

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM ROZSZERZONY

3 MARCA 2018

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

## Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba rozwiązań równania  $|3 - |1 - x^2|| = 2$  jest równa

- A) 6                      B) 4                      C) 2                      D) 5

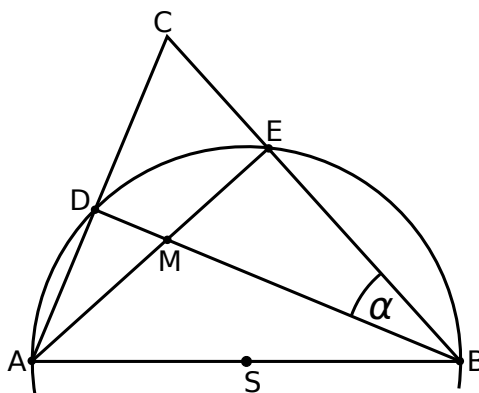
ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba  $\frac{1}{(\sqrt{2})^{\log_4 5}}$  jest równa

- A)  $\frac{\sqrt[4]{125}}{25}$                       B)  $\frac{1}{\sqrt[4]{125}}$                       C)  $\frac{\sqrt[4]{125}}{5}$                       D)  $\frac{\sqrt[4]{5}}{5}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Bok  $AB$  trójkąta  $ABC$  jest średnicą okręgu o środku  $S$ , a boki  $AC$  i  $BC$  przecinają ten okrąg odpowiednio w punktach  $D$  i  $E$  (zobacz rysunek). Ponadto  $|\angle ABC| = 47^\circ$  i  $|\angle BAC| = 67^\circ$ .



Zaznaczony na rysunku kąt  $\alpha$  jest równy

- A)  $43^\circ$                       B)  $24^\circ$                       C)  $23^\circ$                       D)  $20^\circ$

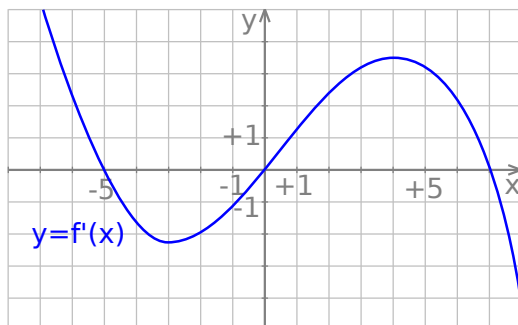
ZADANIE 4 (1 PKT)

Ile jest liczb naturalnych sześciocyfrowych, których iloczyn cyfr jest różny od 49?

- A) 899 970                      B) 899 969                      C) 899 985                      D) 899 984

ZADANIE 5 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu pochodnej  $y = f'(x)$  funkcji  $y = f(x)$ .



Wynika stąd, że

A)  $f(7) < f(0)$

B)  $f(6) < f(5)$

C)  $f(-6) > f(-5)$

D)  $f(-5) > f(0)$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Oblicz sumę szeregu

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{2}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} - \frac{4}{9} + \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} - \frac{8}{27} + \frac{8\sqrt{2}}{27\sqrt{3}} - \frac{16}{81} + \frac{16\sqrt{2}}{81\sqrt{3}} - \dots$$

ZADANIE 7 (2 PKT)

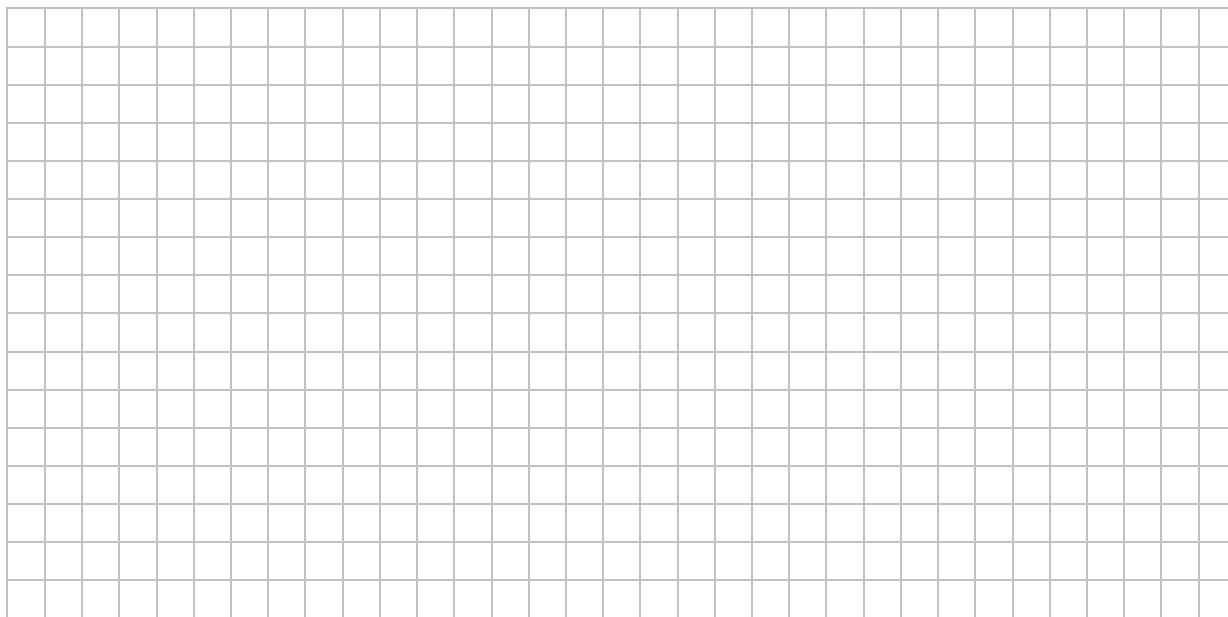
Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = -2x^7$  w punkcie  $x_0 = -1$ .

