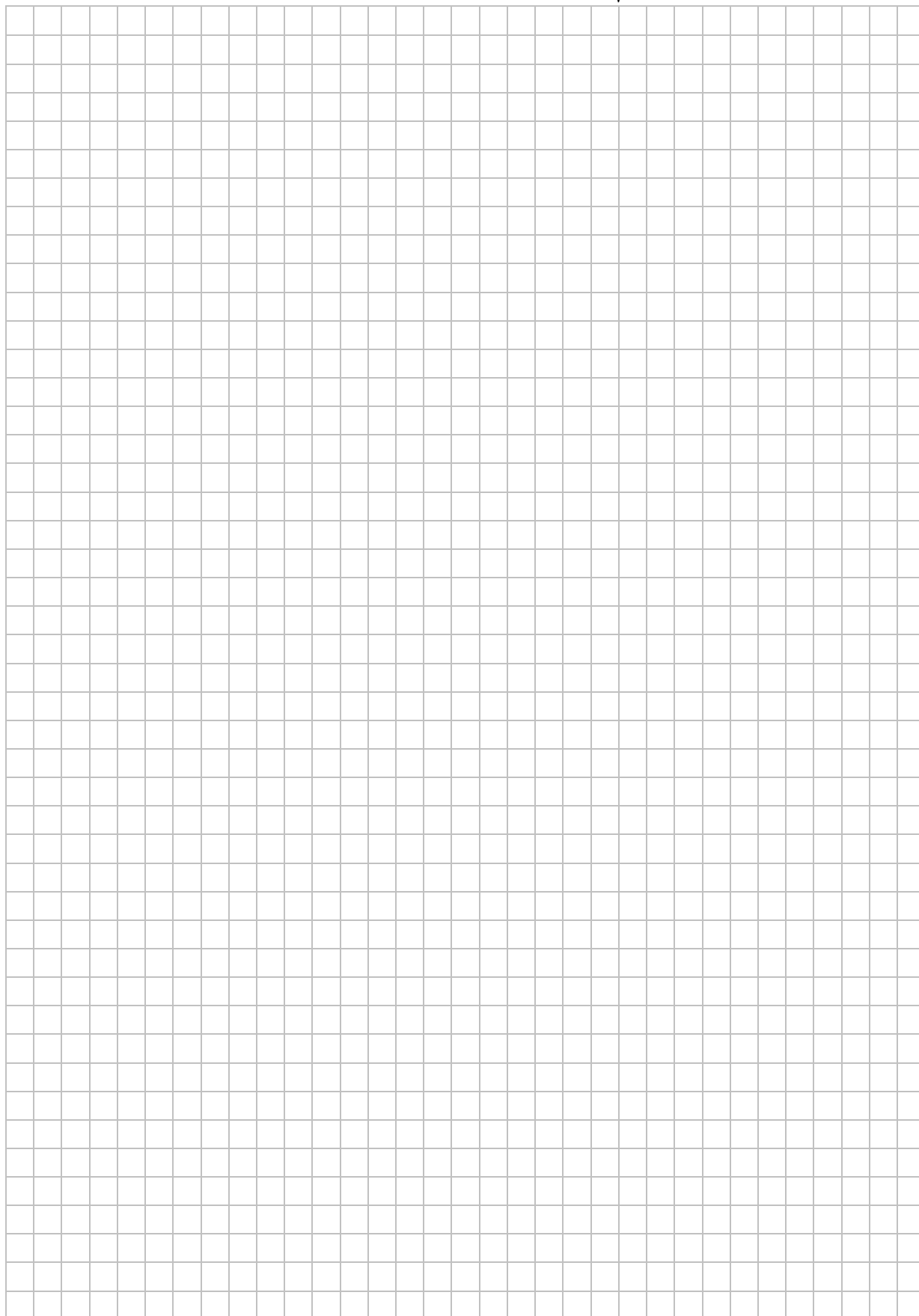
ZADANIE 7 (3 PKT)

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej $y = f(x)$ wiedząc, że jest on styczny do prostej $y = 7x - 9$ w punkcie $(2, 5)$ oraz przechodzi przez punkt $(-1, 11)$.



