Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom podstawowy

4 kwietnia 2020

Czas pracy: 170 minut

Zadania zamknięte

Zadanie 1 (1 pkt)

Liczba $\log_{\sqrt{2}}\left(\log_{0,5}(\sin 135^\circ)\right)$ jest równa

A) $\frac{1}{2}$ B) -2 C) 2 D) $-\frac{1}{2}$

Zadanie 2 (1 pkt)

Liczba naturalna $n = 15^8 \cdot 16^3$ w zapisie dziesiętnym ma

A) 14 cyfr B) 15 cyfr C) 11 cyfr D) 8 cyfr

Zadanie 3 (1 pkt)

Liczba $\frac{81^{\frac{1}{6}} : \sqrt[3]{3}}{9^{-\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{3}}}$ jest równa

A) $3^{\frac{2}{3}}$ B) 3^0 C) $3^{-\frac{1}{3}}$ D) 3^{-1}

Zadanie 4 (1 pkt)

W trakcie testów drogowych samochód numer 1 poruszał się ze stałą prędkością v_1 i pokonał trasę o 20% dłuższą, niż samochód nr 2, który poruszał się ze stałą prędkością v_2. Czas w jakim samochód nr 2 pokonał swoją trasę był o 25% krótszy, niż czas w jakim swoją trasę pokonał samochód nr 1. Stosunek prędkości $\frac{v_1}{v_2}$ jest równy

A) 1 B) $\frac{9}{10}$ C) $\frac{24}{25}$ D) $\frac{4}{5}$

Zadanie 5 (1 pkt)

Para liczb $x = -2$ i $y = -1$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 3x - a^2y = -2 \\ ax + 3y = 1, \end{cases}$ dla

A) $a = \frac{2}{3}$ B) $a = 2$ C) $a = -\frac{2}{3}$ D) $a = -2$

Zadanie 6 (1 pkt)

Równanie $\frac{(x-1)(x+2)(x-3)}{x+3} = 0$

A) ma trzy różne rozwiązania: $x = -1,\ x = 2,\ x = -3$.
B) ma trzy różne rozwiązania: $x = 1,\ x = -2,\ x = 3$.
C) ma dwa różne rozwiązania: $x = -1,\ x = 2$.
D) ma dwa różne rozwiązania: $x = 1,\ x = -2$.

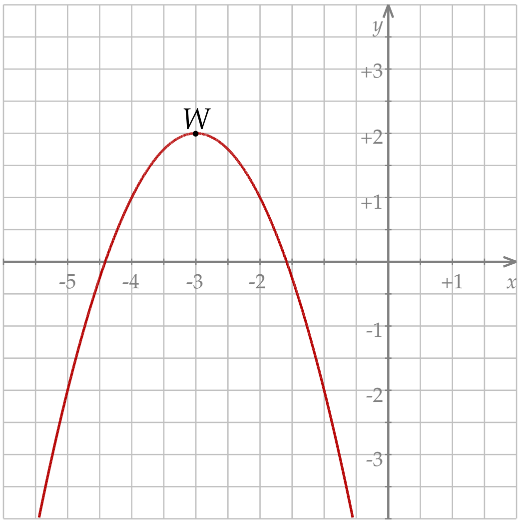
ZADANIE 7 (1 PKT)

Do wykresu funkcji liniowej $f(x) = -(\sqrt{5}+m)x$ nie należy żaden punkt o obu współrzędnych dodatnich. Wynika stąd, że

A) $m \leqslant -\sqrt{5}$ B) $m \leqslant \sqrt{5}$ C) $m \geqslant -\sqrt{5}$ D) $m \geqslant -5\sqrt{5}$

ZADANIE 8 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej g. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (-3, 2)$.



Zbiorem wartości funkcji g jest przedział

A) $(-\infty, 2\rangle$ B) $\langle -\frac{9}{2}, \frac{5}{2}\rangle$ C) $\langle -3, +\infty)$ D) $(-\infty, 3\rangle$

ZADANIE 9 (1 PKT)

Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f są liczby -5 i 6, a miejscami zerowymi funkcji $g(x) = f(x+a)$ są liczby 1 i 12. Wynika stąd, że

A) $a = -6$ B) $a = -5$ C) $a = 5$ D) $a = 6$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Zbiorem rozwiązań nierówności $x(x-2\sqrt{2}) > x - 2\sqrt{2}$ jest zbiór

A) $(-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (1, +\infty)$ B) $(1, +\infty)$

C) $(-\infty, -1) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$ D) $(-\infty, 1) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Wyrażenie $(2x+3)(3-2x) - (2-3x)^2$ zapisać można w postaci

A) $5 + 12x - 13x^2$ B) $5 - 5x^2$ C) $13 - 5x^2$ D) $5 - 12x + 7x^2$

ZADANIE 12 (1 PKT)

