

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

9 MARCA 2024

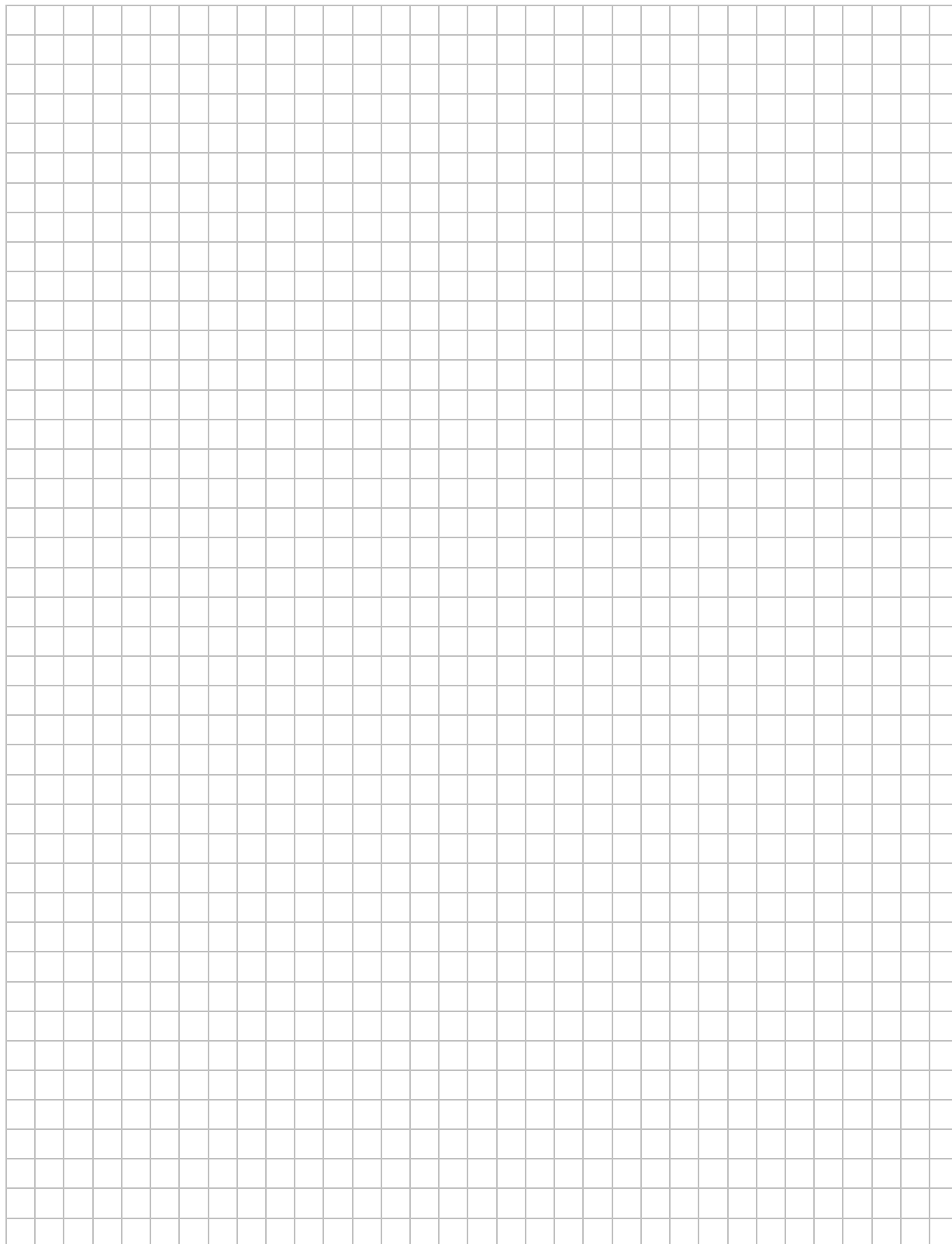
CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (2 PKT)

Dane są liczby

$$a = \left(\sqrt[3]{1,6}\right)^{\log_{0,625} 343} \quad \text{oraz} \quad b = \frac{\log_{0,3} 64 \cdot \log_4 0,3}{\log_{0,9} 8\sqrt{2} \cdot \log_2 0,9}$$

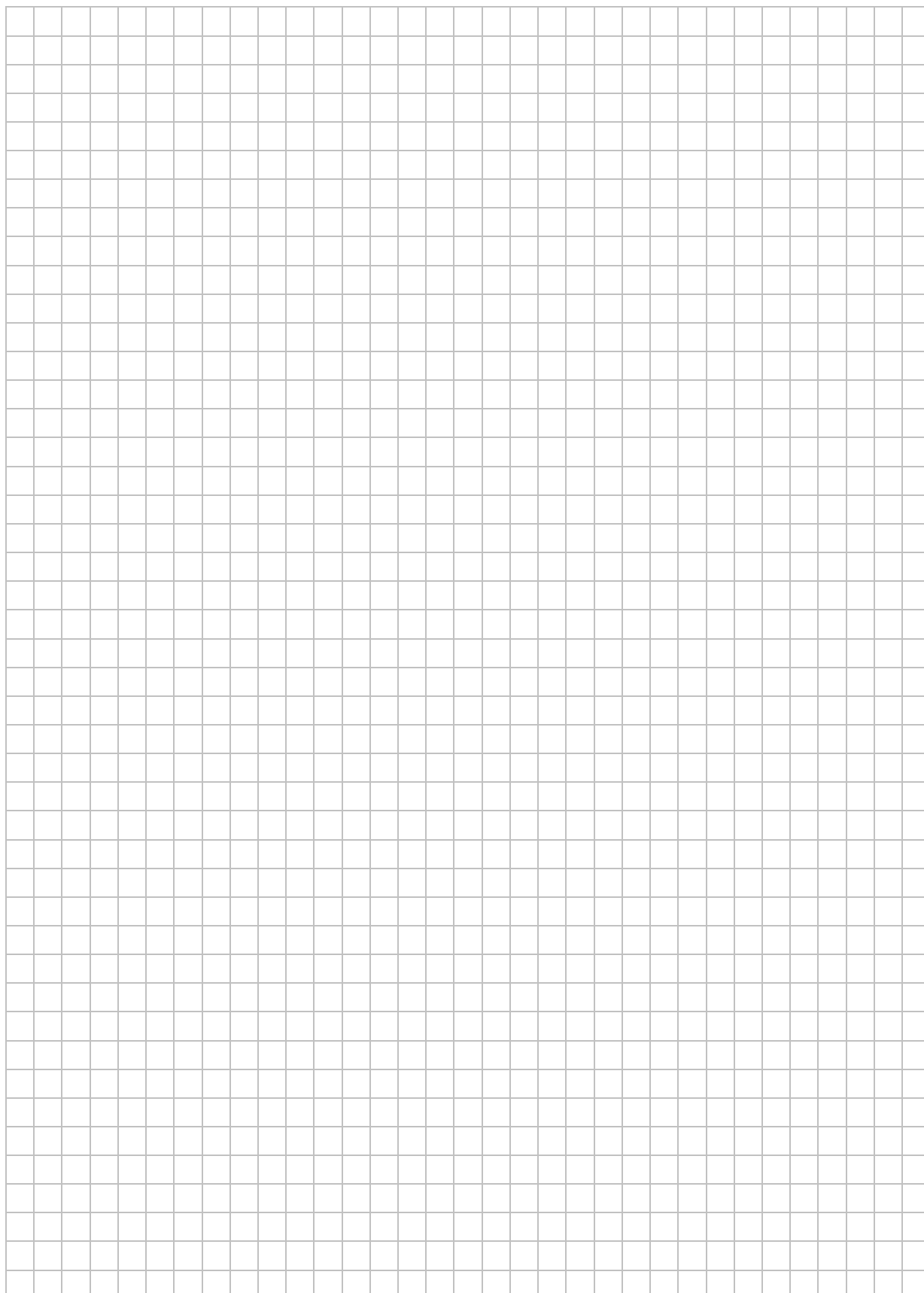
Oblicz $a + b$.