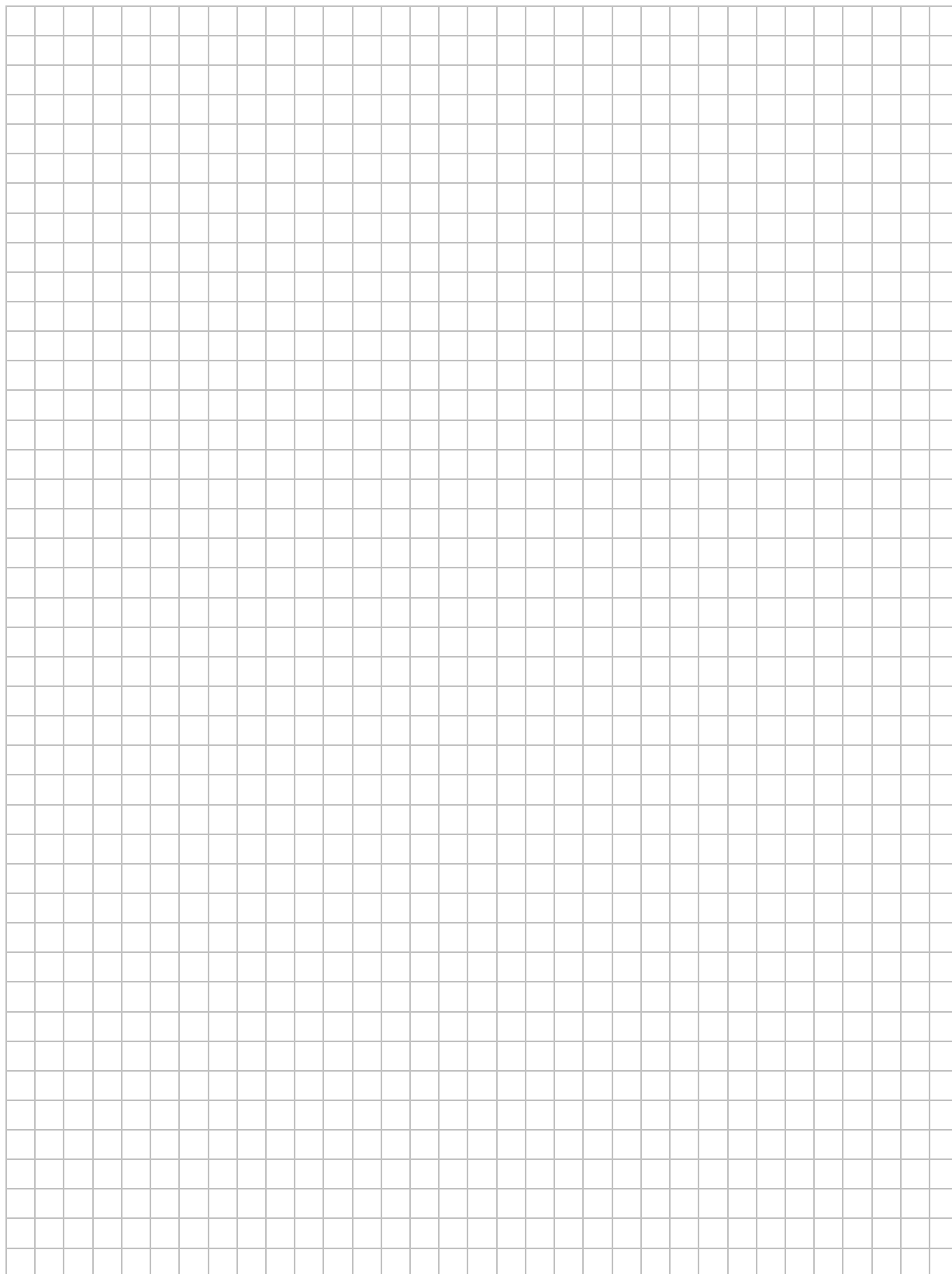
ZADANIE 8 (3 PKT)

Pole trapezu równoramiennego opisanego na okręgu jest równe S , a kąt ostry przy podstawie ma miarę α . Wykaż, że ramię tego trapezu ma długość $\sqrt{\frac{S}{\sin \alpha}}$.