Dany jest nieskończony rosnący ciąg geometryczny (a_n) o wyrazach dodatnich. Iloraz q tego ciągu jest jednym z pierwiastków równania kwadratowego $x^2 + x - 1 = 0$. Zatem wartość wyrażenia

$$\frac{a_{2019}}{a_{2021} + a_{2020}}$$

jest równa

A) -1 B) $\sqrt{5}$ C) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D) 1

ZADANIE 13 (1 PKT)

Dany jest ciąg arytmetyczny $(x+1, 2x+1, 3x+1, 4x+1, 6x+2)$. Wtedy

A) $x = 1$ B) $x = 0$ C) $x = 2$ D) $x = -1$

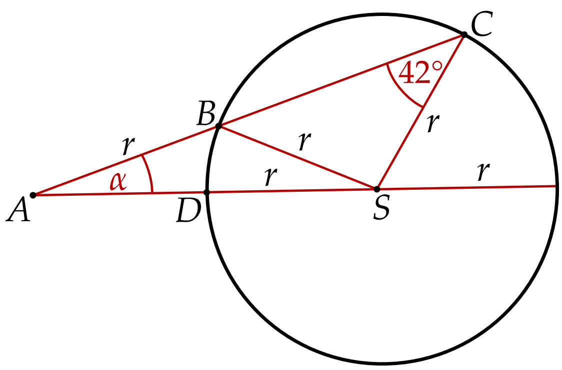
ZADANIE 14 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $3\cos^2 24^\circ + 2\cos^2 66^\circ + \sin^2 24^\circ$ jest równa

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

ZADANIE 15 (1 PKT)

Punkty B, C i D leżą na okręgu o środku S i promieniu r. Punkt A jest punktem wspólnym prostych BC i SD, a odcinki AB i SC są równej długości. Miara kąta BCS jest równa 42° (zobacz rysunek). Wtedy



A) $\alpha = 14^\circ$ B) $\alpha = 42^\circ$ C) $\alpha = 21^\circ$ D) $\alpha = 18^\circ$

ZADANIE 16 (1 PKT)

Dany jest romb o boku długości 4 i polu równym 8. Kąt rozwarty tego rombu ma miarę

A) 120° B) 135° C) 150° D) 175°

ZADANIE 17 (1 PKT)

Proste o równaniach $y = \frac{x}{2m} - m$ i $x = (3m-4)y + m$ są równoległe, gdy

A) $m = \frac{2}{3}$ B) $m = -\frac{1}{4}$ C) $m = 4$ D) $m = -5$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Boki równoległoboku są zawarte w prostych o równaniach: $x = -5$, $x = 4$, $y = x - 2$, $y = x + 3$. Pole tego równoległoboku jest równe

A) 45 B) $22,5\sqrt{2}$ C) $45\sqrt{2}$ D) 22,5

ZADANIE 19 (1 PKT)

W układzie współrzędnych punkt $S = (42, 56)$ jest środkiem odcinka KL, którego jednym z końców jest punkt $K = (6, 8)$. Zatem

A) $L = (84, 112)$ B) $L = (24, 32)$ C) $L = (78, 104)$ D) $L = (90, 120)$

ZADANIE 20 (1 PKT)

Dane są punkty o współrzędnych $A = (-7, 11)$ oraz $B = (-4, 7)$. Średnica okręgu wpisanego w sześciokąt foremny o boku AB jest równa

A) 10 B) 5 C) $5\sqrt{3}$ D) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

ZADANIE 21 (1 PKT)

W grupie 50 kobiet i 50 mężczyzn przeprowadzono ankietę, w której zadano pytanie o liczbę książek przeczytanych w ostatnim roku. Wyniki ankiety zebrano w poniższej tabeli.

Liczba książek	0	1	2	3	4	5
Liczba osób	19	21	24	21	7	8

W trakcie analizy tych danych zauważono, że kobiety przeczytały średnio o dwie książki więcej niż mężczyźni. Średnia liczba przeczytanych książek przez jednego ankietowanego mężczyznę jest równa

A) 1,5 B) 1 C) 2 D) 2,5

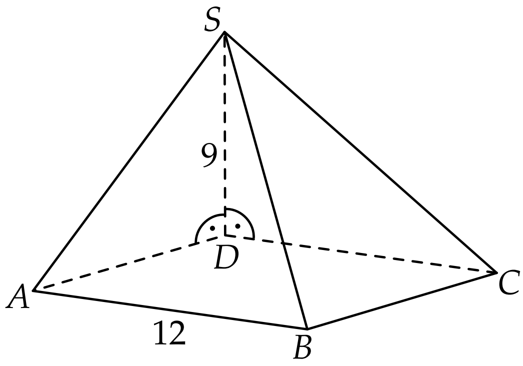
ZADANIE 22 (1 PKT)

Pole powierzchni całkowitej pewnego stożka jest 5 razy większe od pola powierzchni pewnej kuli. Promień tej kuli jest taki sam jak promień podstawy tego stożka. Tworząca tego stożka jest nachylona do podstawy pod kątem α takim, że

A) $\cos\alpha = \frac{1}{4}$ B) $\cos\alpha = \frac{1}{19}$ C) $\cos\alpha = \frac{1}{5}$ D) $\cos\alpha = \frac{1}{20}$

Zadanie 23 (1 pkt)

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 12. Krawędź boczna DS jest prostopadła do podstawy i ma długość 9 (zobacz rysunek).



