CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2016

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD PESEL

miejsce na naklejkę

dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **3 czerwca 2016 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–17). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniach kodowanych (6–7) wpisz właściwe cyfry w kratkach umieszczonych pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (8–17) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-163

MMA 2016

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x)=\left|3+5^{3-x}\right|-1$ dla każdej liczby rzeczywistej. Zbiorem wartości funkcji f jest

A. $(2,+\infty)$ **B.** $\langle 1,3\rangle$ **C.** $\langle -1,+\infty)$ **D.** $(0,+\infty)$

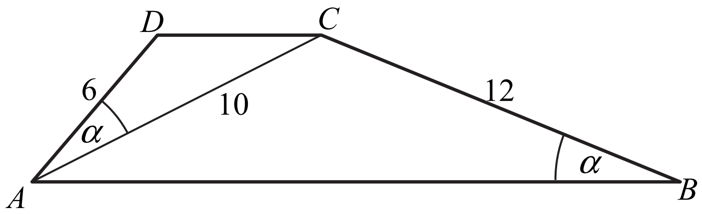
Zadanie 2. (0–1)

Wartość wyrażenia $\sin^2 75^\circ-\cos^2 75^\circ$ jest równa

A. $-\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD dane są: $|AD|=6$, $|BC|=12$, $|AC|=10$ oraz $|\sphericalangle ABC|=|\sphericalangle CAD|$ (zobacz rysunek).



Wówczas długość podstawy AB tego trapezu jest równa

A. $|AB|=18$ **B.** $|AB|=20$ **C.** $|AB|=22$ **D.** $|AB|=24$

Zadanie 4. (0–1)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie mają jednakową długość. Wynika stąd, że cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równy

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Zadanie 5. (0–1)

Granica $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{-7n^3+3n}{1+2n+3n^2+4n^5}$ jest równa

A. $-\infty$ **B.** $-\frac{7}{4}$ **C.** 0 **D.** $+\infty$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 6. (0–2)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) określony dla $n \geq 1$, w którym iloraz jest równy pierwszemu wyrazowi, a suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 12. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu. Zakoduj kolejno pierwsze trzy cyfry po przecinku otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. (0–2)

Dane są zdarzenia losowe $A, B \subset \Omega$ takie, że $P(A) = \frac{2}{7}$ i $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$. Oblicz $P(B \setminus A)$, gdzie zdarzenie $B \setminus A$ oznacza różnicę zdarzeń B i A. Zakoduj kolejno pierwsze trzy cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 8. (0–4)

Wykaż, że dla $a, b, c, d > 0$ prawdziwa jest nierówność $\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{c+d} \geq \sqrt{ac} + \sqrt{bd}$.

Zadanie 9. (0–4)

Rozwiąż nierówność $\left|x^2 - 3x + 2\right| \geq |x - 1|$.

Odpowiedź: ....

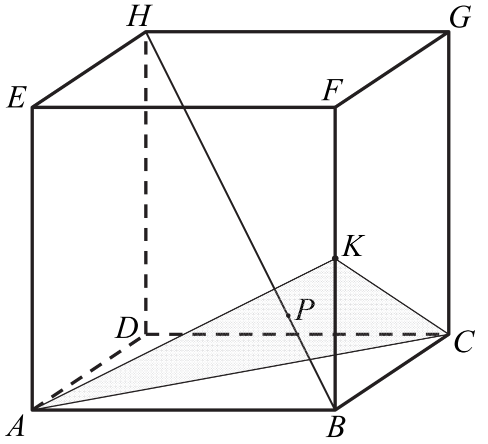
Zadanie 10. (0–3)

Dany jest ciąg (a_n) określony dla każdej liczby całkowitej $n \geq 1$, w którym $a_4 = 4$ oraz dla każdej liczby $n \geq 1$ prawdziwa jest równość $a_{n+1} = a_n + n - 4$. Oblicz pierwszy wyraz ciągu (a_n) i ustal, czy ciąg ten jest malejący.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–3)

Dany jest sześcian *ABCDEFGH*. Przez wierzchołki *A* i *C* oraz środek *K* krawędzi *BF* poprowadzono płaszczyznę, która przecina przekątną *BH* w punkcie *P* (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|BP|:|HP|=1:3$.

Zadanie 12. (0–4)

Liczba m jest sumą odwrotności dwóch różnych pierwiastków równania

$$k^2x^2+(k-1)x+1=0\text{, gdzie } k\neq 0\text{.}$$

Wyznacz zbiór wartości funkcji określonej wzorem $f(x)=2^m$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0–3)

Rozwiąż nierówność $(2\sin x-3)(2\sin x+1)>0$ w przedziale $x\in(0,2\pi)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0–4)

W trójkącie prostokątnym stosunek różnicy długości przyprostokątnych do długości przeciwprostokątnej jest równy $\frac{1}{2}$. Oblicz cosinusy kątów ostrych tego trójkąta.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0–4)

Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie występują dokładnie trzy cyfry nieparzyste.

Odpowiedź: ....

Zadanie 16. (0–5)

Punkty $A=(-7,-2)$ i $B=(4,-7)$ są wierzchołkami podstawy trójkąta równoramiennego *ABC*, a wysokość opuszczona z wierzchołka *A* tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $2x+19y+52=0$. Oblicz współrzędne wierzchołka *C*.

Odpowiedź: ....

Zadanie 17. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie walce, których pole powierzchni całkowitej jest równe 2π. Oblicz promień podstawy tego walca, który ma największą objętość. Podaj tę największą objętość.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*