ZADANIE 9 (4 PKT)

W pudełku znajdują się 4 kostki do gry: 3 sześciennie (ze ścianami ponumerowanymi liczbami od 1 do 6) i jedna czworościenna (ze ścianami ponumerowanymi liczbami od 1 do 4). Losowo wybrano kostkę, wykonano nią 3 rzuty i w wyniku tych 3 rzutów otrzymano trzy razy jedynkę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrana kostka była kostką czworościenną?

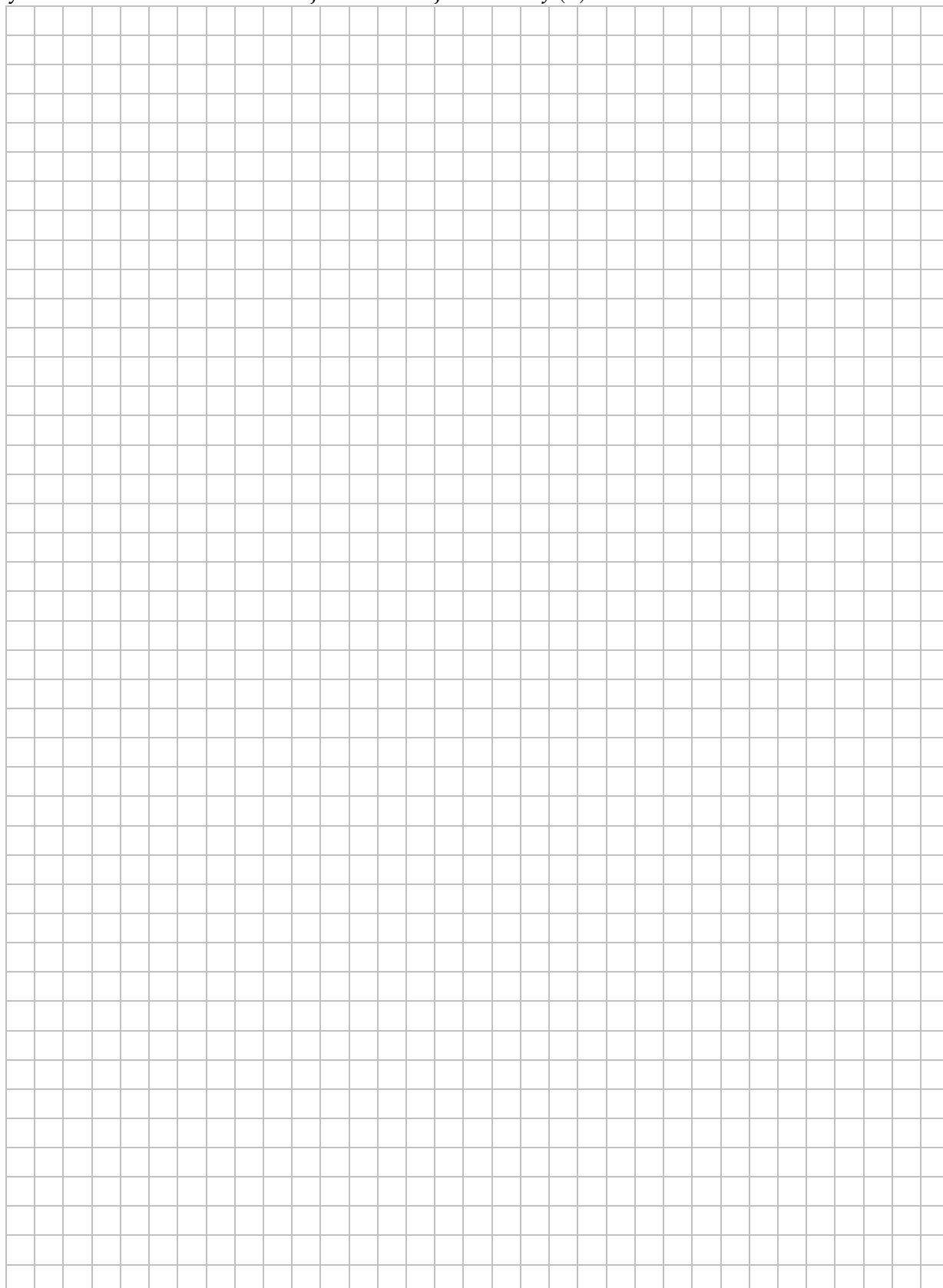


ZADANIE 10 (4 PKT)