Pole ściany BCS tego ostrosłupa jest równe

A) 180 B) 108 C) 54 D) 90

Zadanie 24 (1 pkt)

Wszystkich liczb czterocyfrowych parzystych, w których zapisie nie występują cyfry: 5, 2, 4, 8, 7, jest

A) 500 B) 625 C) 250 D) 200

Zadanie 25 (1 pkt)

W grupie 24 osób (mężczyzn i kobiet) jest 3 razy więcej kobiet niż mężczyzn. Z grupy tej losujemy 2 osoby. Prawdopodobieństwo wylosowania każdej osoby jest takie samo. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowano osoby różnej płci to

A) $\frac{18}{23}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{9}{23}$ D) $\frac{1}{3}$

ZADANIE 26 (2 PKT)

Wyznacz największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność: $2x(\sqrt{8}-x) \geqslant \sqrt[3]{16}(x-\sqrt{8})$.

ZADANIE 27 (2 PKT)

Rozwiąż równanie $(196x - x^3)(216x + x^4) = 0$.

ZADANIE 28 (2 PKT)

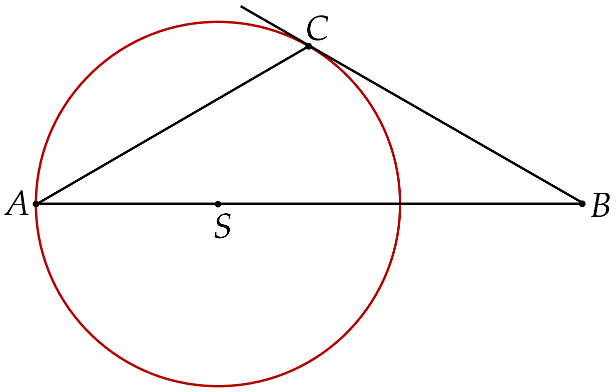
Wykaż, że jeżeli $a > b > 3$, to $ab + 6 > 2b + 3a$.

ZADANIE 29 (2 PKT)

Doświadczenie losowe polega na trzykrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymamy sumę oczek równą 17.

Zadanie 30 (2 pkt)

Wierzchołki A i C trójkąta ABC leżą na okręgu o promieniu r, a środek S tego okręgu leży na boku AB trójkąta (zobacz rysunek). Prosta BC jest styczna do tego okręgu w punkcie C, a ponadto $|\measuredangle ACB| = 120^\circ$. Wykaż, że $|AC| = r\sqrt{3}$.



Zadanie 31 (2 pkt)

Prosta $x = \frac{25}{3}$ jest osią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej $y = f(x)$. Do wykresu tego należy punkt o współrzędnych $\left(-5\frac{2}{3}, 16\right)$. Wyznacz wszystkie rozwiązania równania $f(x) = 16$.

Zadanie 32 (4 pkt)

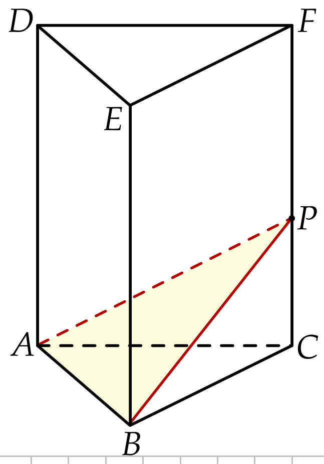
Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Różnicą tego ciągu jest liczba $r = -3$, a średnia arytmetyczna początkowych siedmiu wyrazów tego ciągu: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, jest równa -28.

a) Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

b) Wyznacz najmniejszą liczbę k, dla której $a_k + 100 < 0$.

ZADANIE 33 (5 PKT)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$ o podstawach ABC i DEF i krawędziach bocznych AD, BE i CF (zobacz rysunek). Przez krawędź AB poprowadzono płaszczyznę nachyloną do płaszczyzny podstawy pod kątem 30°. Płaszczyzna ta przecina krawędź CF w punkcie P. Oblicz pole trójkąta ABP jeżeli objętość ostrosłupa $ABCP$ jest równa $9\sqrt{3}$.



ZADANIE 34 (4 PKT)

Oblicz pole ośmiokąta foremnego wpisanego w okrąg o promieniu 6.