ZADANIE 8 (2 PKT)

Doświadczenie losowe polega na tym, że losujemy jednocześnie dwie liczby ze zbioru

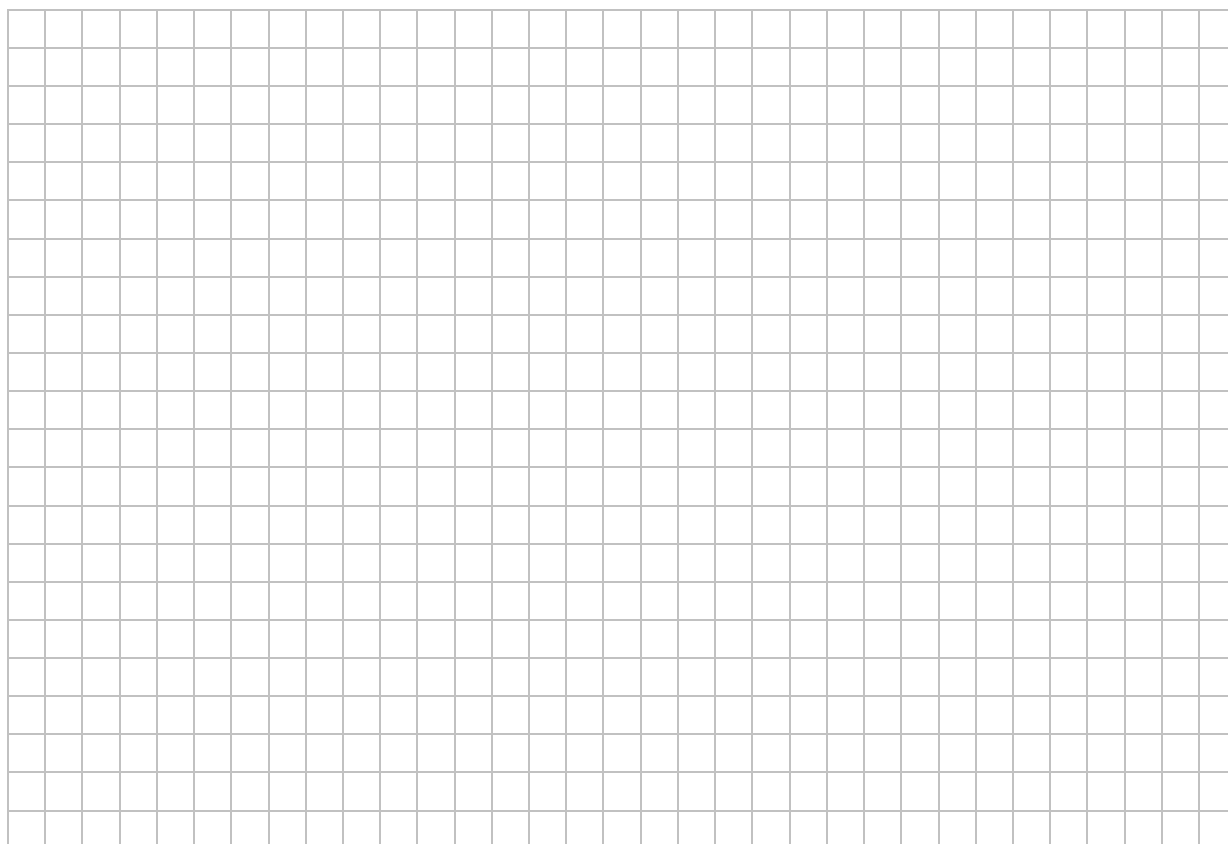
$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}.$$

Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że wśród wylosowanych liczb jest liczba 6, pod warunkiem, że suma wylosowanych liczb jest parzysta.



ZADANIE 9 (3 PKT)

