IMIĘ I NAZWISKO

ZADANIE 1 (5 PKT)
Rozwiąż nierówność $\frac{x^4+2x^3+x^2}{x-1+6x^2} < 0$.

ZADANIE 2 (5 PKT)
Określ liczbę pierwiastków równania $(m+1)x^2 + (m+1)x + 1 = 0$ w zależności od wartości parametru m, a następnie naszkicuj wykres funkcji:

$$f(m) = \begin{cases} x_1 + x_2 & \text{gdy dane równanie ma dwa pierwiastki } x_1 \text{ i } x_2, \\ 2x_0 & \text{gdy dane równanie ma jeden pierwiastek } x_0, \\ 3-m & \text{gdy dane równanie nie ma pierwiastków.} \end{cases}$$

ZADANIE 3 (5 PKT)
Podstawą trójkąta równoramiennego jest odcinek o końcach w punktach $A = (-2,-4)$ oraz $B = (-5,2)$. Jedno z jego ramion zawiera się w prostej o równaniu $y = x - 2$. Oblicz współrzędne trzeciego wierzchołka trójkąta.

ZADANIE 4 (5 PKT)
Pierwszy wyraz nieskończonego ciągu geometrycznego (a_n) jest równy -1. Wyraz drugi, trzeci i czwarty spełniają warunek $a_3 - 2a_4 = 8a_2 + 4$.

a) Oblicz iloraz ciągu (a_n).

b) Określ, czy ciąg (a_n) jest rosnący, czy malejący.

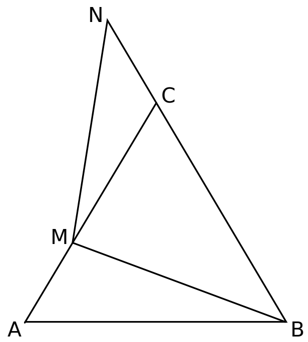
ZADANIE 5 (5 PKT)
W trójkącie prostokątnym dany jest kąt ostry o mierze α i pole P tego trójkąta. Obliczyć długość środkowej poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego.

ZADANIE 6 (5 PKT)
Udowodnij, że jeśli

a) x, y są liczbami rzeczywistymi, to $x^2 + y^2 \geqslant 2xy$.

b) x, y, z są liczbami rzeczywistymi takimi, że $x + y + z = 1$, to $x^2 + y^2 + z^2 \geqslant \frac{1}{3}$.

ZADANIE 7 (5 PKT)
Trójkąt ABC przedstawiony na poniższym rysunku jest równoboczny, a punkty B, C, N są współliniowe. Na boku AC wybrano punkt M tak, że $|AM| = |CN|$. Wykaż, że $|BM| = |MN|$.



ZADANIE 8 (5 PKT)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$. Trójkąt równoramienny ASD ma ramię długości 15 i jest prostopadły do podstawy ostrosłupa. Krawędź BS ma długość 17. Oblicz pole przekroju ostrosłupa płaszczyzną BCE, gdzie E jest środkiem krawędzi SA.

ZADANIE 9 (5 PKT)

W urnie jest pewna liczba kul białych i jedna kula czarna. Losujemy jedną kulę z tej urny, zatrzymujemy ją, a następnie z pozostałych kul losujemy jedną kulę. Ile powinno być kul białych w urnie, aby prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych było równe $\frac{2}{3}$?

ZADANIE 10 (5 PKT)

Firma obuwnicza otrzymała zamówienie na wykonanie 720 par butów. Aby zrealizować zamówienie na czas, postanowiono wykonywać dziennie jednakową liczbę par butów. Po wykonaniu $66\frac{2}{3}\%$ zamówienia usprawniono produkcję tak, że dzienna produkcja wzrosła o 4 pary, zaś zamówienie zrealizowano o 5 dni wcześniej. W ciągu ilu dni planowano wykonać zamówienie?

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
HTTP://WWW.ZADANIA.INFO/5741_8141R