ZADANIE 2 (2 PKT)

Oblicz granicę jednostronną

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 3x}{|9 - x^2|}$$



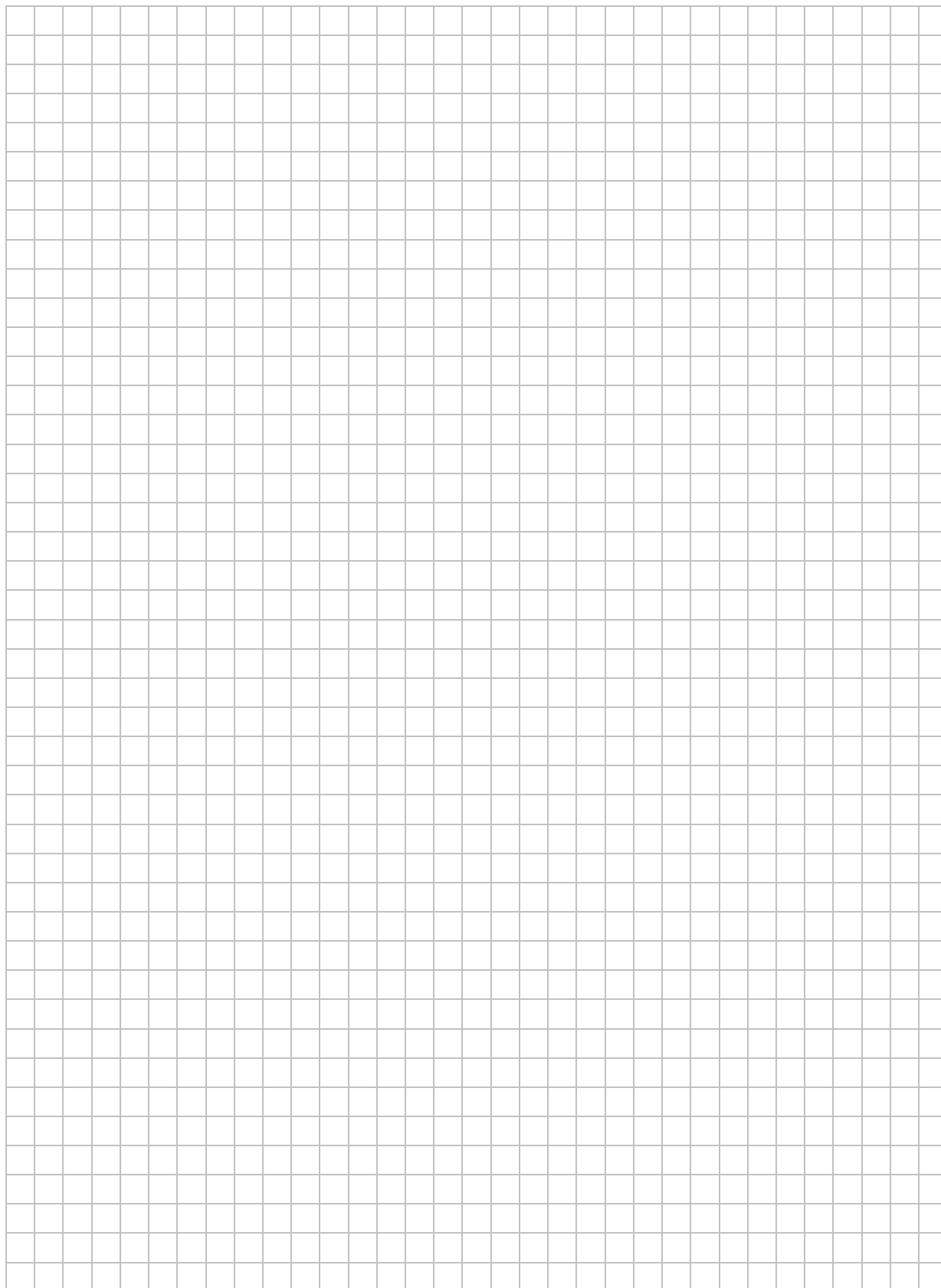
ZADANIE 3 (3 PKT)

Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych sześciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym dokładnie trzy razy występuje cyfra 1.