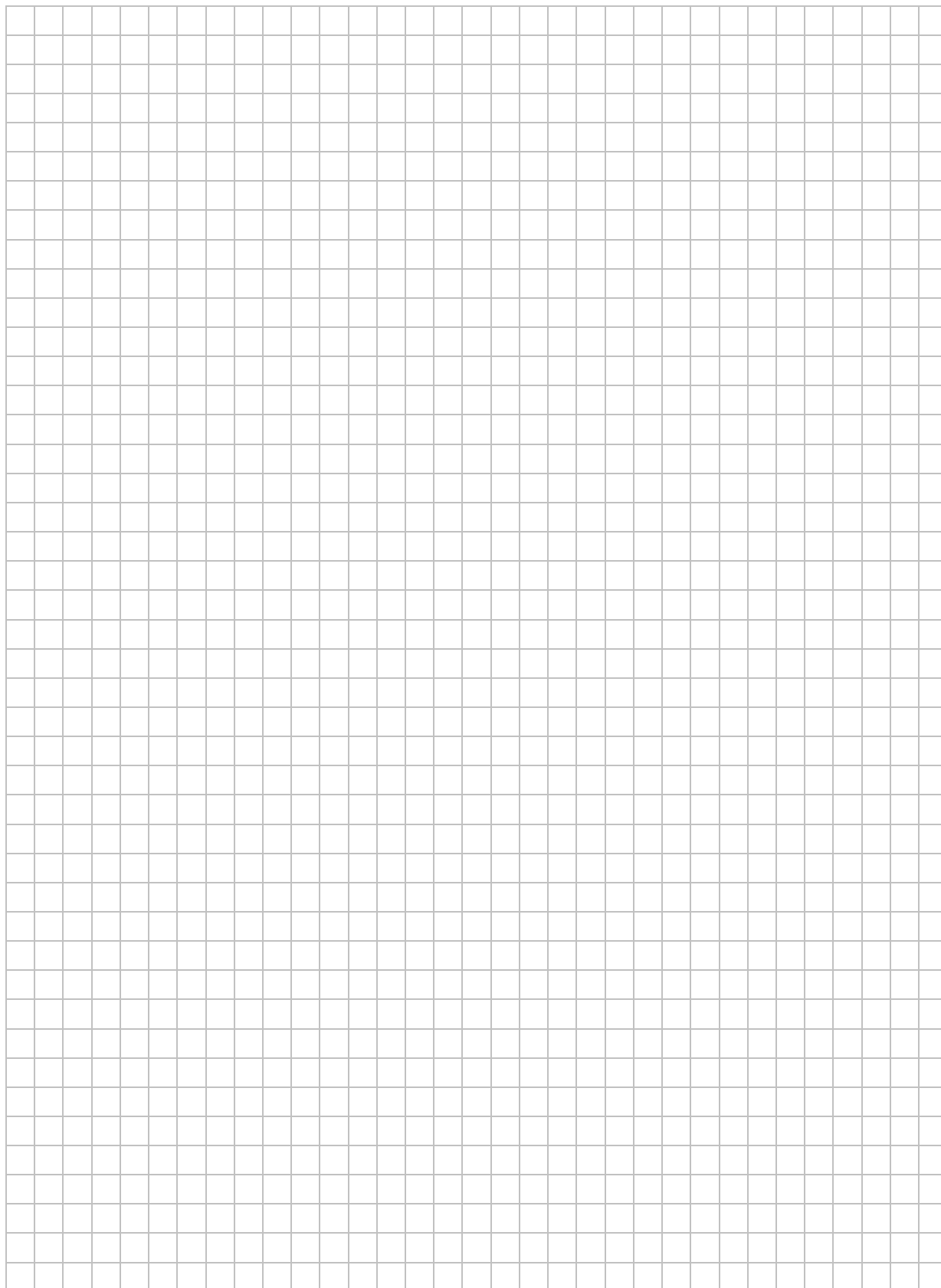
Oblicz granicę jednostronną funkcji  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x^2 - |x^3|}{x^4 + 4x^3 + 4x^2}$ .



## ZADANIE 10 (3 PKT)

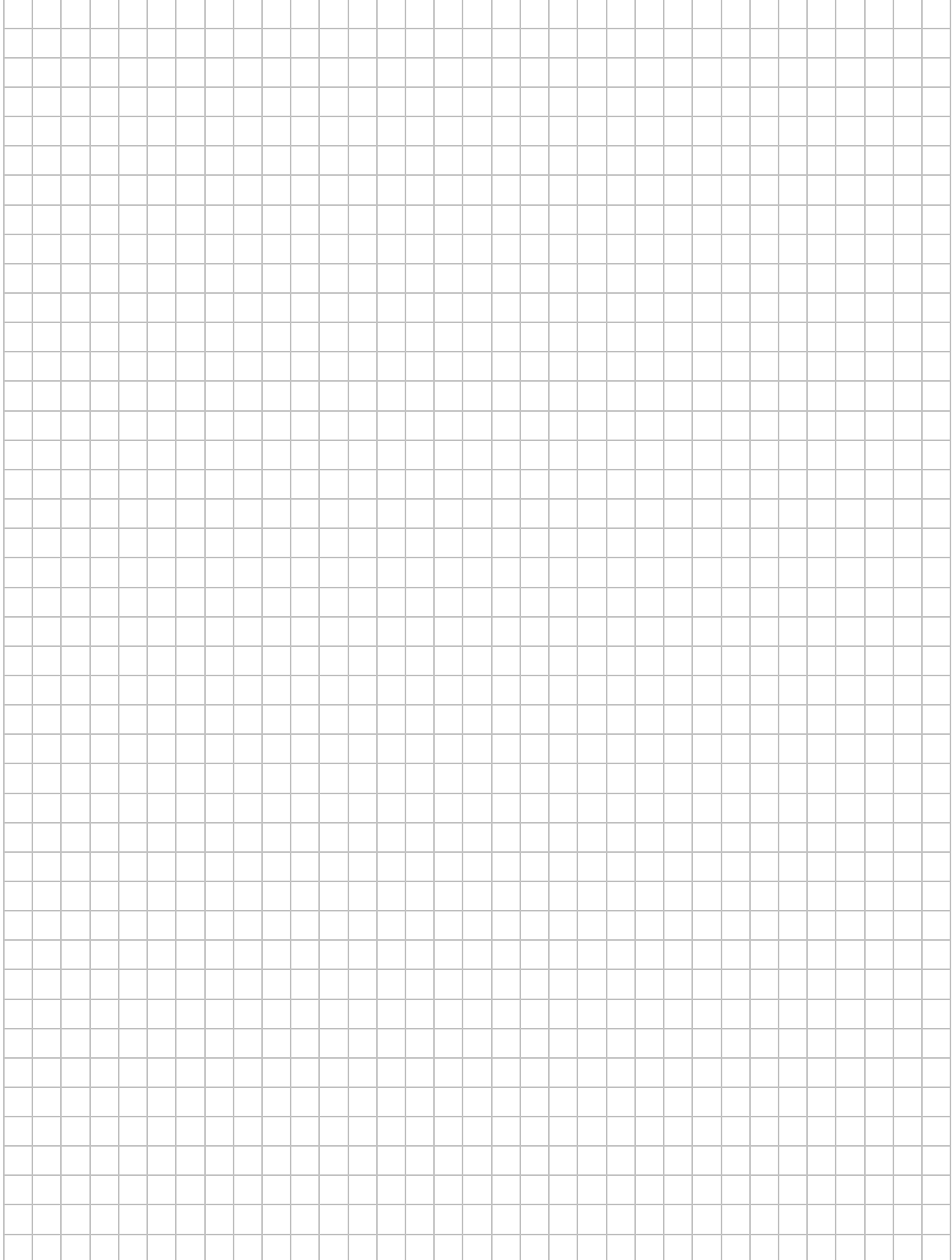
W trójkącie  $ABC$  bok  $AC$  ma długość  $b$ ,  $|\angle BAC| = \alpha$  oraz  $|\angle ABC| = \beta$ . Wykaż, że pole trójkąta  $ABC$  jest równe

