Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

www.zadania.info

poziom rozszerzony

17 marca 2018

Czas pracy: 180 minut

Zadania zamknięte

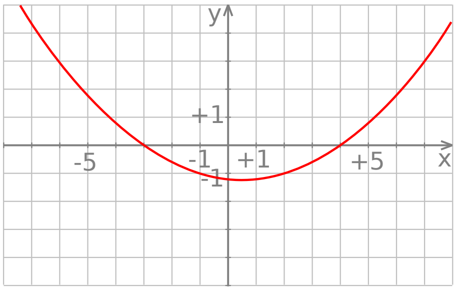
ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\log_6 2 \log_6 3(\log_3 6 + \log_2 6)$ jest równa

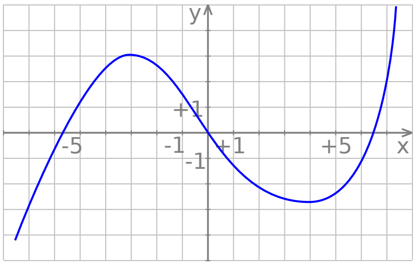
A) $\log_2 15$ B) $\log_2 50$ C) 1 D) $\log_2 635$

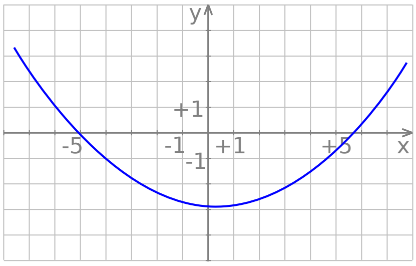
ZADANIE 2 (1 PKT)

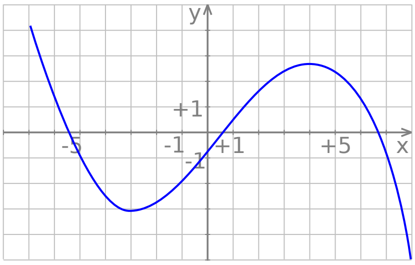
Rysunek przedstawia wykres funkcji $y = f'(x)$.

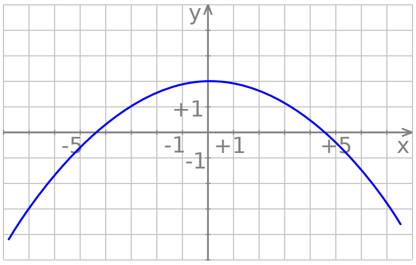


Wskaż wykres funkcji $y = f(x)$.

A)


B)


C)


D)


ZADANIE 3 (1 PKT)

Nieskończony ciąg liczbowy jest określony wzorem $a_n = \frac{(n^2+8n)(9-4n)}{3n^3-2n^2+1}$ dla $n \geqslant 1$. Wtedy

A) $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \frac{1}{3}$ B) $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$ C) $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = -\frac{4}{3}$ D) $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = -\infty$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Okrąg o równaniu $x^2 + 6x + y^2 - y + 9 = 0$ przesunięto o wektor $\left[9, -\frac{13}{2}\right]$. Środek otrzymanego w ten sposób okręgu ma współrzędne

A) $(6, -6)$ B) $(-12, 7)$ C) $(-7, 12)$ D) $(6, -7)$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny, w którym suma wszystkich wyrazów jest 4 razy większa od sumy wszystkich wyrazów o numerach parzystych. Iloraz tego ciągu jest równy

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{1}{4}$

ZADANIE 6 (2 PKT)

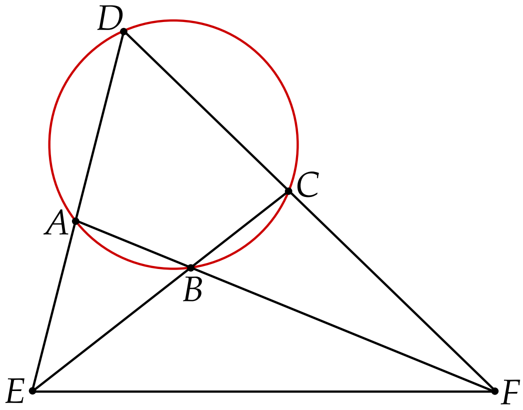
Na płaszczyźnie danych jest 100 punktów, z których żadne 3 nie leżą na jednej prostej. Ile jest różnych trójkątów o wierzchołkach w tych punktach?

ZADANIE 7 (3 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których prosta $y = ax + 3 - 2a$ jest styczna do wykresu funkcji $y = \frac{5-4x}{2x-5}$ w punkcie o drugiej współrzędnej równej 3.

ZADANIE 8 (3 PKT)

Przeciwległe boki czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg przecinają się w punktach E i F (zobacz rysunek), przy czym odcinek EC jest zawarty w dwusiecznej kąta DEF, a odcinek FA jest zawarty w dwusiecznej kąta DFE. Wykaż, że $|\sphericalangle EDF| = 60^\circ$.



ZADANIE 9 (3 PKT)

O zdarzeniach losowych A, B wiadomo, że: $P(A \cup B) = 0,7$, $P(A) = 0,5$ i $P(A|B) = 0,6$. Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe $P(B|A)$.

ZADANIE 10 (4 PKT)

Przekątne trapezu równoramiennego $ABCD$ przecinają się w punkcie S. Przekątna AC tworzy z dłuższą podstawą AB kąt α i z ramieniem AD kąt β takie, że $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ i $\sin\beta = \frac{5}{13}$. Pole trapezu $ABCD$ jest równe 448. Oblicz pole trójkąta ABD.

Zadanie 11 (4 pkt)

Trzy liczby całkowite tworzą ciąg geometryczny o ilorazie będącym ujemną liczbą całkowitą. Jeżeli najmniejszą z tych liczb zwiększymy o 9, to liczby te (w tej samej kolejności) są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wyznacz te liczby.

ZADANIE 12 (4 PKT)

Prosta l, na której leży punkt $P = (-6, -2)$, tworzy z ujemnymi półosiami układu współrzędnych trójkąt prostokątny o polu równym 24. Wyznacz równanie prostej l.

ZADANIE 13 (4 PKT)

Rozwiąż równanie

$$4\sin^2 x \sin 2x + 3\sin x \sin 2x = \sin 2x + \cos x + \cos x \cos 2x,$$

dla $x \in (-\pi, \pi)$.

ZADANIE 14 (5 PKT)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest czworokąt $ABCD$. Przekątna AC tego czworokąta ma długość $5\sqrt{2}$, a kąt ADC ma miarę 135°. Każda krawędź boczna tego ostrosłupa ma tę samą długość 13. Oblicz sumę odległości spodka wysokości ostrosłupa od krawędzi bocznych AS, BS, CS i DS.

ZADANIE 15 (6 PKT)

Maksymalny przedział, na którym funkcja $f(x) = mx^3 + mx^2 - 8x - 9$ jest malejąca ma długość 2. Oblicz wartość parametru m oraz wyznacz największą wartość funkcji na przedziale $\langle -2, 1\rangle$.

ZADANIE 16 (7 PKT)

Wyznacz te punkty paraboli $y = x^2 - 4x + 5$, które znajdują się najbliżej punktu $A = \left(2, \frac{5}{2}\right)$. Oblicz tę najmniejszą odległość.