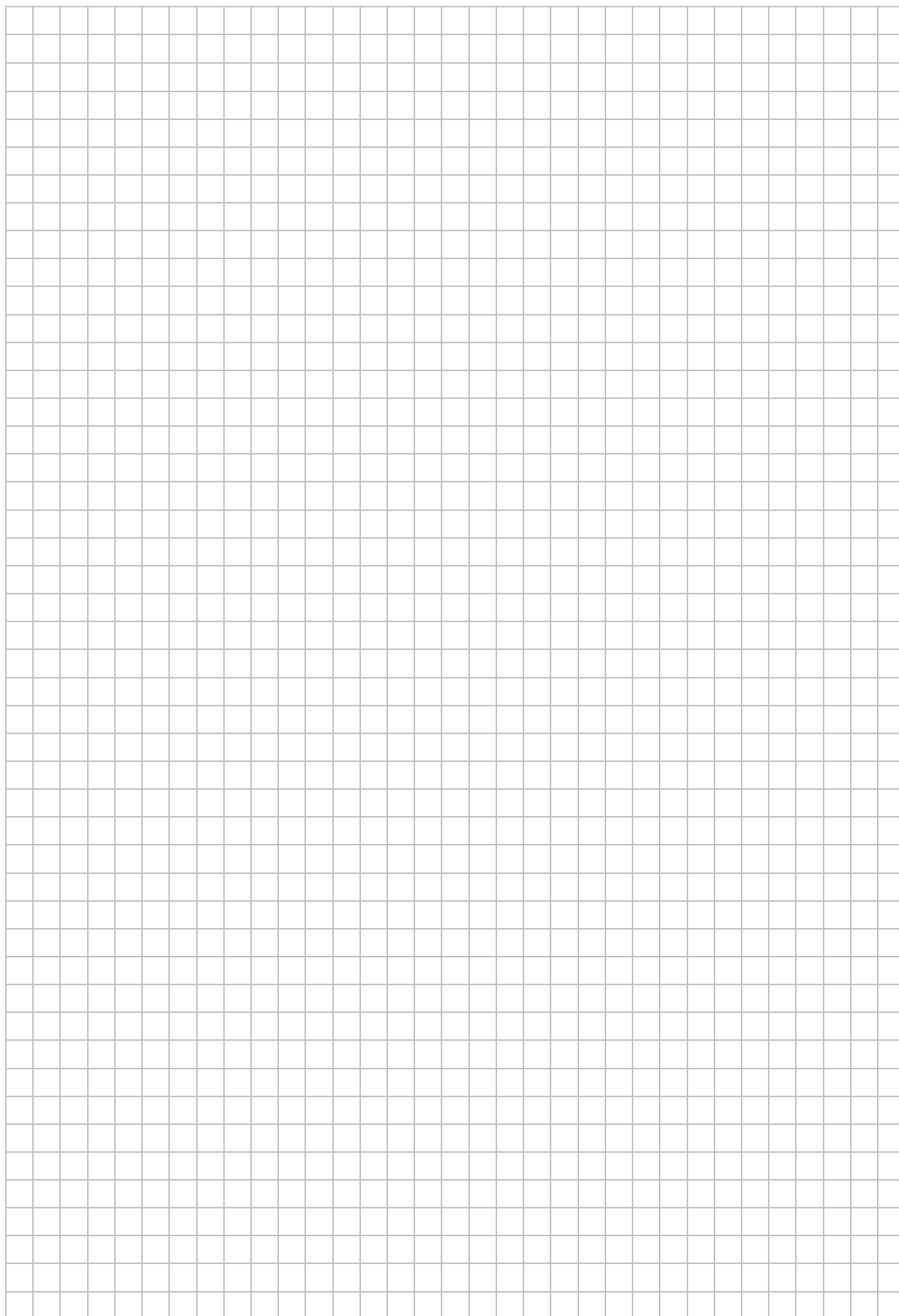
ZADANIE 4 (3 PKT)

Kasia i Ula grają w warcaby i każda rozgrywka kończy się wygraną jednej z dziewczynek. Prawdopodobieństwo wygrania pojedynczej partii przez Ulę jest równe $\frac{1}{3}$. Oblicz prawdopodobieństwo wygrania przez Kasię co najmniej sześciu z siedmiu rozegranych partii. Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.



ZADANIE 5 (3 PKT)

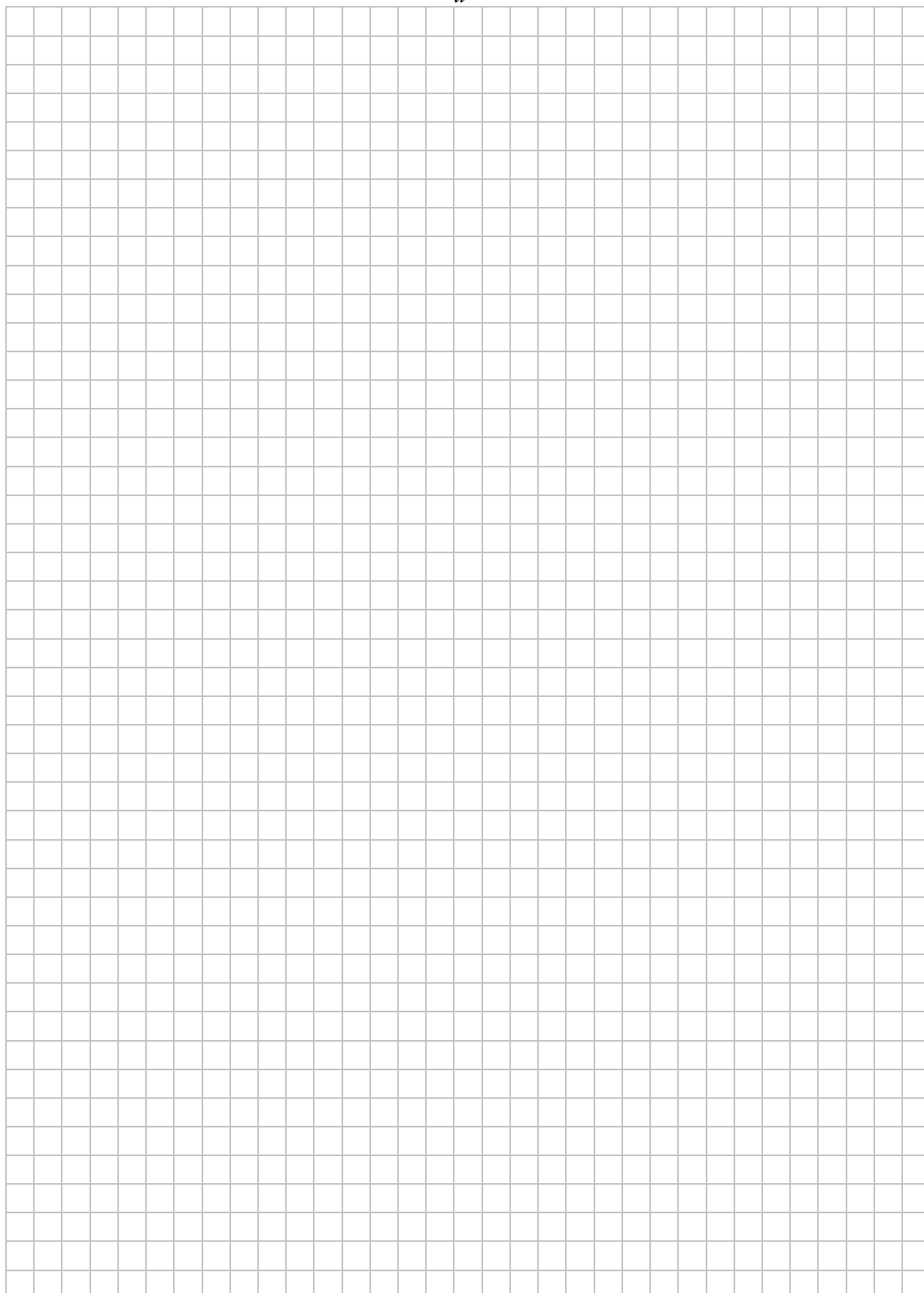
Rozwiąż równanie $\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{x}{2} = 2 \cos \frac{x}{3} \cos \frac{x}{6}$.