$$\frac{b^2 \sin^2 \alpha}{2 \operatorname{tg} \beta} + \frac{b^2 \sin 2\alpha}{4}.$$



## ZADANIE 11 (3 PKT)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny  $ABCDEF$  o podstawach  $ABC$  i  $DEF$ , w którym wszystkie krawędzie mają tę samą długość. Wykaż, że jeżeli przekrój tego graniastosłupa płaszczyzną zawierającą krawędź podstawy  $AB$  jest trapezem, to płaszczyzna ta jest nachylona do płaszczyzny podstawy  $ABC$  tego graniastosłupa pod takim kątem  $\alpha$ , że  $\operatorname{tg} \alpha > \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

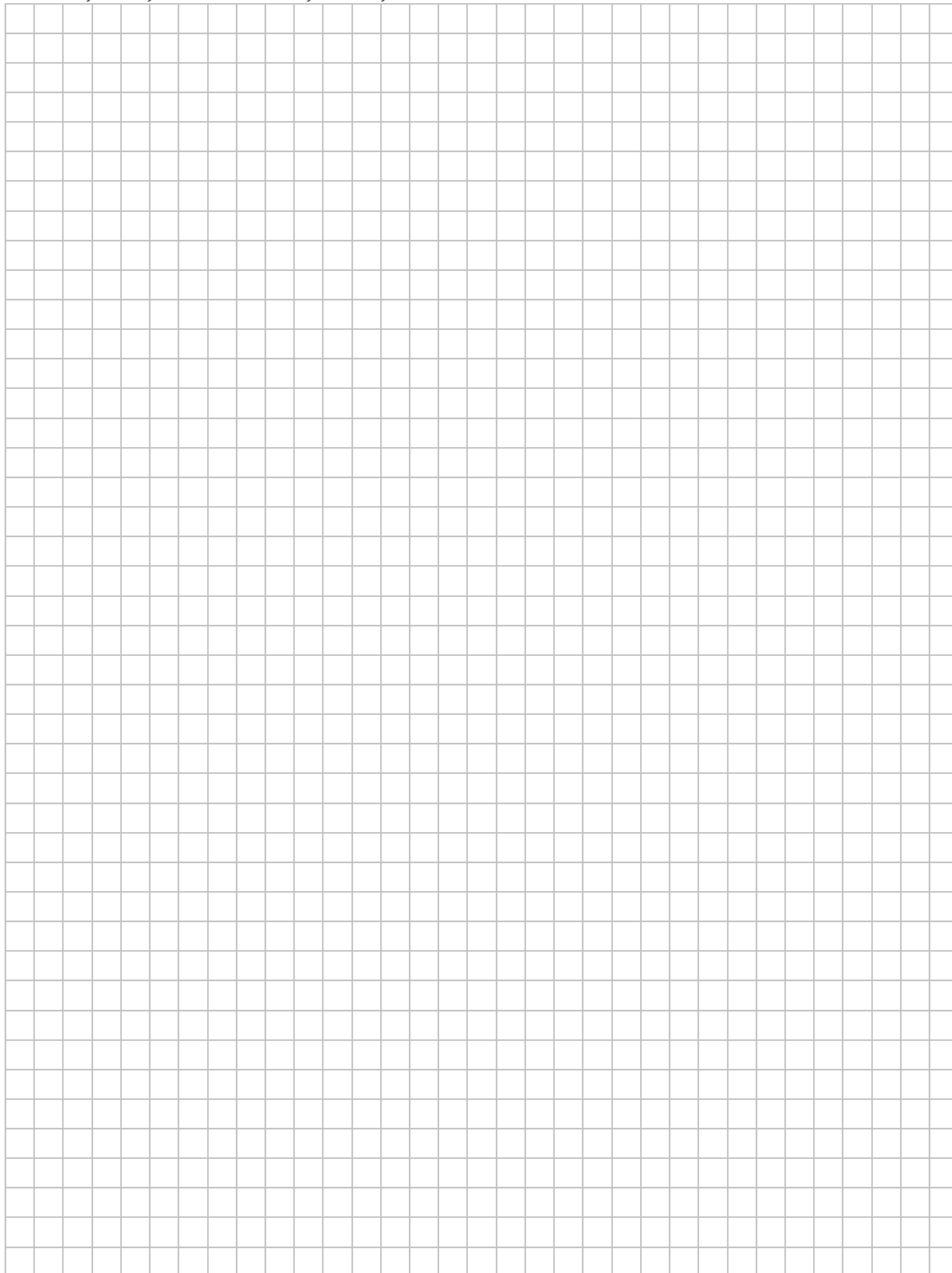


## ZADANIE 12 (4 PKT)

Funkcja  $f(x) = x^4 + ax^2 + b$  przyjmuje wartość 1 dla czterech argumentów:

