PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

26 KWIETNIA 2008

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (4 PKT.)

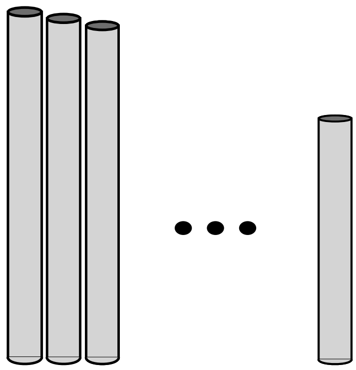
Narysuj wykres funkcji $f(x) = |x(x+1)| - x^2 + x$ i odczytaj z niego ilość rozwiązań równania $f(x) = m$.

ZADANIE 2 (5 PKT.)

Punkty $A = (-3, 2)$ i $C = (9, 6)$ są przeciwległymi wierzchołkami rombu o polu 40. Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków rombu.

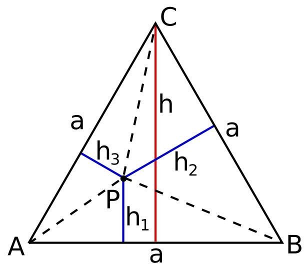
ZADANIE 3 (5 PKT.)

Fragment palisady wokół średniowiecznego grodu składa się z coraz krótszych pionowych bali. Najwyższy z bali ma długość 350 cm, a każdy kolejny jest krótszy o 5 cm. Wiedząc, że całkowita długość wszystkich bali wynosi 50 m oblicz ile jest tych bali i jaka jest długość najkrótszego z nich.



ZADANIE 4 (4 PKT.)

Oto w jaki sposób można uzasadnić, że suma odległości dowolnego punktu P wewnątrz trójkąta równobocznego od boków tego trójkąta jest stała, tzn. nie zależy od wyboru tego punktu.



a) Łączymy punkt P z wierzchołkami tójkąta i zapisujemy równość pól

$$P_{ABC} = P_{ABP} + P_{BCP} + P_{CAP}.$$

b) Korzystamy ze wzoru na pole trójkąta

$$\frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}ah_1 + \frac{1}{2}ah_2 + \frac{1}{2}ah_3 = \frac{1}{2}a(h_1 + h_2 + h_3).$$

c) Wnioskujemy, że $h_1 + h_2 + h_3 = h$, a więc suma ta nie zależy od wyboru punktu P.

Postępując w analogiczny sposób wykaż, że suma odległości dowolnego punktu P wewnątrz czworościanu foremnego od jego ścian jest stała, to znaczy nie zależy od wyboru punktu P.

ZADANIE 5 (3 PKT.)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) o pierwszym wyrazie równym 2, i ilorazie równym 10. Wykaż, że wszystkie punkty o współrzędnych $(2n, \log a_n)$ leżą na jednej prostej.

ZADANIE 6 (5 PKT.)

W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym pole przekroju płaszczyzną przechodzącą przez jego wysokość oraz przez dwie krawędzie boczne jest dwukrotnie większe od pola podstawy i wynosi $6\sqrt{3}$. Oblicz odległość spodka wysokości ostrosłupa od jego krawędzi bocznej.

ZADANIE 7 (4 PKT.)

Wykres funkcji 3^{-x} przesunięto o wektor $\vec{v} = [3, a]$ otrzymując wykres funkcji $g(x)$. Wiedząc, że wykresy funkcji $g(x)$ i $\log_7 x$ przecinają się na osi OX oblicz a. Narysuj wykres funkcji $g(x)$.

ZADANIE 8 (6 PKT.)

Liczbę naturalną nazywamy palindromiczną, jeżeli nie zmienia się po zapisaniu jej cyfr w odwrotnej kolejności. Liczbami palindromicznymi są np. liczby 5, 33, 1123211. Liczby 10, 3230 nie są palindromiczne.

a) Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrana liczba siedmiocyfrowa jest liczbą palindromiczną.

b) Oblicz prawdopodobieństwo, że suma dwóch losowo wybranych liczb dwucyfrowych jest nieparzystą dwucyfrową liczbą palindromiczną.

ZADANIE 9 (4 PKT.)

Liczby $x = 1$ i $x = -2$ są pierwiastkami wielomianu $ax^4 + 2x^3 - 3ax^2 + 2ax - 6x + 4$. Wiedząc, że wielomian ten jest kwadratem wielomianu stopnia 2, oblicz a.

ZADANIE 10 (5 PKT.)

Dany jest pięciokąt foremny $ABCDE$ o boku długości a. Wiedząc, że $\cos 72^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

a) wykaż, że długość przekątnej pięciokąta $ABCDE$ jest równa $\frac{1+\sqrt{5}}{2}a$;

b) oblicz długość promienia okręgu wpisanego w pięciokąt $ABCDE$.

Zadanie 11 (5 pkt.)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = (x^2-2x-2)^2 + 4(x^2-2x-2) - 1$.