ZADANIE 6 (3 PKT)

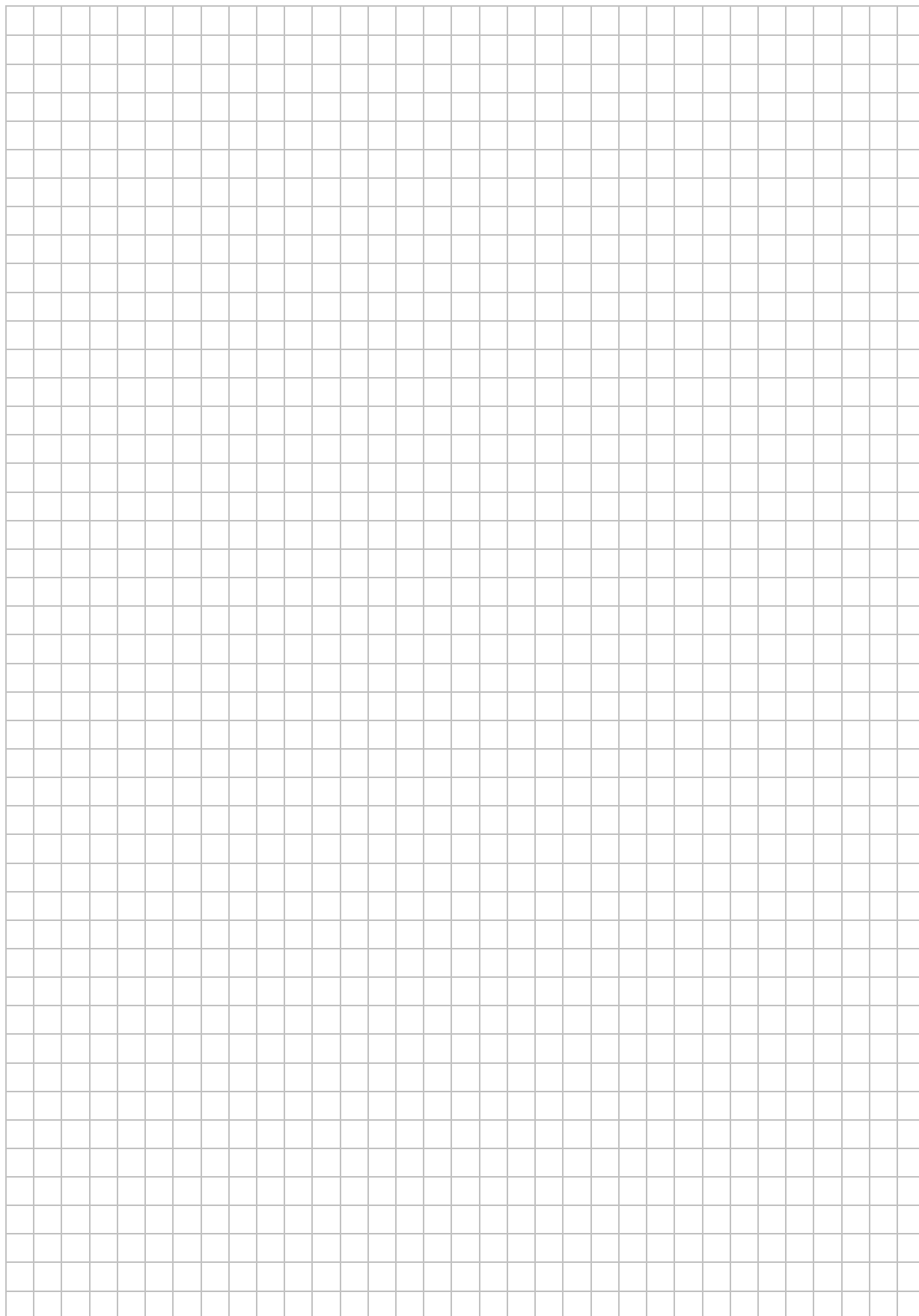
Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej dodatniej a prawdziwa jest nierówność