Liczba m jest sumą odwrotności dwóch różnych pierwiastków równania

$$8k^2x^2 + (3k + 5)x + 2 = 0, \text{ gdzie } k \neq 0.$$

Wyznacz zbiór wartości funkcji określonej wzorem $f(k) = 3^{-m}$.



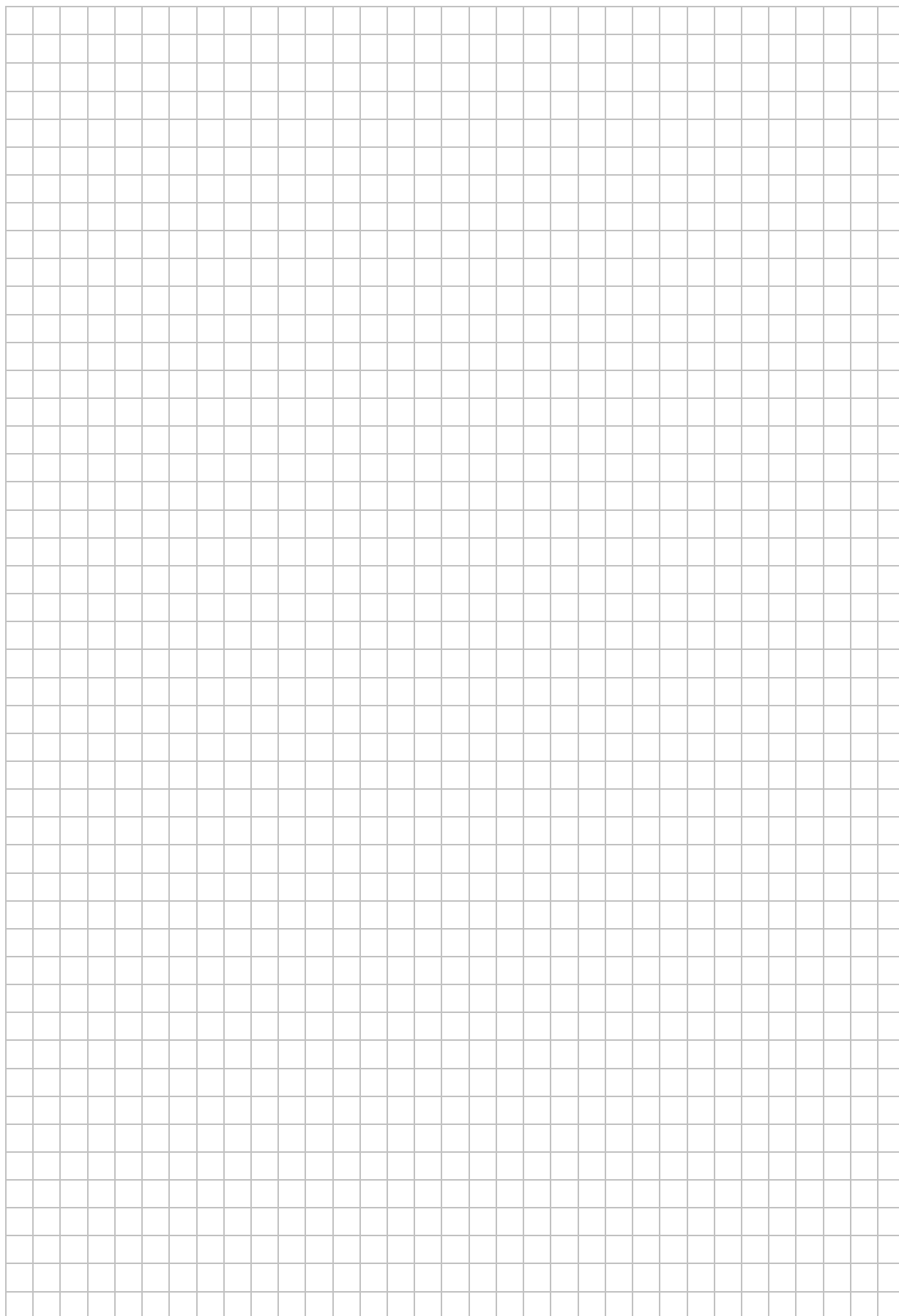
ZADANIE 11 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których wykresy funkcji f i g , określonych wzorami $f(x) = x^2 - 1$ oraz $g(x) = 5 - ax$, przecinają w dwóch punktach znajdujących się powyżej osi Ox układu współrzędnych.