$$x_1 = \frac{\sqrt{5 + \sqrt{17}}}{2}, x_2 = -\frac{\sqrt{5 + \sqrt{17}}}{2}, x_3 = \frac{\sqrt{5 - \sqrt{17}}}{2}, x_4 = -\frac{\sqrt{5 - \sqrt{17}}}{2}.$$

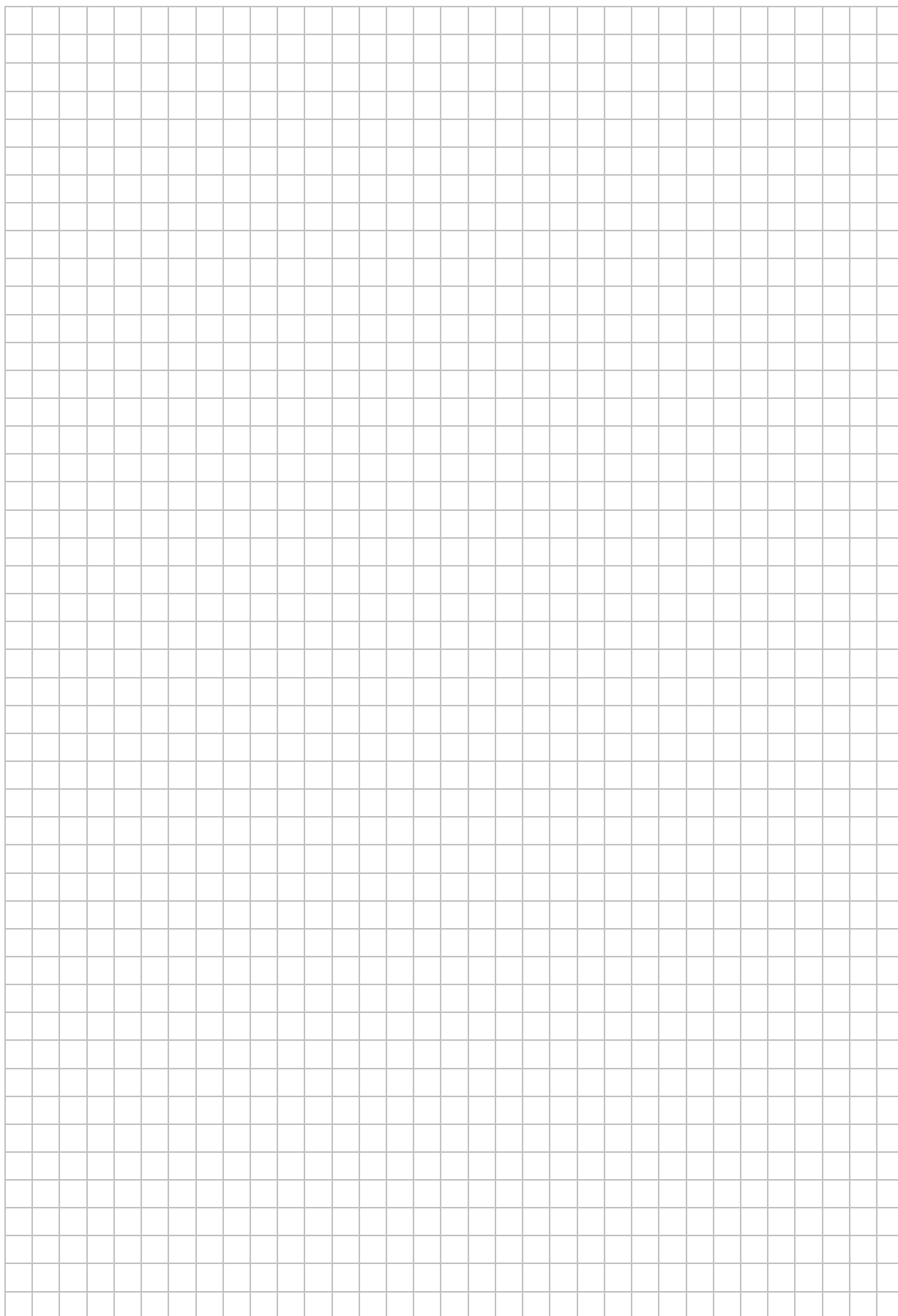
Oblicz najmniejszą wartość tej funkcji.