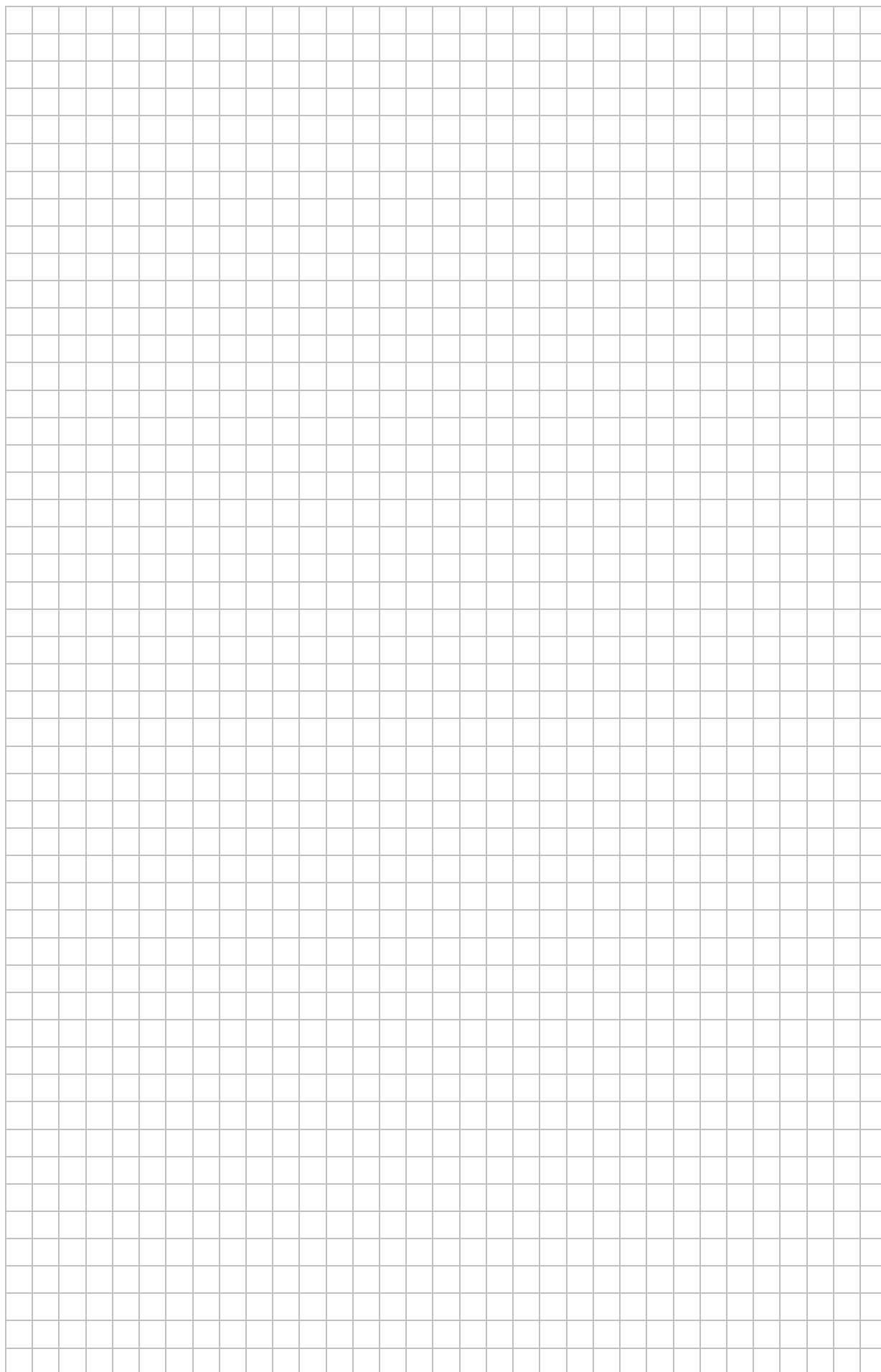
$$a + \frac{32}{a^2} \geq 6.$$

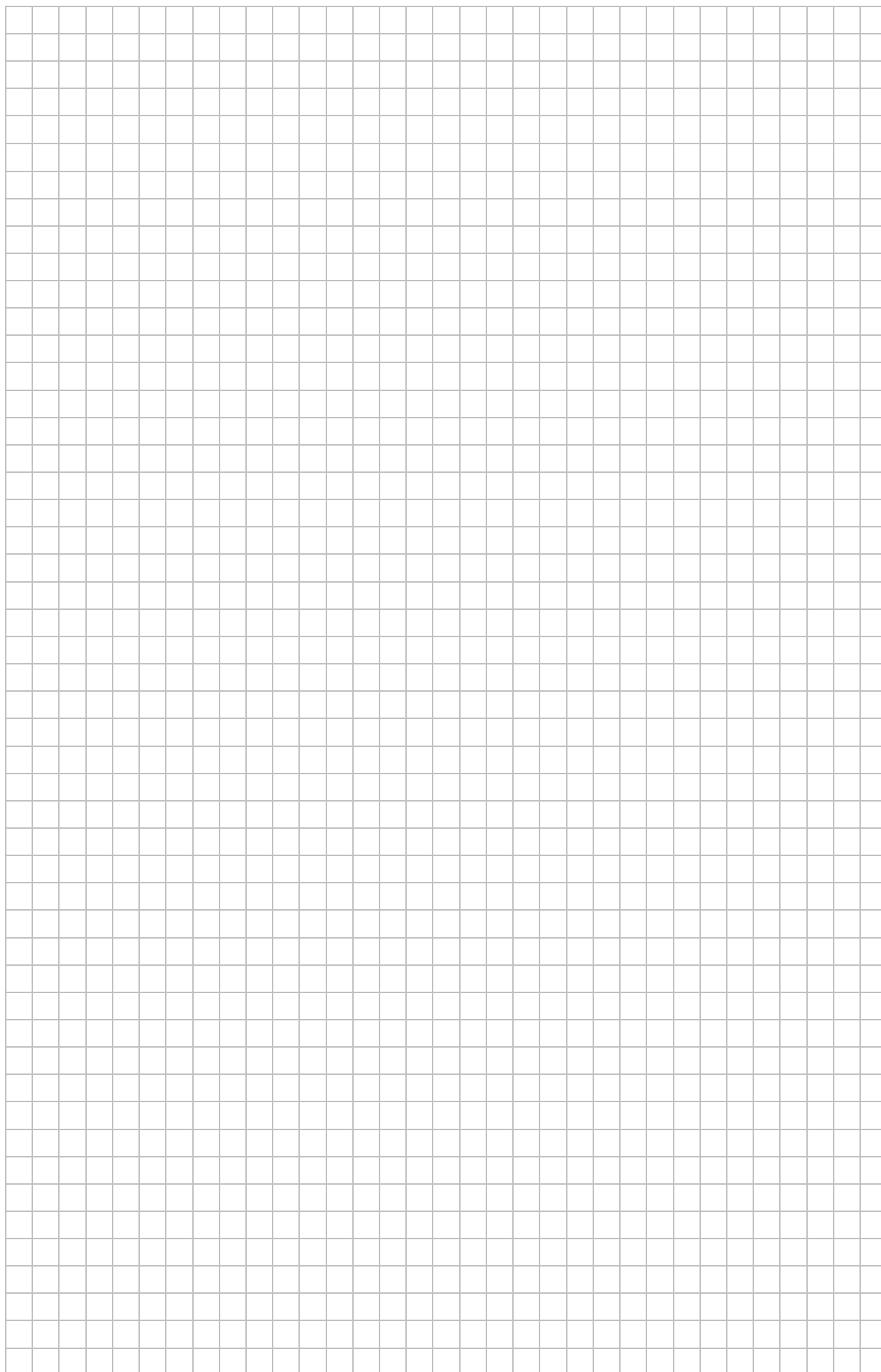


ZADANIE 7 (4 PKT)

W okrąg o promieniu $\frac{17\sqrt{2}}{2}$ wpisano czworokąt $ABCD$ tak, że $|\angle ABC| = 90^\circ$ oraz $|AD| : |CD| = 7 : 