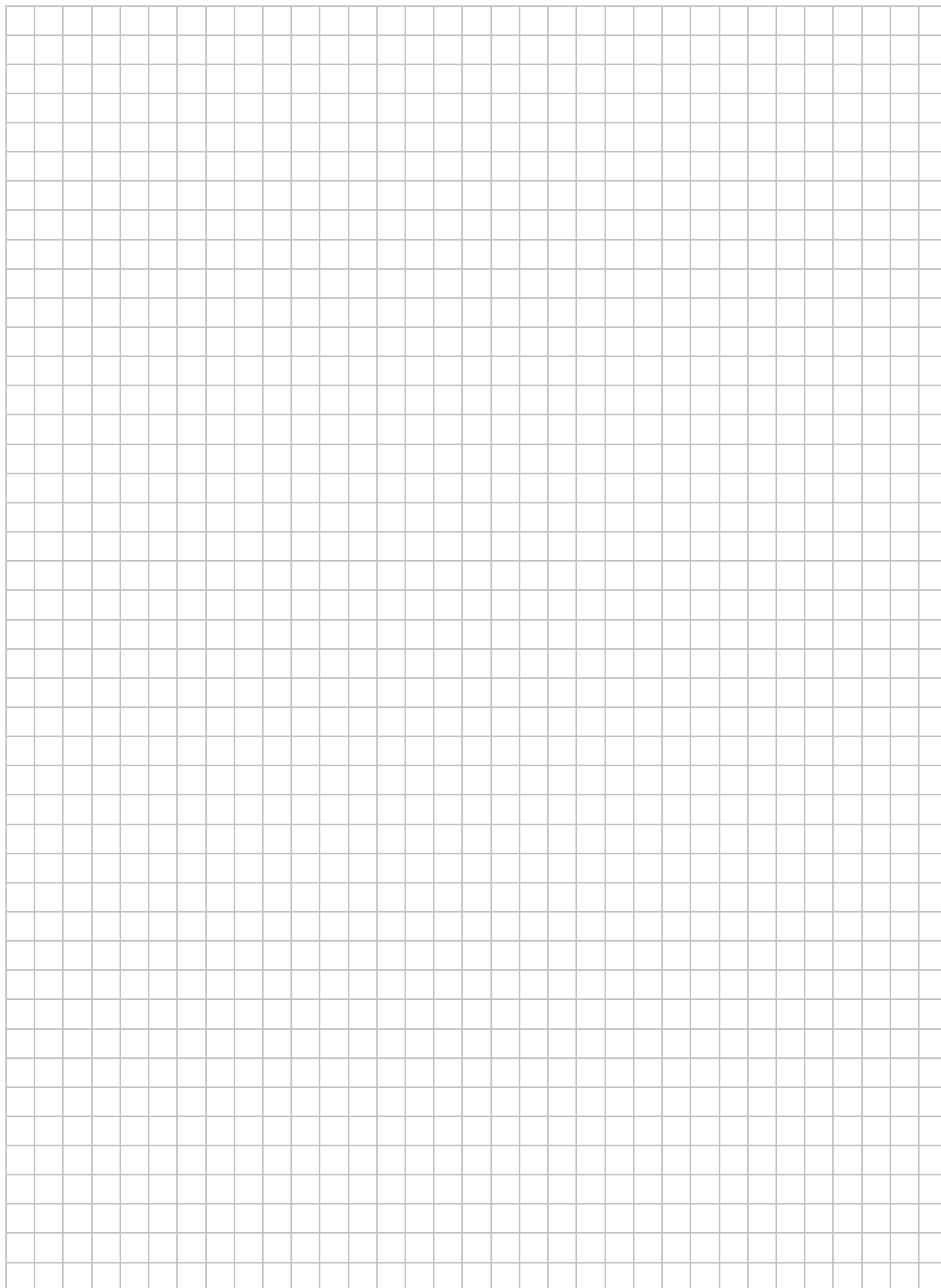
ZADANIE 12 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $\sin 4x = \sqrt{2} \cos x - \sin 2x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