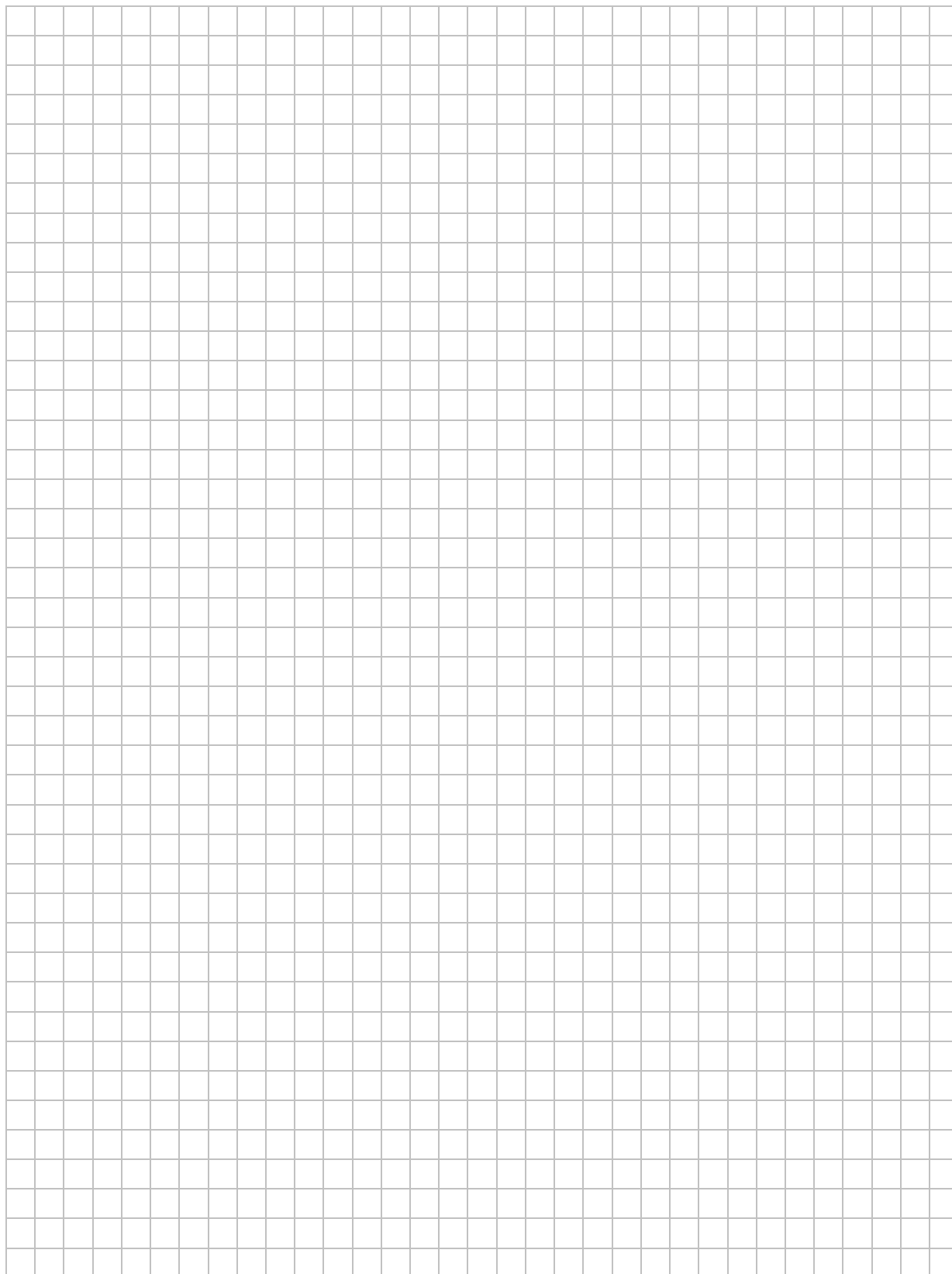
ZADANIE 13 (4 PKT)

Oblicz sumę długości środkowych trójkąta o długościach boków: 2, 3 i 4.



## ZADANIE 14 (5 PKT)

Ciąg  $(a_n)$  jest geometryczny, a ciąg  $(b_n)$  jest arytmetyczny. Pierwszy wyraz  $a_1$  ciągu geometrycznego jest różnicą ciągu arytmetycznego  $(b_n)$ . Wyrazy ciągu  $(a_n)$  są liczbami całkowitymi, a suma dwóch początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 28. Natomiast pierwszy wyraz  $b_1$  ciągu arytmetycznego jest ilorazem ciągu geometrycznego  $(a_n)$ . Suma siedmiu pierwszych wyrazów ciągu arytmetycznego  $(b_n)$  jest równa 126. Wyznacz te ciągi.