23$. Oblicz obwód czworokąta $ABCD$ jeżeli jego pole jest równe 192.







ZADANIE 9 (5 PKT)

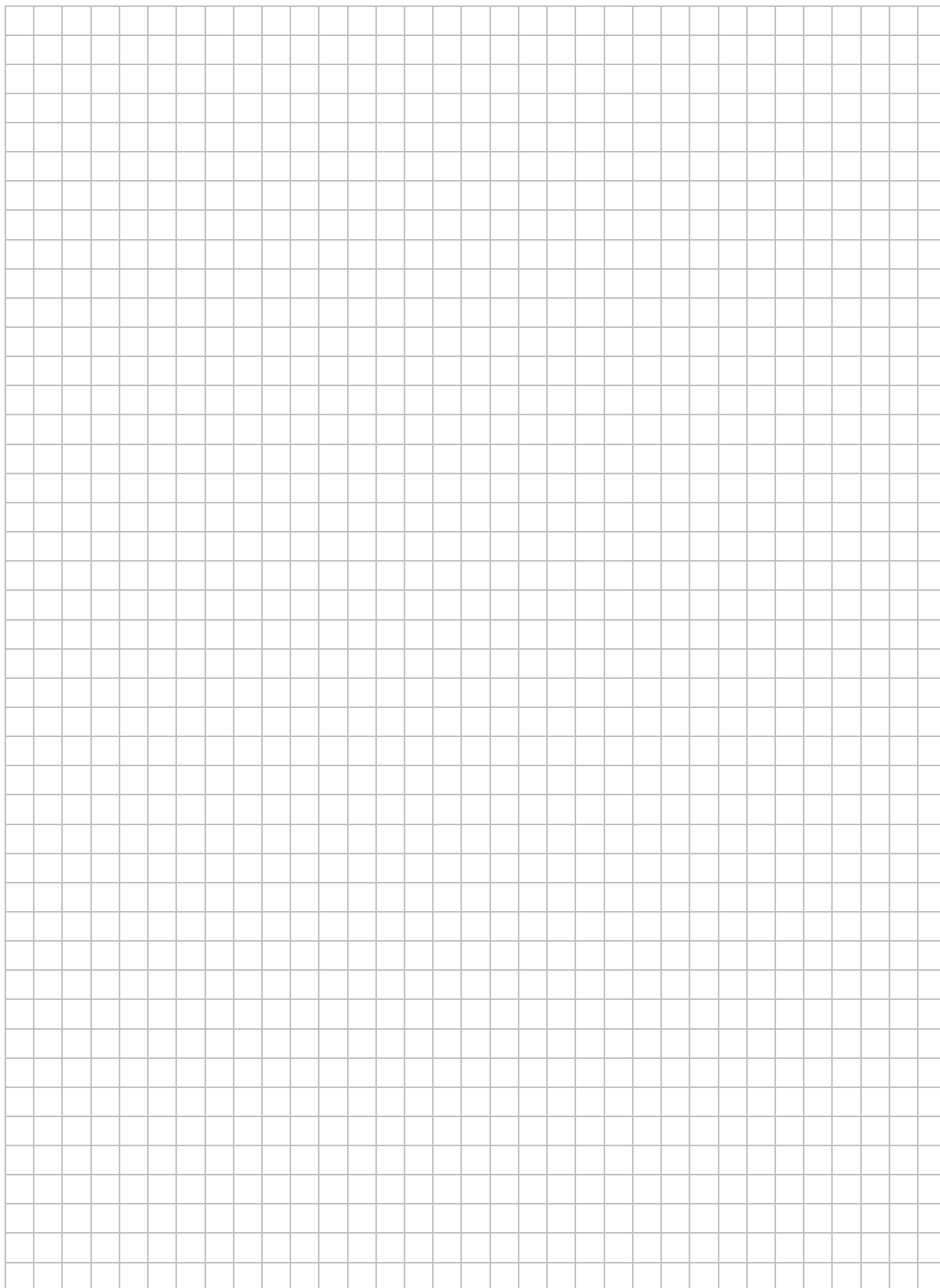
Wyznacz pierwsze trzy wyrazy ciągu geometrycznego wiedząc, że ich suma jest równa 10,5 oraz suma ich kwadratów jest równa 47,25.