ZADANIE 13 (5 PKT)

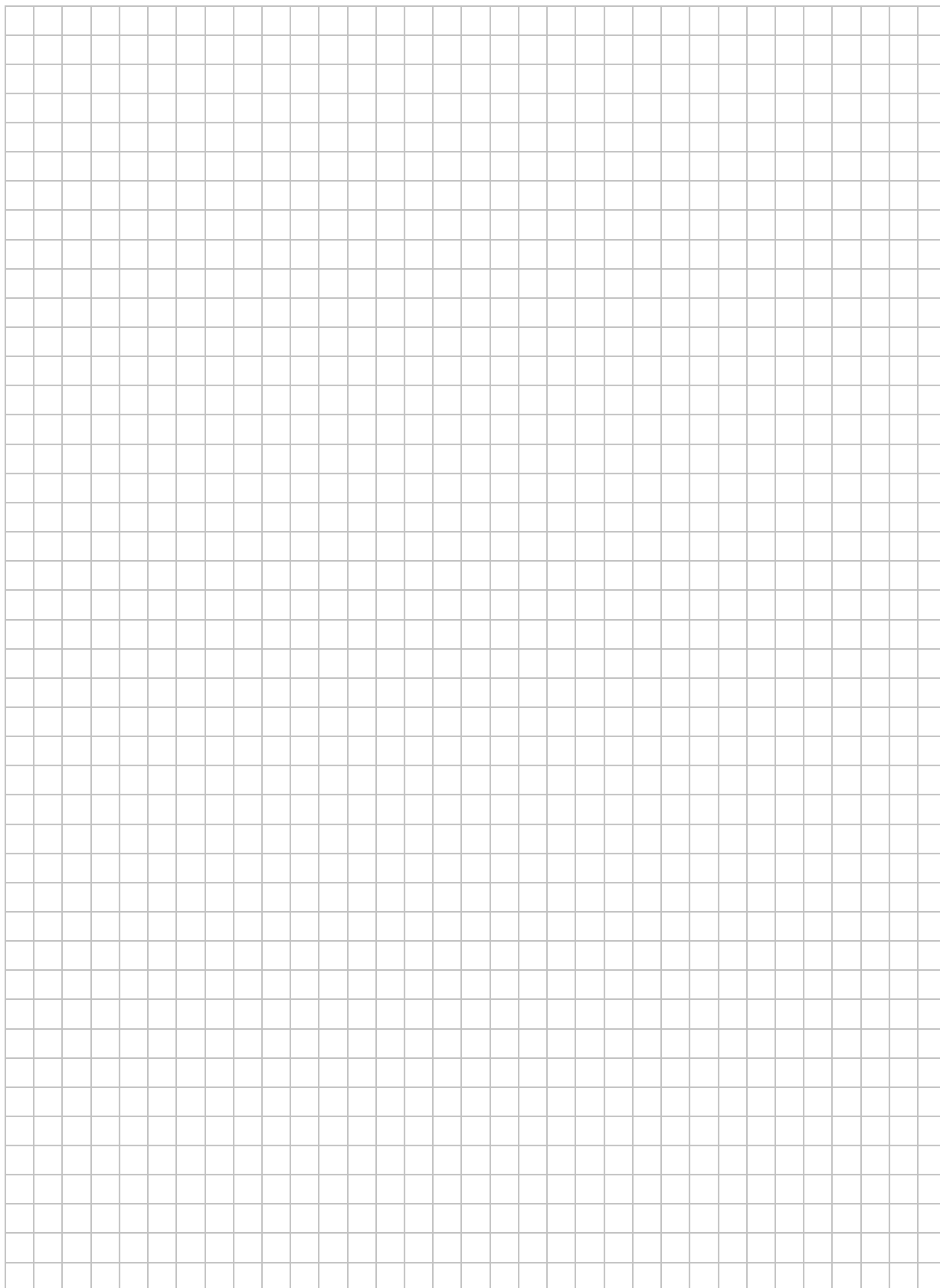
W ostrosłup prawidłowy czworokątny wpisano sześcian tak, że jego cztery wierzchołki należą do wysokości ścian bocznych ostrosłupa, a pozostałe do płaszczyzny podstawy. Oblicz stosunek objętości ostrosłupa do objętości sześcianu jeżeli kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy jest równy α .