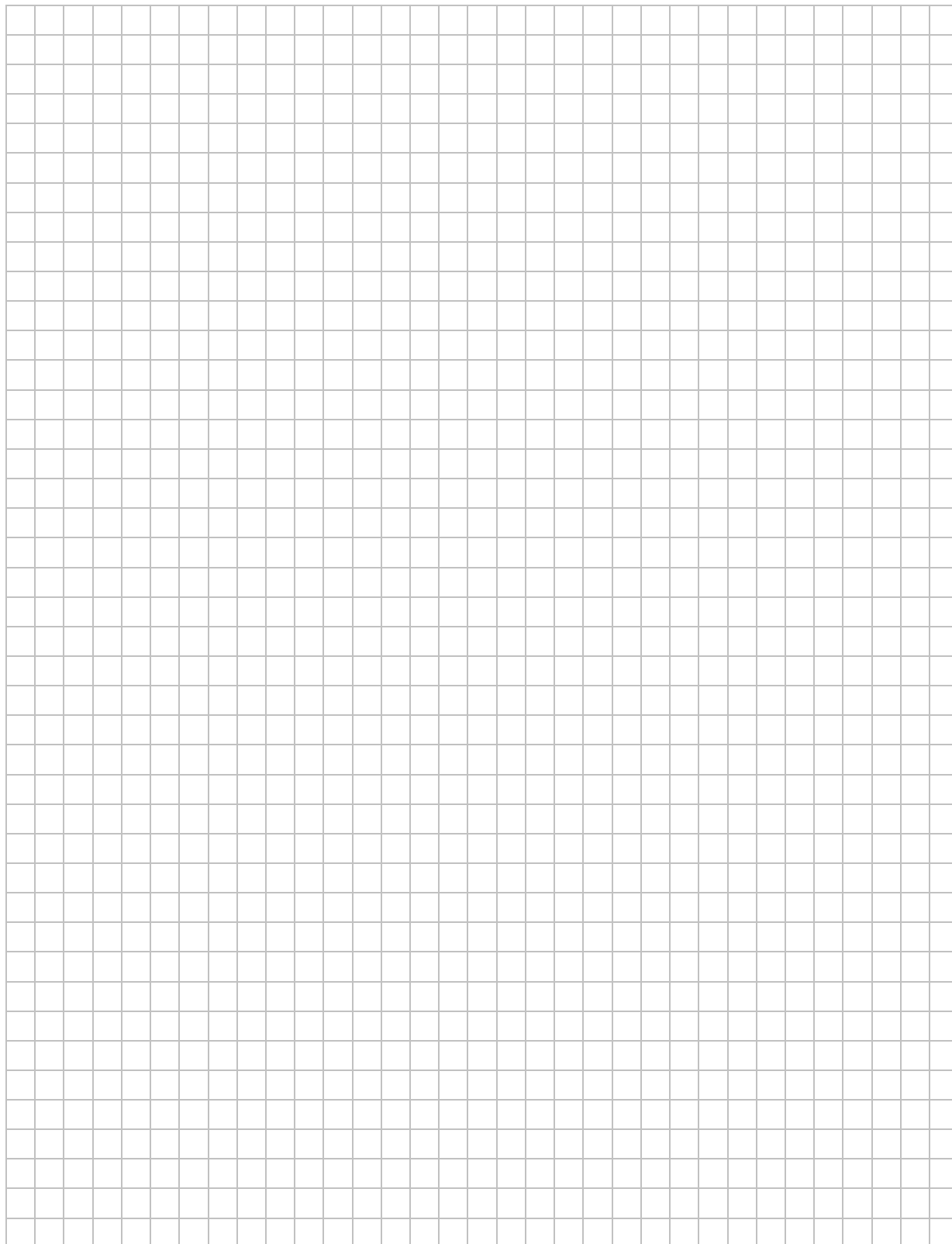
ZADANIE 15 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie

$$4x^2 - 6(m + 3)x + (2m + 9)m = 0$$

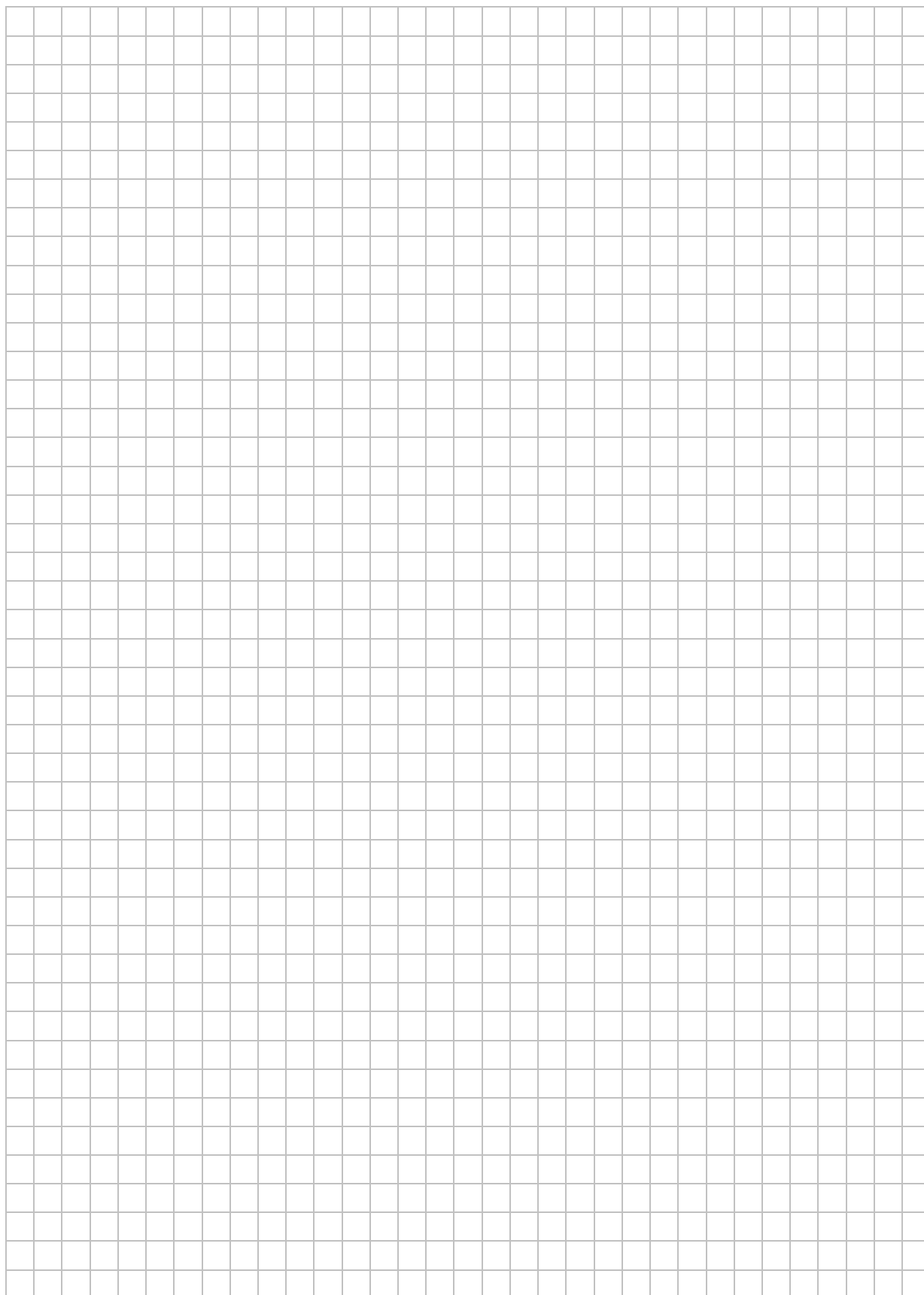
ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste  $x_1$  i  $x_2$ , przy czym  $x_1 < x_2$ , spełniające warunek