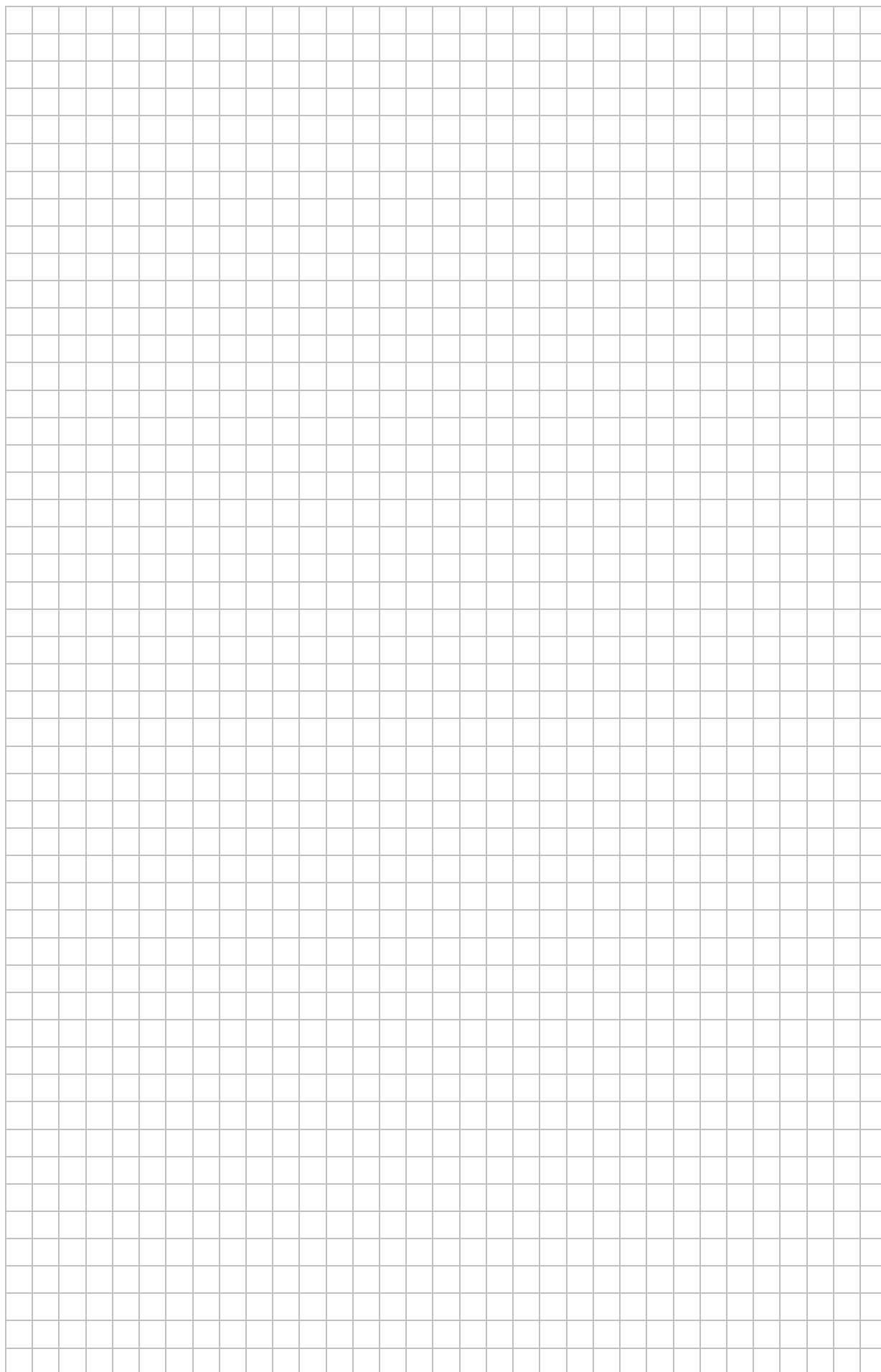


ZADANIE 10 (5 PKT)

W okrąg o równaniu $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$ wpisano trójkąt ABC , którego pole jest równe 20. Bok AB tego trójkąta jest zawarty w prostej o równaniu $4y + 3x - 10 = 0$, a wysokość opuszczona z wierzchołka C przecina bok AB w punkcie D , którego obie współrzędne są dodatnie. Oblicz współrzędne punktu D .