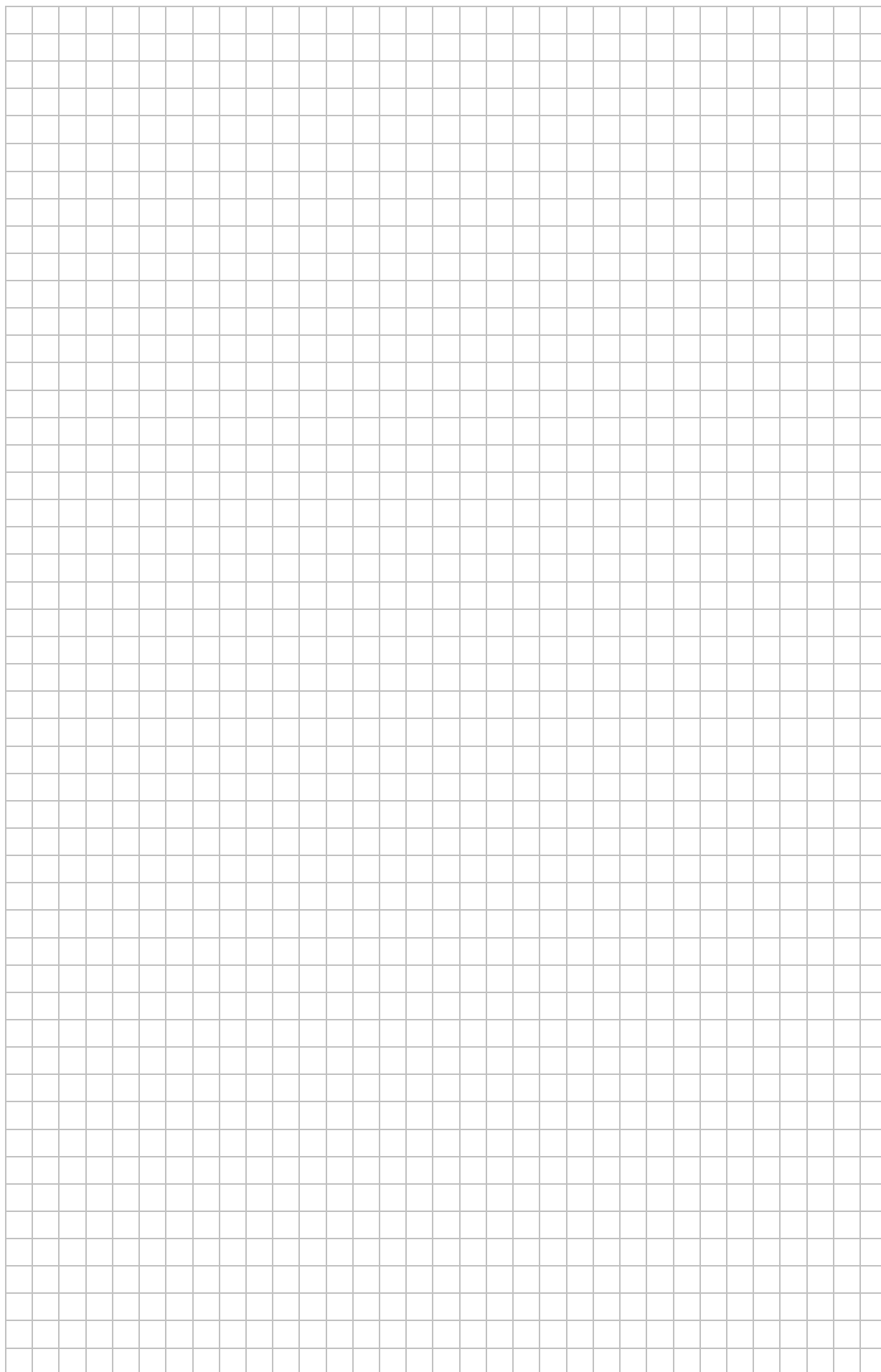




ZADANIE 14 (6 PKT)

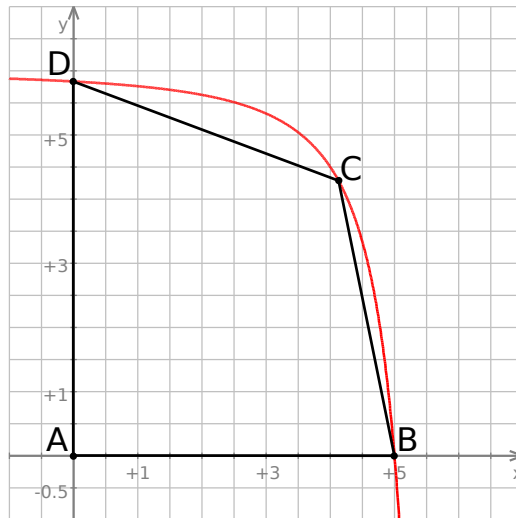
Punkt $A = (23, 22)$ jest wierzchołkiem trójkąta prostokątnego o polu $\frac{700}{3}$. Prosta AC zawiera przeciwprostokątną tego trójkąta, a prosta zawierająca przyprostokątną AB ma równanie $3y - 4x + 26 = 0$. Środek okręgu wpisanego w trójkąt ABC ma współrzędne $S = (-2, -3)$. Oblicz współrzędne wierzchołków B i C tego trójkąta.





ZADANIE 15 (7 PKT)

Na rysunku poniżej przedstawiono fragment wykresu funkcji $f(x) = \frac{6x^2 - 72x + 210}{x^2 - 12x + 36}$ określonej dla $x \in (-\infty, 6)$. Wykres ten przecina osie Ox i Oy odpowiednio w punktach B i D , a punkt A jest początkiem układu współrzędnych. Rozpatrujemy wszystkie czworokąty $ABCD$, w których punkt C leży na wykresie funkcji $y = f(x)$ pomiędzy punktami B i D .



Oblicz pierwszą współrzędną wierzchołka C tego z rozpatrywanych czworokątów, którego pole jest największe.