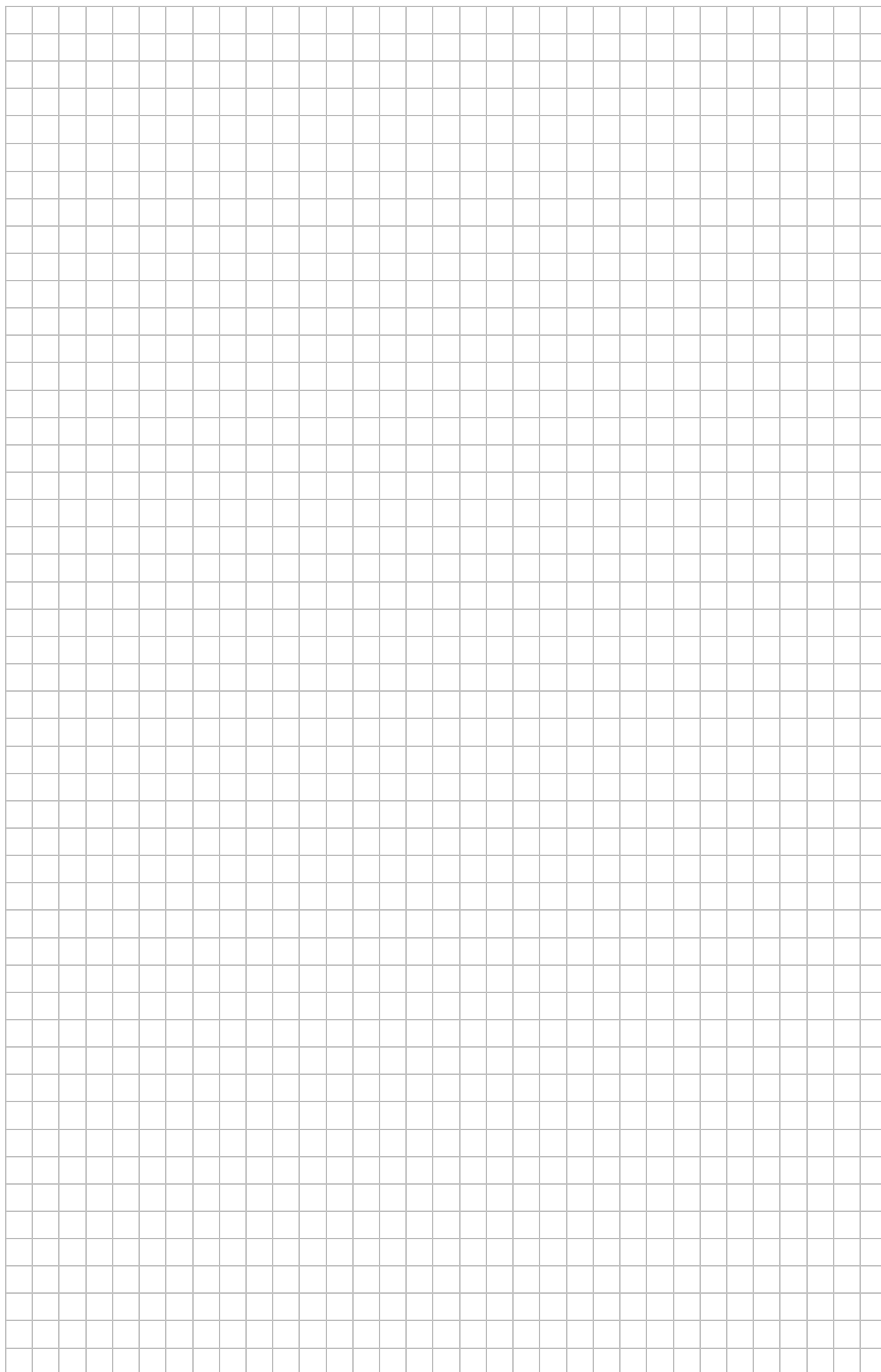
$$(6x_1 - 6x_2 - 5)(6x_1 - 6x_2 + 5) < 0.$$



ZADANIE 16 (5 PKT)

Wyznacz równanie okręgu stycznego wewnątrz do okręgu o równaniu  $(x - 2)^2 + y^2 = 4$  i do prostej  $y = 0$ , którego środek ma współrzędne różnych znaków i leży na wykresie funkcji  $y = -x^3 + \frac{1}{4}$ .





ZADANIE 17 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie stożki o tworzącej długości  $l$ . Oblicz wysokość i promień podstawy tego stożka, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość.