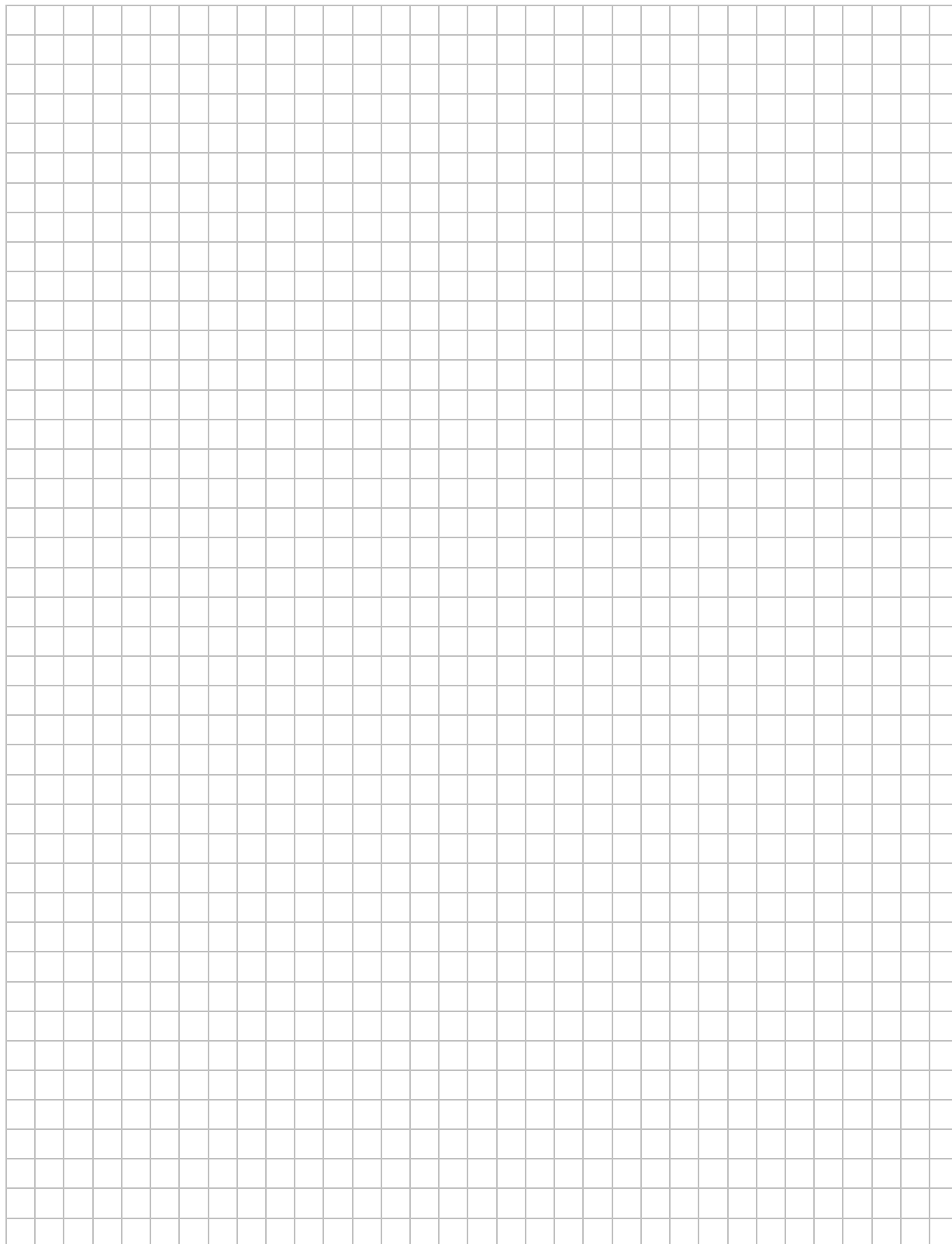


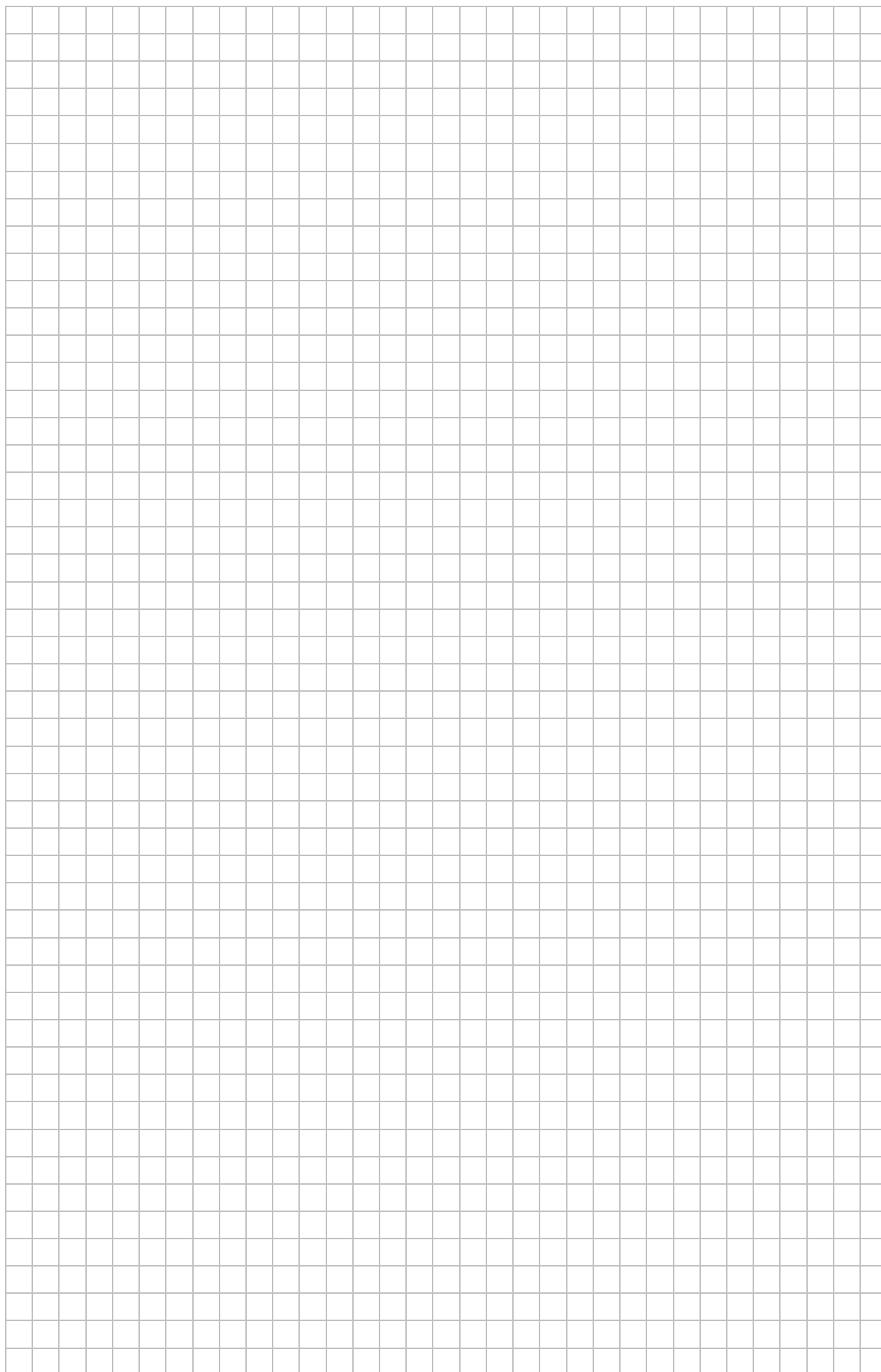
ZADANIE 12 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru $m \in \mathbb{R}$, dla których równanie

$$x^3 + 3x^2 - m^2x + (m^2 - 4) = 0$$

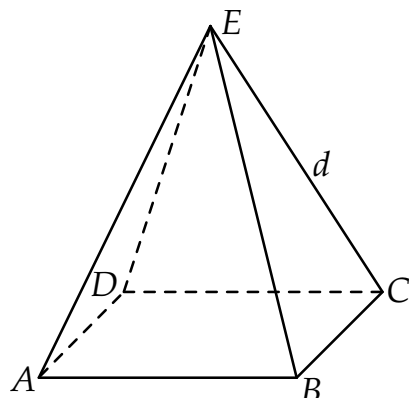
ma trzy różne pierwiastki, z których jeden jest ujemny, a pozostałe dwa należą do przedziału $\left[\frac{1}{2}, 5\right]$.





ZADANIE 13 (6 PKT)

Rozważamy wszystkie ostrosłupy prawidłowe czworokątne $ABCDE$, w których krawędź boczna ma długość d (zobacz rysunek).



- Wyznacz zależność objętości V ostrosłupa od jego wysokości h i podaj dziedzinę funkcji $V(h)$.
- Wyznacz wysokość tego z rozważanych ostrosłupów, którego objętość jest największa.

